

RE
A T T I
DELLA
REALE ACCADEMIA NAZIONALE
DEI LINCEI

ANNO CCCXVII.
1920

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXIX.

2° SEMESTRE.



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI
PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1920

RENDICONTI
DELLE SEDUTE
**DELLA REALE ACCADEMIA NAZIONALE
DEI LINCEI**

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

pervenute all'Accademia durante le ferie del 1920.

(Ogni Memoria o Nota porta a piè di pagina la data d'arrivo).

~~~~~

**Fisica.** — *Forze elastiche molecolari e vibrazioni che ne risultano.* Nota del Corrispondente MICHELE CANTONE<sup>(1)</sup>.

Se nello studio della elasticità l'indirizzo seguito finora, di assumere la pressione come elemento meccanico fondamentale, ha dato modo di stabilire rapporti fra le azioni deformatrici e le deformazioni, o di rappresentare legami fra tali enti ed influenze di varia natura, adottando in ogni caso il criterio di distribuzione corrispondente al concetto fittizio di continuità della materia, è naturale che, con la tendenza delle teorie fisiche moderne ad orientarsi verso sistemi di rappresentazione conformi alla natura reale discontinua dei corpi, ci si riferisca a preferenza alle forze agenti sulle singole monadi, giacchè, mentre la deformazione è individuata dalla medesima grandezza qualunque sia il numero di particelle sopra l'elemento di superficie, la forza effettiva su ciascuna di queste assume grandezze diverse dipendentemente dal numero di molecole distribuite sull'areola, e quindi la pura azione meccanica esterna non può considerarsi astraendo dalla qualità di materia che ne subisce l'effetto.

Nè vi sarà difficoltà ad attuare il passaggio, attesa la circostanza che in tutte le teorie molecolari dei solidi amorfi l'ipotesi di una struttura cubica è riconosciuta legittima ai fini dell'equivalenza allo stato reale; onde sarà lecito nel nostro caso ricorrere a questo ripiego per ottenere, in base al

(1) Pervenuta all'Accademia il 29 settembre 1920.

valore noto della costante  $N$  di Avogadro, la forza che si esercita sopra ogni molecola effettiva dello strato superficiale quando sia conosciuta la forza complessiva esterna che corrisponde ad una determinata area. Ciò importa che, denotando con  $a$  il lato del cubo elementare, fra la pressione  $p$  esercitata sul corpo (di densità  $\rho$  e di massa molecolare  $M$ ) e la forza  $F_1$  che ne risulta per ogni molecola superficiale esiste la relazione

$$(1) \quad F_1 = pa^2 = \rho \left( \frac{M}{\rho N} \right)^{\frac{2}{3}}.$$

Alla forza  $F_1$  può farsi corrispondere la dilatazione  $\frac{\Delta a}{a}$  per avere dal loro rapporto il *modulo elementare lineare* caratteristico di un corpo omogeneo ed isotropo sottoposto a pressione uniforme, modulo che è da supporre costante entro i limiti di perfetta elasticità. Epperò, avendosi per il modulo ordinario

$$K = \frac{pV}{\Delta V} = \frac{pa}{3\Delta a}$$

e per la (1)

$$(2) \quad K = \frac{F_1 a}{3a^2 \Delta a},$$

per il nuovo modulo  $K'$  si otterrà:

$$(3) \quad K' = 3a^2 K.$$

In modo analogo si procede nel caso degli scorrimenti assumendo per *modulo elementare di rigidità* il rapporto fra la forza tangenziale  $\Phi_1$  che agisce su ciascuna molecola e lo scorrimento  $\frac{\Delta b}{a}$  che questa subisce. Si avrà allora per il modulo ordinario:

$$n = \frac{\Phi_1 a}{a^2 \Delta b} = \frac{n'}{a^2},$$

da cui si ricava la formula relativa al modulo elementare

$$n' = a^2 n;$$

ed è facile dedurre similmente la relazione che lega il *modulo elementare di trazione*  $E'$  al modulo di Young  $E$ , come quella fra gli elementi analoghi  $E'_t$   $E_t$  in corrispondenza alle dilatazioni longitudinali non accompagnate da contrazioni trasversali; vale a dire:

$$E' = a^2 E \quad , \quad E'_t = a^2 E_t.$$

Abbiamo dunque in ogni caso un mezzo semplice per passare dall'ordinario al nuovo sistema, ed il coefficiente  $a^2$  che compare nelle nostre for-

mule finali è appunto la grandezza che può servire a mettere in evidenza la distribuzione delle forze esterne sulle molecole dello strato limite del corpo. Il fattore di riduzione è la potenza di grado  $\frac{2}{3}$  del volume molecolare effettivo, ossia di quella grandezza che nella classificazione degli elementi può bastare da sola a stabilire il loro raggruppamento in serie; onde la modificazione qui proposta rispecchia un ordine d'influenze subordinate alla grande legge che governa la struttura atomica delle sostanze semplici. Solo nel caso della compressibilità il fattore di riduzione è  $3a^2$ , ma ciò dipende dalla circostanza che nella teoria ordinaria si assume la dilatazione cubica per individuare la modificazione subita dal corpo, laddove con la proposta che io faccio l'elemento cinematico è la dilatazione lineare, il che risponde ad un criterio di completa uniformità quando importi paragonare gli effetti delle varie specie di reazioni elastiche.

