ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI

ANNO CCCXVII.

1920

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXIX.

2° SEMESTRE.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1920

Meccanica celeste. — *Osservazioni sopra le comete secolari.* Nota di G. Armellini, presentata dal Socio T. Levi-Civita [1].

1. – Lo scopo di questa breve Nota è di rettificare un'asserzione, generalmente ripetuta, sopra le comete paraboliche. Si crede infatti che qualora l'orbita di un'eventuale cometa, corretta dalle perturbazioni planetarie, risultasse esattamente parabolica, essa dovrebbe essere considerata di sicura origine stellare. Questo è anzi una specie di *assioma* che gli astronomi premettono ai loro lavori; ma l'assioma è alquanto dubbio poichè, come vedremo, è connesso ad un dato ancora assai incerto.

2. – Cominciamo dunque a considerare una cometa C che si muova a grande distanza dal sole S, in modo però che il sole sia ad essa notevolmente più vicino di ogni altra stella. La cometa dovrà allora essere considerata come un corpo celeste mobile sotto l'attrazione particolare dell'astro più vicino (Sole) e sotto quella, complessivamente calcolata, delle stelle che la circondano [2].

Per calcolare quest'ultima attrazione nel modo più semplice, ricordiamo che la *concentrazione galattica* [3] è piuttosto debole per le stelle visibili ad occhio nudo, cioè per gli astri che in media sono più vicini al sole. Di più, limitandoci sempre alle stelle visibili ad occhio, la Statistica stellare insegna che il rapporto tra il numero degli astri di splendore superiore alla grandezza $n+1$ e quelli di splendore superiore alla grandezza n, si mantiene presso a poco uguale al suo valore teorico 3,98: quale cioè si avrebbe se la densità stellare fosse costante in tutto lo spazio.

[1] Pervenuta all'Accademia il 12 settembre 1920.

[2] Qualora una cometa, partendo dal sole, si avvicinasse notevolmente ad un astro particolare occorrerebbe tener conto di tre forze e cioè dell'attrazione solare, di quella dell'astro, e di quella complessiva delle stelle vicine: secondo la posizione della cometa nella sua orbita una qualunque di queste forze potrebbe prevalere sulle altre due. Lo scrivente si propone di studiare questo problema nelle Mem. della Soc. astr. italiana. Trascurando l'attrazione complessiva delle stelle vicine, il problema è stato trattato dal ch. prof. Burgatti, il quale ha calcolato la traiettoria cometaria supponendo il sole e l'astro di provenienza fissi nello spazio. Egli ha trovato in tal modo un'elegante applicazione astronomica del problema classico dei due centri, il quale era restato fin qui nel campo puramente teorico. Le conseguenze a cui il Burgatti arriva sono assai interessanti specialmente per ciò che riguarda gli afeli *apparenti* delle orbite cometarie: cfr. Rendiconti Lincei, 1917 e Mem. Acc. scienze di Bologna, 1914-15.

[3] Com'è noto, la *concentrazione galattica* viene definita come il rapporto medio tra la densità stellare *apparente* a 5° di latitudine galattica, e quella ad 80°.

Potremo quindi supporre, almeno in prima approssimazione, che l'insieme delle stelle vicine al sole formi un gruppo presso a poco sferico ed omogeneo; ed allora, secondo un noto teorema di meccanica, ognuna di esse sarà sottoposta ad una forza attrattiva diretta verso il centro O del gruppo e proporzionale alla sua distanza da O.

Il problema da risolvere può dunque formularsi nel modo seguente:

« *Due punti* S *e* C (*Sole e Cometa*) *si attraggono con la legge di Newton. Essi sono inoltre ambedue attratti da un punto fisso* O *con forza proporzionale alla distanza. Si domanda l'orbita descritta da* C *intorno ad* S ».

3. – Per giungere alla soluzione, cominciamo ad osservare che le accelerazioni di S e di C, dovute all'attrazione del gruppo, sono allora date, in noti simboli vettoriali, da $\lambda(O-C)$ e $\lambda(O-S)$, dove λ è una costante positiva.

