

ATTI  
DELLA  
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXC.

1893

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME II.

1° SEMESTRE



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1893

stesso modo, dando piccole scosse all'apparecchio, e riproducendo parecchie volte l'affioramento.

« Questo sferometro può in molti casi essere usato con uguale utilità e talora con vantaggio invece dello sferometro a vite micrometrica.

« Esso può essere usato per misurare il raggio di curvatura d'una superficie sferica. Un mezzo semplice a tale scopo è quello di fissare nell'interno del recipiente un treppiede rovesciato a punte acuminate e ridotte in un piano orizzontale, e misurare nel modo solito la distanza fra questo piano ed il piano orizzontale tangente alla superficie della lente collocata su di esse tre punte. Se però la superficie della lente fosse concava occorrerebbe fissarvi una punta di nota lunghezza.

« Una misura che riesce assai facilmente con questo sferometro è quella della lunghezza d'un filo corto, d'un cristallo aciculare, di un'astina acuminata alle due estremità ecc. Basterà fissarli verticalmente nell'interno del recipiente, fare affiorare il liquido alla estremità inferiore e misurare il volume di liquido occorrente per fare affiorare alla estremità superiore.

« Un altro caso nel quale l'uso dello sferometro a liquido è molto comodo e naturale è quello degli evaporimetri usati negli Osservatori meteorologici. La vite micrometrica che per ragioni di economia è ben lontana dalla perfezione, diviene anche peggiore in seguito dell'esposizione all'aria esterna. Siccome poi occorre ridurre ogni sera il livello del liquido allo stesso punto, è utile e comodo sopprimere la vite, sostituirvi una punta fissa (o meglio tre per determinare completamente la posizione della superficie dell'acqua), e misurare con una buretta la quantità d'acqua necessaria ogni sera per ristabilire l'affioramento; questa rappresenta evidentemente la quantità d'acqua evaporata nelle 24 ore. Si ha così un apparecchio di poco costo che non soffre nessun danno per l'esposizione all'aria libera, ed inoltre la misura dell'acqua evaporata si fa più rapidamente, più facilmente e con maggior sicurezza.

« Un'altra utile applicazione di questo sferometro si ha nella misura delle pressioni (idrostatiche ed elettrostatiche); ma a questo proposito sono ancora in corso esperienze che saranno oggetto d'un'altra Nota ».

**Fisica** — *Sulle isobare dei vapori.* Nota del prof. ANGELO BATTELLI, presentata dal Socio BLASERNA.

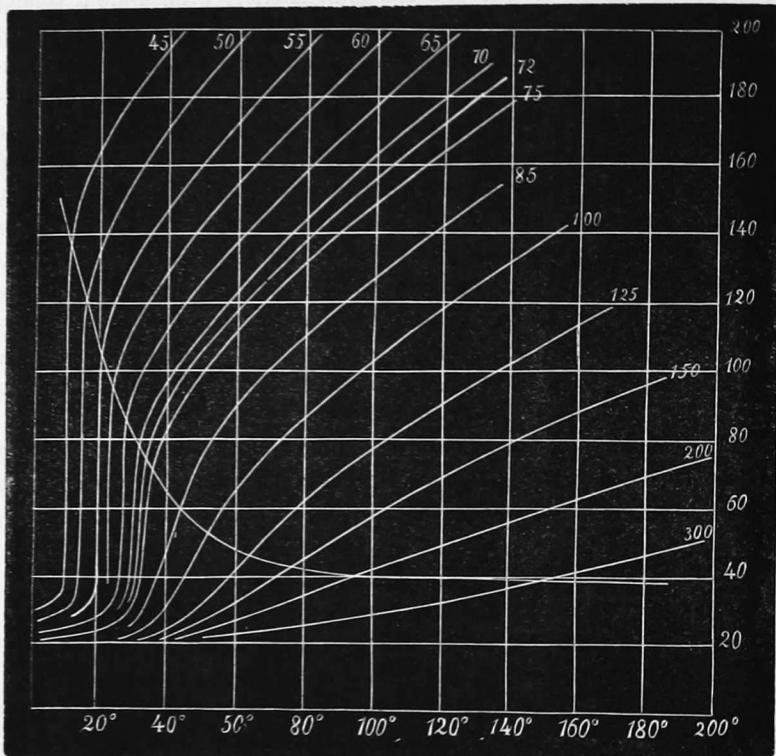
« 1. — Dopo il celebre lavoro di Andrews, in cui egli espose il diagramma delle isoterme dell'anidride carbonica, furono tentate altre rappresentazioni grafiche per esprimere sotto altro punto di vista il comportamento dei vapori, e specialmente per chiarire la nozione della continuità fra lo stato liquido e gassoso; così si provò a portare per ciascuna temperatura sopra un asse delle coordinate le pressioni e sull'altro le densità <sup>(1)</sup>; oppure sopra un asse