Tolta l'influenza che deriva dall'adozione di questo criterio, i rapporti fra le varie specie di elasticità rimangono immutati a causa dell'anzidetto fattore  $a^2$  che interviene in tutte le formule stabilite per i corpi isotropi: non così accade per gli anisotropi; ma la trattazione del problema richiederebbe in tal caso la conoscenza della particolare struttura dell'edificio molecolare, e perciò potrà essere fatta in un secondo tempo.

Le cose dette trovano applicazione in vari rami della fisica, e specialmente nei problemi in cui le forze elastiche si oppongono ad azioni che sollecitano i singoli atomi o le cariche elettriche in essi contenute; e non è escluso che dallo studio della resistenza dei materiali si abbiano elementi per un giudizio quantitativo sulla coesione e sui caratteri essenziali della plasticità; ma per ora mi limito ad alcuni rilievi riguardanti le reazioni elastiche molecolari in rapporto alle vibrazioni atomiche.

La nozione di forze elastiche agenti su singoli punti in opposizione alle forze esterne offre un mezzo semplicissimo per trovare la frequenza caratteristica dei moti atomici secondo il concetto seguito da Einstein <sup>(1)</sup>. Egli immaginava i 26 atomi più vicini alla particella in esame distribuiti sopra una superficie sferica di raggio uguale alla distanza media, ed in tal modo per via approssimata perveniva alla formula

$$(4) \quad \nu = \frac{\sqrt[6]{6} N^{\frac{1}{3}} V^{\frac{1}{6}} K^{\frac{1}{2}}}{2\pi M^{\frac{1}{2}}},$$

dove, per una sostanza di massa molecolare  $M$  e di volume  $V$ ,  $K$  denota il modulo ordinario di compressibilità cubica.

(1) Ann. der Phys., 34, pag. 170, an. 1911.

Ora evidentemente la reazione elastica che si desta per uno spostamento  $Aa$  di un atomo del sistema immaginando, come fa Einstein, che gli altri restino di posizione invariabile è doppia della  $F_1$  che compare nella (2); e potendosi pertanto porre  $\frac{F_1}{Aa} = 6aK$ , per il moto armonico che ne risulta si avrà una frequenza data dalla formula

$$(4)' \quad \nu_k = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{6aKN}{M}}$$

che con passaggi semplici si dimostra coincidere con la (4).

Da coloro che si sono occupati di vibrazioni degli atomi si è fatto notare che i valori dedotti dalla (4), pure risultando dell'ordine di grandezza della frequenza limite a cui porta la teoria di Debye sui calori specifici, non offrono per siffatta frequenza una indicazione attendibile; tuttavia non sarà superfluo rilevare che a risultati più concordanti si arriva in base alle (4) qualora per la costante  $N$  di Avogadro si assuma il valore  $6,06 \times 10^{23}$  ricavato da Millikan con metodo rigoroso. Si ha infatti

|                                      | Sn   | Bi   | Cd   | Pb   | Al   | Ag   | Au   | Cu   | Ni   | Fe   | Pt   |
|--------------------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| per $\nu_k \times 10^{-12}$ ,        | 3,51 | 2,13 | 3,06 | 2,63 | 8,08 | 4,88 | 4,58 | 6,65 | 7,81 | 7,77 | 4,60 |
| e per $\nu_{\max} \times 10^{-12}$ , | 3,83 | 2,30 | 3,48 | 1,49 | 8,26 | 4,39 | 3,44 | 6,81 | 9,01 | 9,67 | 4,68 |

Siamo certamente lontani da una coincidenza, ma il divario fra le due serie di valori non è così marcato come si manifesta adottando per la costante di proporzionalità nella (4) il valore  $2,54 \times 10^7$  dedotto in modo quasi empirico.