L'accelerazione perturbatrice del moto relativo di C intorno ad S, sarà quindi uguale alla loro differenza vettoriale e cioè a $\lambda(S-C)$. Ne segue che la cometa si muove intorno al sole come se il gruppo stellare non esistesse, e come se essa fosse attratta dal sole con una forza producente un'accelerazione uguale ad $\frac{fM}{r^2}+\lambda r$; dove, al solito, indichiamo con f, M, r, il coefficiente attrattivo, la massa solare, ed il raggio vettore. La massa μ della cometa è naturalmente trascurabile rispetto ad M.

Ne segue che il moto di C intorno ad S è piano ed ha luogo con la legge delle aree, perchè la forza è centrale: di più, poichè la forza stessa è funzione soltanto della r, il problema si riduce alle quadrature.

Per il nostro scopo però, basta scrivere l'integrale dell'energia:

$$v^2=\left(\frac{dr}{dt}\right)^2+\frac{c^2}{r^2}=\frac{2Mf}{r}-\lambda r^2+2h \tag{1}$$

dove c ed h indicano le costanti delle aree e delle forze vive.

4. – Prendiamo ora come unità di tempo l'anno sidereo e come unità di lunghezza la distanza media della terra dal sole: trascurando la massa terrestre rispetto a quella solare avremo allora la nota relazione: $Mf=4\pi^2$.

D'altra parte l'accelerazione del sole è uguale, come abbiamo visto, a $\lambda(O-S)$: perciò, come insegna la Meccanica, esso descriverà un'orbita ellittica avente per centro O, in un tempo T dato dalla relazione: $T\sqrt{\lambda}=2\pi$. Infine, se chiamiamo con q la distanza perieliaca della cometa, e supponiamo che l'orbita osculatrice al perielio sia esattamente parabolica, avremo la nota equazione: $c^2=2Mfq=8\pi^2q$.

Con queste posizioni la (1) ci dà:

$$\left(\frac{dr}{dt}\right)^2=2h+4\pi^2\left[\frac{2}{r}-\frac{2q}{r^2}-\frac{r^2}{T^2}\right]. \tag{2}$$

Ora la velocità radiale si annulla al perielio ed all'afelio: esprimendo quindi la condizione che i due membri della (2) si annullino per $r = q$ e per $r = R$ e sottraendo, otterremo con alcune riduzioni:

$$R^4 - q^2 R^2 - 2T^2 R + 2qT^2 = 0. \tag{3}$$

Sarebbe facile dimostrare — se lo spazio lo permettesse — che questa equazione del 4° grado ammette due — e due sole — radici reali positive, di cui una q è già nota, mentre l'altra R può calcolarsi con i noti metodi algebrici.

Eseguendo il calcolo e ricordando che R è certamente assai grande rispetto a q, l'espressione risolutiva si riduce, con alcuni passaggi che per mancanza di spazio non possiamo riprodurre, a:

$$R = \sqrt[3]{2T^2}. \tag{4}$$

Questa formula semplicissima ci dà la distanza massima (afeliaca), raggiunta da una cometa la cui orbita è esattamente parabolica al perielio. Com'è stato detto T è misurato in anni, ed R nell'ordinaria unità astronomica (semiasse magg. dell'orbita terrestre).

5. – Servendoci della (4) calcoliamo facilmente la seguente

TABELLA.