<sup>(1)</sup> Jamin, Journal de Physique. Sér. II, vol. X, p. 393 (1883).

le pressioni e sull'altro i prodotti delle pressioni pei volumi corrispondenti <sup>(1)</sup>; oppure ad assumere, per ciascun determinato volume (o densità), le temperature come ascisse e le pressioni come ordinate <sup>(2)</sup>.

« Ora, ho voluto costruire per diverse sostanze ( $\text{CO}_2$ ,  $\text{C}_2\text{H}_4$  e  $\text{H}_2\text{O}$ ) le curve di egual pressione o *isobare*, per vedere se tale rappresentazione offrisse vantaggio sotto qualche riguardo. E poichè la mia aspettativa non è rimasta delusa, riferisco qui brevemente i risultati di un tale studio, limitandomi a parlare dell'anidride carbonica, perchè abbiamo per essa un maggior numero di dati sperimentali a temperature molto superiori alla temperatura critica, e perchè le altre due sostanze, etilene ed acqua, si comportano come essa.

« 2. — I dati per la costruzione delle isobare dell'anidride carbonica furono dedotti dalle ultime esperienze di Amagat (*Nouveau réseau d'isothermes de l'acide carbonique*, loc. cit.). Nel presente diagramma, un millimetro sulle ascisse rappresenta due gradi di temperatura, e il millimetro nelle



(1) A. Battelli, *Sulle proprietà termiche dei vapori*. Memorie della R. Accademia delle scienze di Torino, ser. II, tom. XL, XLI, XLII, XLIII; e Amagat, *Compt. Rend.* (1891), II sem., p. 446.

(2) Wroblewski, *Wied. Ann.* Band. 29, p. 428 (1886); e A. Battelli, *ibid.*

ordinate rappresenta *due* decimillesimi dell'unità di volume assunta da Amagat (il volume di un grammo di anidride carbonica a 0°C. è sotto la pressione di un'atmosfera).

« Tutte le isobare, a partire dalle pressioni più basse fino a 70 atmosfere, cominciano con un tratto rettilineo leggermente inclinato sull'asse delle ascisse, indi si convertono in una retta verticale, e infine continuano in una curva concava verso l'asse medesimo delle ascisse, la quale tende, alle temperature più alte, a convertirsi a poco a poco in una linea retta.

« È superfluo il dire che il primo tratto rettilineo appartiene allo stato liquido, che il tratto verticale rappresenta il passaggio dallo stato liquido allo stato gassoso, e che l'ultima curva concava spetta allo stato di vapore.

« Giunti alla pressione di 72 atmosfere, il tratto rettilineo verticale comincia a sparire, e vien sostituito da una curva flessuosa, la quale, di mano in mano che la pressione si fa più grande, va inclinandosi sempre di più verso l'asse delle ascisse. Per cui a pressioni altissime, di 400, 500, ecc. ecc... atmosfere, tendendo i tratti estremi delle isobare ad uguagliare sempre maggiormente la loro inclinazione, la curva flessuosa che li riunisce diventa sempre meno accentuata, finchè le isobare assumono l'aspetto di curve con un punto di debole flesso.

« Se si congiungono le estremità superiori dei tratti rettilinei delle isobare di sopra, e poi i punti di flesso delle isobare di sotto, si ottengono due curve regolari, che assai bene si raccordano l'una all'altra.