Che non si possa parlare di coincidenza è facile intendere considerando che uno stato di moto vibratorio più o meno stazionario in un solido non è possibile senza che vengano in giuoco le forze elastiche inerenti alla propagazione delle onde longitudinali e trasversali; quindi il problema relativo alle condizioni dinamiche stazionarie può essere posto nei suoi giusti termini solo quando compaiono le velocità rispettive, anche perchè allora vien meno da sè la supposizione (non rigorosa per una teoria molecolare) di particelle che si spostano rispetto ad altre considerate immobili; tuttavia il non grave disaccordo fra le  $\nu$  date dalle (4) e le corrispondenti  $\nu_{\max}$  di Debye induce a ritenere che il limite messo in rilievo da questo fisico per lo spettro di frequenze compatibili con l'agitazione termica speciale dei solidi non sia molto diverso dai valori di  $\nu$  deducibili per moti armonici delle singole particelle in base ai legami caratterizzati dall'unico modulo della elasticità di volume.

L'attendibilità dei valori ricavati dal Debye per i calori specifici non può mettersi in dubbio, in quanto che a giustificare tutto il processo seguito

per ottenerli è sufficiente il mirabile accordo dei risultati teorici con quelli sperimentali; parmi però che resti ancora da mettere in chiaro qualche punto che si riferisce alla interpretazione della formola finale della seconda parte di quel lavoro.

Nella teoria di Debye si parte del concetto di Planck, di aversi per ogni frequenza caratteristica  $\nu$  delle vibrazioni atomiche l'ammontare di energia  $\frac{h\nu}{e^{k\nu} - 1}$ ; ma si pone la condizione generale che i moti vibratori

siano quelli forniti dalla teoria elastica dei mezzi continui per ciò che riguarda la legge di distribuzione delle frequenze, mentre se ne limita il numero totale a  $3N$ , quante cioè se ne debbono avere in un reticolo spaziale di  $N$  punti occupanti il volume  $V$ . Si viene così ad introdurre un limite massimo  $\nu_{\max}$  per le frequenze, limite che è dato dalla relazione del noto tipo

$$(5) \quad h\nu_{\max} = k\Theta,$$

dove  $\Theta$  può assumersi come una temperatura assoluta caratteristica della sostanza in esame; epperò la scelta di questa relazione, del tutto arbitraria, viene giustificata dall'accordo quasi perfetto fra i risultati della teoria ed i valori ottenuti sperimentalmente per i calori specifici nel campo termico in cui si rendono manifeste le deviazioni dalla legge di Dulong e Petit fin quasi *allo zero assoluto*.

La determinazione della costante  $\Theta$ , che permette di uniformare il comportamento delle varie sostanze rispetto alla legge di variazione del calore specifico a volume costante (in quanto lo si può esprimere per mezzo di una funzione universale di  $\frac{T}{\Theta}$ ), è subordinata alla conoscenza di  $\nu_{\max}$ , e questa alla sua volta è data dalla relazione

$$(6) \quad 3N = \frac{4\pi}{3} V \left( \frac{2\nu_{\max}^3}{v_t^3} + \frac{\nu_{\max}^3}{v_l^3} \right),$$

in cui  $v_t$  e  $v_l$  denotano le velocità di propagazione delle onde trasversali e longitudinali<sup>(1)</sup> ed  $N$  rappresenta la costante di Avogadro se per  $V$  si assume il volume atomico.