T	R	T	R	T	R
1.000.000	12.600	30.000.000	122.000	100.000.000	271.000
10.000.000	58.500	40.000.000	147.000	150.000.000	356.000
20.000.000	92.800	50.000.000	171.000	200.000.000	431.000

Per discutere questi valori, ricordiamo che le stelle più vicine sono: *α Centauri* ad una distanza di circa 280.000: la stella di Barnard, la 21185 *Lalande* e *Sirio* a distanza di circa 500.000; la 36 *Ophiuci*, la 61 *Cygni*, la 130 Piaz (0^h), ad oltre 600.000 ecc. Se escludiamo il caso particolare in cui il moto della cometa sia diretto verso questi pochi astri ora nominati, vediamo dalla nostra tabella che *affinchè un'eventuale cometa esattamente parabolica sia di origine stellare*, T *deve essere uguale ad almeno cento o centocinquanta milioni di anni.*

Molti astronomi credono, è vero, che T abbia un valore anche superiore; ma nulla si sa con certezza. *Nel dubbio in cui siamo, dovremo perciò riservare ogni giudizio qualora ci apparisse qualche cometa con orbita parabolica o debolmente iperbolica* [1]. Potremo soltanto dire che, se tali comete

[1] Dagli studi dello Strömgren, del Fabry e del Thraen sembra che fin ad ora non sia stata osservata alcuna cometa realmente parabolica od iperbolica. Il risultato, certa-

appartengono al sistema solare, esse avranno un periodo estremamente lungo, misurabile in secoli piuttosto che in anni. Perciò, in armonia con la nomenclatura classica della meccanica celeste, io proporrei di chiamarle *Comete secolari*, riservando alle ordinarie comete (delle famiglie di Giove, Saturno, Urano e Nettuno) il nome di *Comete periodiche*. E come abbiamo visto, il problema dell'origine delle *Comete secolari* si connette in modo stretto ed inatteso con quello del movimento del sole nello spazio.

Matematica. — *Sulla varietà degli spazi tangenti a una data varietà*. Nota II [1] di ALESSANDRO TERRACINI, presentata dal Socio C. SEGRE [*].

4. Per risolvere il problema B) per $k = 3$, $g = 2$, occorre dunque ricercare le V_3 integrali di un sistema di due equazioni di Laplace, le cui coniche associate contengono come parte una stessa retta r. Disponendo in modo opportuno dei parametri cui si riferiscono i punti della V_3, si può supporre che quel sistema di equazioni leghi linearmente fra loro, in due modi diversi, i punti

$$x\,,\ x^{(1)}\,,\ x^{(2)}\,,\ x^{(3)}\,,\ x^{(11)}\,,\ x^{(12)}\,,\ x^{(13)}\,. \tag{7}$$

La V_3 rientra dunque in una categoria già considerata dal prof. Segre [2]: applicando una sua osservazione, possiamo perciò dire che *le* V_3, *per cui* $g = 2$ *sono le* V_3 *generiche* [3] *tra quelle solcate da* ∞^2 *linee, tali che gli* ∞^1 S_3 *tangenti alle* V_3 *nei punti di una tal linea costituiscano una sviluppabile ordinaria (eventualmente degenere).*

Di più, *si possono assegnare, in modo esplicito*, (come verrà ora indicato) *le coordinate di un punto che descriva una tale* V_3, *in funzione di un oppor-*

---

mente importante, non deve però essere preso in modo assoluto. Prescindendo infatti da possibili lievi errori di osservazione, occorre correggere l'eccentricità dalle perturbazioni cagionate dall'attrazione dei pianeti; e tali correzioni, in generale, possono farsi praticamente solo col metodo delle *Perturbazioni speciali*. Ora, com'è noto, l'esattezza di questo metodo diminuisce quanto più si prolunga l'intervallo di tempo a cui estendiamo il calcolo. Potremo dunque correggere l'orbita dalle perturbazioni prodotte nelle vicinanze di quel passaggio al perielio che noi osserviamo, e non già dalle antiche perturbazioni avvenute nei passaggi precedenti. Il dubbio perciò continua a sussistere.

[1] Ved. la Nota I in questo volume dei Rendiconti, a pag. 130.

[*] Pervenuta all'Accademia il 14 luglio 1920.

[2] *Preliminari* ecc. cit. nella Nota I (ved. il n. 30).

[3] Colla parola *generiche* intendiamo dire che quelle V_3 non rappresentino altre eq. di Lap., se non quelle che traducono analiticamente la proprietà geometrica che loro serve di definizione.