« 3. — Una prima particolarità delle isobare si è quella di mostrare a colpo d'occhio la divergenza della sostanza allo stato gassoso dalla legge di Gay-Lussac, secondo la quale le isobare dovrebbero essere linee rette. Così, facilmente si possono dedurre le leggi che io avevo trovato nello studio « *Sulle proprietà termiche dei vapori* » riguardo al coefficiente di dilatazione termica sotto pressione costante, che, cioè: 1.° tali coefficienti aumentano col diminuire della temperatura, e tanto più rapidamente quanto più il vapore si avvicina alla liquefazione; 2.° che i valori dei coefficienti medesimi, dentro gli stessi limiti di temperatura, aumentano col crescere della pressione sotto cui trovansi il vapore.

« Di più dal presente diagramma si ricava subito che le stesse leggi valgono anche per le isobare che non hanno più il tratto rettilineo verticale — che, cioè, spettano a stati della materia *al disopra del punto critico* —; quando alla parola « liquefazione » si sostituisca l'espressione « punto di flesso delle isobare ».

« Appena, nelle isobare che spettano alle pressioni minori, si è giunti discendendo all'estremità superiore dei tratti verticali, il coefficiente di dilatazione del vapore, che è andato sempre crescendo, assume improvvisamente un valore infinito; e passando poi allo stato liquido, il coefficiente stesso comincia a diminuire. Nelle isobare che non hanno più il tratto rettilineo, il

coefficiente di dilatazione va nel discendere aumentando, e immediatamente al disotto del punto di flesso non diviene infinito, ma tuttavia, specialmente per le prime di esse (75 atm., 80 atm. ecc...), diviene molto grande, subendo nel punto medesimo una piccola variazione, che si rende sempre meno sensibile di man in mano che si passa ad isobare spettanti a pressioni maggiori; poco di poi esso coefficiente prende a diminuire, come si era dianzi osservato per lo stato liquido ordinario.

« Per tutto ciò si ha un'altra ragione a presumere che i punti di flesso nelle isobare di sotto, abbiano lo stesso significato dei punti estremi dei tratti verticali nelle isobare di sopra; oltre a quella, già accennata, che gli uni e gli altri si dispongono bene sopra una medesima curva.

« Per chiarire meglio la cosa, richiamo una delle conclusioni a cui sono arrivato in un recente studio sperimentale: *Sullo stato della materia nel punto critico* (1); che, cioè, la temperatura critica è quella alla quale la coesione fra le particelle liquide è tanto diminuita che esse non si tengono più collegate insieme, ma si spandono per tutto l'ambiente in cui sono contenute. — Ora s'immagini di raffreddare l'anidride carbonica allo stato di vapore, sotto una pressione costante qualsiasi, di 50 atm. per es., finchè il vapore comincia a condensarsi. Da questo momento sino al termine del passaggio allo stato liquido, il volume del vapore diminuisce senza che cangi la temperatura. Questo si ripete a ciascuna pressione inferiore alla pressione critica; ma a pressioni più grandi, quando il vapore è arrivato al punto in cui dovrebbe condensarsi, esso trovasi al disopra della temperatura critica; e quindi cominciano a formarsi bensì gli aggregati molecolari che corrisponderebbero allo stato liquido a quella temperatura, ma questi non si riuniscono insieme in una massa che si depositi al fondo del recipiente; invece rimangono mescolati al vapore, dimodochè il fluido subisce una variazione di volume corrispondente soltanto alla formazione di questi aggregati più complessi; variazione che diverrà sempre più piccola, di mano in mano che il fenomeno avviene a temperature, e quindi a pressioni più alte.