(1) Nelle formole di Debye al posto di  $v_t$  e  $v_l$  trovansi le espressioni  $\left(\frac{\mu}{\rho}\right)^{\frac{1}{2}}$ ,  $\left(\frac{\lambda + \mu}{\rho}\right)^{\frac{1}{2}}$ ; ma ho creduto di poter fare la sostituzione attenendomi alla teoria dei sistemi elastici continui seguita dal Debye. A rigore non si potrebbe non fare una riserva tenuto conto che nella teoria molecolare di Born e Kármán (Phys. Zeits., 13, pag. 397), le velocità di propagazione, per lunghezze d'onda paragonabili con la distanza di due punti contigui, risultano un po' minori delle ordinarie  $v$ ; me le deduzioni degli autori sono di carattere approssimato, e semplificate per giunta in modo non del tutto legittimo; sicchè per ora la questione si può ritenere impregiudicata, specialmente se si guarda al concetto generale delle mie deduzioni.

Risultando in ogni caso  $\frac{V}{N}$  uguale al volume  $a^3$  spettante ad una molecola effettiva, ed essendo in generale  $\frac{v}{v}$  l'espressione di una lunghezza d'onda, alla precedente relazione stabilita dal Debye daremo la nuova forma

$$(6)' \quad 3 = \frac{4}{3} \pi a^3 \left( \frac{2}{\lambda_{tm}^3} + \frac{1}{\lambda_{tm}} \right),$$

dove, invece delle frequenze massime, compariscono le rispettive lunghezze d'onda minime. Posto dunque un limite ed una struttura discontinua, come per serie di righe, allo spettro di frequenze che risulterebbe compatibile con le proprietà elastiche dei solidi, si perviene ad una relazione che può dirsi equivalente alla (6), ma che sembra più consona alla natura del problema nel senso di aversi, in luogo di un risultato valido dal punto di vista formale, l'affermazione di un concetto avente significato fisico preciso.

Ed invero l'ipotesi del Debye che debba esistere una sola frequenza limite non appare del tutto legittima quando si pensi che nei solidi esistono due specie di propagazione con velocità distinte, ed attesa la posizione pressochè invariabile dei loro atomi non si saprebbe concepire un sistema di moti vibratorî stazionari per i quali non fossero i ventri, o i nodi, coincidenti con la posizione media delle particelle materiali, sicchè si sarebbe spinti ad ammettere un valore limite, non per la frequenza, ma per la lunghezza d'onda relativa alle due specie di propagazione; ed in tale ipotesi dalla (6)' si otterrebbe per siffatta lunghezza:

$$\lambda_m = a \sqrt[3]{\frac{4}{3} \pi} = 1,612 a.$$

Era da aspettarsi per il coefficiente numerico il valore 2 perchè con una struttura tetraedrica (equivalente a quella di un corpo solido amorfo) è del tutto ammissibile una semilunghezza d'onda minima data dallo spigolo del cubo elementare; ma il risultato diverso non può farci meraviglia ove si consideri che il valore dedotto in base alla (6), la quale implicitamente suppone che si abbia un'unica frequenza limite, non può che rendere manifesto il contrasto fra questa ipotesi e l'altra da me inclusa, per quanto il divario rispetto alle previsioni sia tale da potersi dire raggiunto l'ordine di grandezza.

E che la mia opinione non sia priva di fondamento mostrerò modificando la relazione fondamentale (5) in guisa da porre in evidenza sotto forma addittiva i contributi delle onde trasversali e longitudinali, e cioè ponendo

$$(7) \quad h(2\nu_{l \max} + \nu_{t \max}) = 3k\theta,$$

dove  $\theta$  è una nuova costante che corrisponde all'ipotesi apparentemente

arbitraria di attribuire alle onde trasversali un contributo doppio di quello ammesso per le longitudinali, il che del resto emerge del pari dalla (6) ottenuta dal Debye in modo rigoroso dal punto di vista della teoria elastica applicata ai mezzi formati da un numero discreto di punti materiali (1).