« 4. — Alla medesima conclusione intorno alle proprietà dei punti di flesso delle isobare si arriva calcolando i coefficienti:

$$k = \frac{1}{v} \frac{v_1 - v_2}{p_1 - p_2}$$

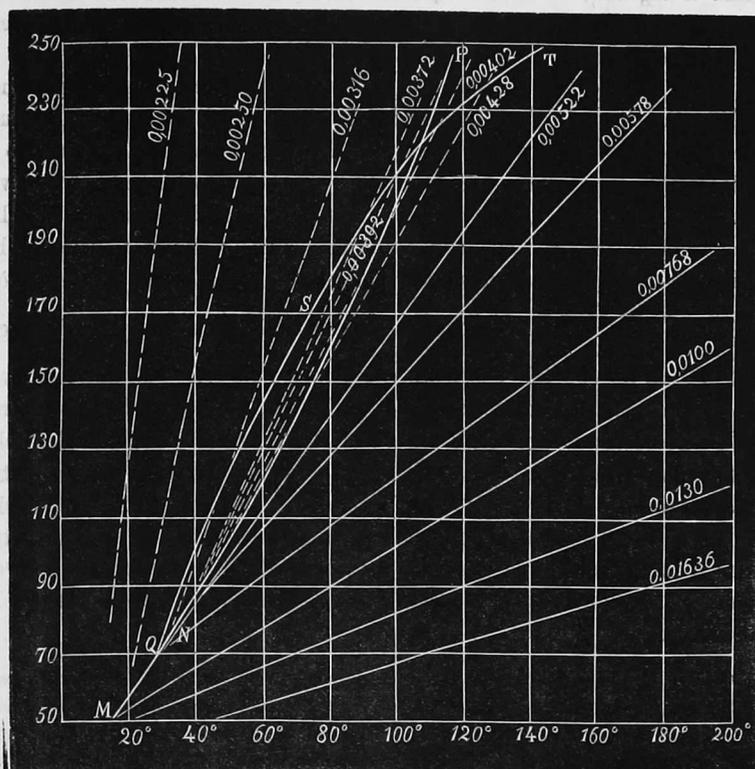
per le diverse temperature. Fra le curve descritte a ciascuna temperatura coi valori di  $k$  in funzione di  $v$ , quelle che spettano a temperature inferiori alla critica, subiscono un'interruzione appena giunti alla liquefazione; e quelle che spettano a temperature superiori assumono una piega, il cui principio corri-

(1) Atti del R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti (Seduta del 7 agosto 1892).

sponde ai punti di flesso delle isobare, come si può vedere dalla seguente tabella:

Temperatura	$v$ corrispondente alla piega delle curve $k$	$v$ corrispondente al punto di flesso delle isobare.
35° C.	0.005480	0.005500
40 "	0.004790	0.004750
50 "	0.004610	0.004550
60 "	0.004440	0.004420

« 5. — Le isobare stesse offrono anche un altro indizio, che la conclusione a cui sono giunto intorno allo stato della materia nel punto critico sia conforme al vero.



« Se si descrive la curva della liquefazione o delle tensioni massime, prendendo come ascisse le temperature e come ordinate le tensioni del vapor saturo, e poscia la curva che ha per ordinate le pressioni spettanti al punto di flesso

di tutte le isobare poste al di là della pressione critica; si trova che la seconda si dispone perfettamente sul prolungamento della prima, conservandone sempre il medesimo andamento.

« Le due curve, nel presente diagramma, sono rappresentate da MN ed NP.

« Wroblewski (loc. cit.) accanto alla curva delle tensioni massime MN, invece della curva NP, aveva descritto la curva che si ottiene assumendo per ordinate le pressioni corrispondenti ai valori minimi che i prodotti  $pv$  (della pressione pel volume) assumono a ciascuna temperatura. Tale curva nel presente diagramma è rappresentata da QST.

« Come si vede, questa curva non soltanto al disopra della temperatura critica ha un andamento alquanto diverso del prolungamento di MN, tantochè le due curve, dopo essersi scostate notevolmente l'una dall'altra, ad una certa altezza si tagliano, continuando poi in direzioni molto differenti; ma anche prima della temperatura critica, a circa 20°C., esse cominciano già ad essere due curve distinte.

« A dir vero, Wroblewski non poteva accorgersi che il prolungamento di MN e la curva QST si tagliassero ad una certa altezza, perchè in quel tempo non erano ancora pubblicati i dati sperimentati di Amagat fino a quella temperatura; come difficilmente, pei dati di cui allora egli disponeva, poteva risultargli che le due curve si scostassero l'una dall'altra prima della temperatura critica. Tuttavia egli cadde in qualche inesattezza quando volle dimostrare che la seconda fosse il prolungamento della prima. Egli calcolò i

quozienti  $\frac{d_1 - d}{p_1 - p}$  (le  $d$  rappresentano le densità, le  $p$  le pressioni), e gli parve di trovare che tali quozienti, che prima della temperatura critica avevano il loro massimo sulla curva di liquefazione, al disopra della temperatura critica stessa lo avessero sulla curva QST. Invece è facile vedere che ciò non è vero: ad esempio, l'ordinata rappresentante il massimo che spetta alla temperatura di 40°C., deve giungere nel diagramma di Wroblewski fra le isopieche 0,40 e 0,45, e quindi necessariamente al di sotto di detta curva; e così l'ordinata del massimo corrispondente alla temperatura di 80°C. giunge pure molto al di sotto della curva stessa, dovendo terminare fra le isopieche 0,35 e 0,40 (1).

(1) Non ha poi alcun significato l'*isopieca critica* introdotta da Wroblewski; essa dovrebbe appartenere alla minima densità che la sostanza può assumere allo stato liquido. Il Wroblewski fu indotto a quel concetto dal vedere che l'isopieca 0,5 del suo diagramma si avvicina superiormente alla curva principale seguendola per un buon tratto, e quindi concluse che quando si perfezionassero i mezzi d'osservazione l'isopieca 0,5 (o altra ad essa prossima) dovrebbe coincidere colla curva principale stessa. I nuovi dati, più esatti e più numerosi di quelli di cui poteva disporre Wroblewski, dimostrano invece che una isopieca (o un'isocora) non può coincidere con la QST, la quale, oltre a tutto, giunta a una certa temperatura, si ripiega verso il basso.

« È difficile dare il significato fisico di questa curva QST. Considerandola a temperature relativamente basse, viene in mente che il suo innalzarsi al di sopra della curva di liquefazione sia dovuto al fatto, che seguitando a ridurre il volume di un vapore a temperatura costante, dopo cominciata la condensazione, la tensione del vapore stesso continua ancora a crescere fino a un certo limite. Ma poi tale interpretazione non pare totalmente accettabile, perchè a una certa temperatura elevata, la curva QST taglia il prolungamento di MN, e al di là di questa temperatura la QST rimane considerevolmente al di sotto della MNP.

« 6. — Dopo quanto si è detto, si può avere una rappresentazione chiara degli stati diversi assunti da una sostanza nelle varie condizioni di temperatura e di pressione, per mezzo del diagramma delle isocore, che trovasi designato nella medesima tavola con le curve MNP e QST.

« Tutte tagliano prima o poi la MNP; e il punto d'incontro dà il momento della liquefazione. Osservando il diagramma descritto in grande scala, si vede che i tratti di isocora che sono a sinistra della MNP, e più vicini ad essa, presentano una leggera convessità verso l'asse delle ascisse. Ciò sta a indicare che raffreddando la sostanza a volume costante al di sopra della temperatura critica, la pressione varia più rapidamente dopo cominciata la formazione dei gruppi molecolari del liquido, ma tuttavia in modo continuo. Le isocore o i tratti di isocore che trovansi a sinistra della curva MNP appartengono allo stato di liquido, o di liquido e vapore mescolati; le isocore (o i tratti) di destra invece appartengono allo stato gassoso.

« Qui è necessario però convenir bene in che cosa debba intendersi per liquefazione e per stato liquido al di sopra della temperatura critica: naturalmente non si tratta più della formazione di un fluido che si dispone nel fondo dei recipienti come i liquidi ordinari; ma trattasi della formazione di aggregati di gruppi molecolari del vapore, i quali aggregati posseggono tanta forza viva che la coesione non è sufficiente a tenerli uniti insieme, avvenendo però sempre la detta formazione nell'istessa guisa in cui si avvera la liquefazione ordinaria.