Posto  $\nu_{t \max} = \frac{v_t}{\lambda_{tm}}$  e  $\nu_{l \max} = \frac{v_l}{\lambda_{lm}}$ , qualora si faccia  $\lambda_{tm} = \lambda_{lm} = 2a$  si potrà scrivere in luogo della (7):

$$(7') \quad \frac{h}{2a} (2\nu_t + \nu_l) = 3k\theta,$$

donde risulta:

$$(8) \quad \theta = \frac{h}{6ak} (2\nu_t + \nu_l),$$

laddove in base alle (5) e (6) la costante  $\theta$  di Debye viene espressa dalla formula

$$\theta = \frac{h}{ka} \left( \frac{9}{4\pi} \frac{1}{\frac{2}{v_t^3} + \frac{1}{v_l^3}} \right)^{\frac{1}{3}}.$$

Eppure, fatti i calcoli, si trova che i valori ottenuti con le due formule coincidono, come può vedersi dall'annesso specchietto, eccezione fatta di poche divergenze per le quali è da notare che le  $\theta$  da me calcolate si avvicinano di più, specialmente nel caso del piombo, alle  $\theta$  osservate, cioè dedotte mediante i calori specifici per i metalli studiati da Nernst e dai suoi allievi.

|                   | Sn  | Bi  | Cd  | Pb | Zn  | Al  | Ag  | Au  | Cu  | Ni  | Fe  | Pd  | Pt  | Ir  |
|-------------------|-----|-----|-----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $\theta$ =        | 183 | 110 | 166 | 71 | —   | 395 | 210 | 165 | 326 | 431 | 427 | 253 | 224 | —   |
| $\theta$ =        | 177 | 107 | 165 | 94 | 284 | 396 | 218 | 180 | 322 | 412 | 434 | 284 | 234 | 236 |
| $\theta_{oss.}$ = | —   | —   | —   | 95 | —   | 396 | 215 | —   | 309 | —   | —   | —   | —   | —   |

Vi è dunque motivo di credere che nel procedimento del Debye deve potersi ricavare la  $\theta$  servendosi di una proprietà addittiva conforme a quella cui si riferisce la (7) da me stabilita, vale a dire ponendo invece della (5):

$$(5') \quad k\theta_t = h\nu_{t \max}, \quad k\theta_l = h\nu_{l \max},$$

con la condizione che sia

$$\theta = \frac{2\theta_t + \theta_l}{3} = \frac{h}{3k} (2\nu_{t \max} + \nu_{l \max});$$

(1) Il particolare di cui qui si parla risponde evidentemente al fatto che per lo spostamento di un punto del reticolo a struttura tetraedrica in direzione di uno qualunque degli spigoli del cubo elementare si destano tre reazioni elastiche, una di pura dilatazione longitudinale e due di scorrimento.



e nello stesso tempo si avrebbe un argomento a favore della ipotesi, accennata già da Sutherland, Madelung, Born e Kármán<sup>(1)</sup>, che vi sia una lunghezza d'onda minima coincidente col doppio dello spigolo del cubo elementare in un reticolo spaziale a struttura tetraedrica.

Considerata sotto questo nuovo aspetto la questione del limite da attribuirsi al sistema di moti vibratorii compatibili con le proprietà elastiche di un solido, le frequenze massime, caratterizzanti secondo Debye le singole sostanze, sarebbero da ammettere solo da un punto di vista formale, e cioè come atte a definire le temperature  $\Theta$  di transizione fra lo stato solido vero e proprio e lo stato parzialmente pastoso.

Ad ogni modo quanto sopra si è esposto in ordine alla interpretazione dei risultati per le vibrazioni atomiche non menoma per nulla il pregio della ricerca di Debye sulla determinazione teorica dei calori specifici in base alle proprietà elastiche, giacchè i precedenti rilievi si riferiscono, più di ogni altro, al significato fisico delle costanti  $\nu_{\max}$ , non sembrando legittimo che si parli di una frequenza limite piuttosto che di una lunghezza d'onda minima. E ciò non apparirà privo di interesse ove si tenga presente che il particolare di cui ci occupiamo, pure essendo il portato di una teoria elastica dei mezzi continui, suggerisce un indirizzo fondato sulla costituzione molecolare come più adatto allo studio dei problemi riguardanti le azioni termoelastiche nei solidi.

Che tale indirizzo sia consentaneo anche allo studio dei calori specifici può argomentarsi dal successo notevole ottenuto con la particolare formula stabilita da Nernst e Lindemann<sup>(2)</sup> prendendo le mosse dalla geniale indagine schematica di Einstein<sup>(3)</sup> sui calori specifici degli elementi, giacchè in fondo i primi eseguirono nel campo molecolare una ricerca del tipo di quella istituita poi dal Debye, ma si arrestarono solo al primo armonico basso dell'ipotetica frequenza semplice di Einstein; ed il grande vantaggio realizzato starebbe ad indicare che basta arrestarsi ad una lunghezza d'onda doppia della minima caratteristica del solido per rendere conto quasi esattamente della legge di variazione del suo calore specifico nell'intervallo termico in cui più complicata appare questa legge.

Veramente anche nella deduzione di Nernst e Lindemann si parla di valori della frequenza; e non può mettersi in dubbio che questo elemento sia atto a riassumere le condizioni dinamiche dell'atomo in vari problemi che si riferiscono alle radiazioni; ma non è detto che il periodo del moto vibratorio atomico abbia rapporto semplice di dipendenza col moto degli

(<sup>1</sup>) Ved. *Phil. Mag.*, 20, pag. 657, an. 1910; *Phys. Zeits.*, 11, pag. 898, an. 1910; *Phys. Zeits.*, 13, pag. 297, an. 1912.

(<sup>2</sup>) *Zeits. f. Elektroch.*, pag. 817, an. 1911.

(<sup>3</sup>) *Ann. der Phys.*, 22, pag. 180, an. 1907.

elettroni esercitanti funzione ottica autonoma, anzi, avuto riguardo all'ordine di grandezza ( $10^{15}$ ) che si desume per la frequenza degli elettroni liberi dalle ricerche di spettrologia e dalle indagini teoriche sulla struttura dell'atomo, è facile comprendere che la frequenza limite di Debye dipende in ultima analisi dalle condizioni di moto stazionario che si determinano nello aggruppamento degli atomi. È naturale quindi pensare che le bande di assorbimento nell'ultravioletto con frequenze dell'ordine di grandezza di  $10^{12}$ , intraviste dalla teoria della dispersione come caratteristiche delle particelle materiali aventi la massa di un atomo e riscontrate sperimentalmente in alcuni casi, rappresentino *effetti di risonanza* per un meccanismo di azione con sede nelle particelle materiali. Tale meccanismo si esplicherebbe con la regolarità che deriva dalla distribuzione degli atomi in virtù d'impulsi irregolari, probabilmente di origine elettrica, paragonabili a quelli per cui si eccita una corda tesa o una canna sonora; sicchè lo spettro di assorbimento si estenderebbe, a partire dall'ultravioletto, sino alle frequenze che di solito si attribuiscono alle azioni elastiche, ma la loro efficacia, rispetto ai fenomeni termici, si rende particolarmente sensibile con le frequenze che corrispondono ad una lunghezza d'onda doppia della distanza media fra gli atomi.

Fisica matematica. — *Teoria del condensatore elettrico a piatti circolari* (1). Nota II di ROCCO SERINI, presentata dal Socio T. LEVI-CIVITA (2).

4. RISOLUBILITÀ DELLE EQUAZIONI INTEGRALI. — Per dimostrare che le equazioni integrali (A<sub>2</sub>) (B<sub>2</sub>) sono risolubili in modo unico, basterà dimostrare che le corrispondenti equazioni omogenee hanno l'unica soluzione  $\psi = 0$ , quindi che  $\frac{1}{\pi}$  e  $-\frac{1}{\pi}$  non sono parametri (o autovalori) pel nucleo. Consideriamo, per es., l'equazione omogenea corrispondente ad (A<sub>2</sub>):

$$(13) \quad \psi(s) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} e^{-iu} \psi(u) \left[ \frac{\text{sen}(u+s)a}{u+s} + \frac{\text{sen}(u-s)a}{u-s} \right] du.$$

Essa si deduce col ragionamento del § 3 dal sistema

$$(14) \quad \begin{cases} \int_0^{\infty} I_0(rs) s \psi(s) ds = 0 & \text{per } r > a, \\ \int_0^{\infty} I_0(rs) (1 - e^{-is}) \psi(s) ds = 0 & \text{per } r < a. \end{cases}$$

(1) Vedi I Nota, questi Rendiconti, pag. 34.

(2) Pervenuta all'Accademia il 12 settembre 1920.