« È in questo senso che va intesa la conseguenza a cui è giunto Jamin <sup>(1)</sup> dalle sue considerazioni sopra la compressibilità dei gas, che, cioè, l'idrogeno a temperatura ordinaria e sotto la pressione di 3 o 4 atmosfere sia di già liquido; conseguenza che fino adesso è stata ritenuta assurda.

« 7. — Farò osservare da ultimo che sebbene riesca evidente il vantaggio delle isobare per chiarire la nozione della continuità fra lo stato liquido e gassoso, perchè esse hanno nel punto di flesso una singolarità che caratterizza quella che ho chiamata *liquefazione al di sopra della temperatura critica*; tuttavia anche il diagramma delle isoterme si adatta bene all'in-

(1) Journal de Phys. Sér. II, vol. II, p. 399 (1883).

interpretazione che poco fa ho esposta. Infatti, se superiormente alla temperatura critica sparisce il tratto rettilineo orizzontale, ciò è in pieno accordo collo stato dei gruppi molecolari del liquido, i quali si trovano sparsi come le molecole del vapore per tutto il recipiente, sulle cui pareti in conseguenza esercitano una pressione. Se noi diminuiamo il volume a temperatura costante, il vapore si condenserà in aggregati molecolari liquidi, tendendo a produrre nella relativa isotermica un tratto rettilineo; ma intanto gli aggregati suddetti aumentano la pressione sulle pareti del recipiente, per cui l'isotermica prende la forma che osserviamo immediatamente al di sopra del punto critico. È naturale poi che andando a temperature sempre più alte, e quindi scemando continuamente la differenza fra le grandezze dei gruppi molecolari del vapore e del liquido, e la differenza fra le rispettive tensioni, la piega dell'isotermica debba diventar tanto debole da non essere più avvertita.

• Si arriverà così alla temperatura, a cui i gruppi molecolari del liquido e del vapore saranno uguali; allora comprimendo il gas non avverrà più la condensazione repentina di tutti i gruppi molecolari del vapore in gruppi di una maggiore e determinata grandezza; e tale condizione sarà rappresentata, nel diagramma delle isobare, dalla isobara in cui sia scomparso assolutamente il punto di flesso; e in quello delle isocore, dalla isocora che si fa parallela alla curva MNP, che tende sempre di più a convertirsi in una retta.

• 8. — Come ho detto di sopra, l'etilene e l'acqua, dentro i limiti dei dati sperimentali che si hanno finora, si comportano come l'anidride carbonica. L'etilene (per cui le curve e i calcoli furono fatti diligentemente dal dott. Pilotto) permette tuttavia di costruire le isobare fino a pressioni abbastanza alte, da lasciar presumere che le cose dette possono applicarsi in generale.

• La seguente tabella dà le ordinate dei punti di flesso delle isobare nella colonna  $p$ , e le pressioni corrispondenti ai valori minimi di  $p\nu$ , nella colonna  $p'$ .

Temperatura	$p$	temperatura	$p'$
18.4 C.	40	16.3 C.	55
30.5 "	50	20.3 "	60
39.6 "	60	30.1 "	70
47.0 "	70	40.0 "	80
55.2 "	80	50.0 "	90
62.0 "	90	60.0 "	95
68.75 "	100	70.0 "	100
		79.9 "	105
		89.9 "	115
		100.0 "	120

« Dalla sola tabella si scorge il rapporto fra gli andamenti di  $p$  e di  $p'$ .

« 9. — Chiudo questa Nota coll'osservare che forse potrebbe essere invocato come un argomento grave contro le presenti deduzioni, il fatto a cui pare che conducano le esperienze di Cailletet e Mathias <sup>(1)</sup> e quelle recenti di Amagat <sup>(2)</sup>; che, portando sulle ascisse le temperature e sulle ordinate le densità del liquido e del suo vapor saturo, si ottengono due curve che prolungate alla temperatura critica si raccordano insieme.

« Ma osservando bene la forma delle isobare e delle isoterliche, è naturale l'ammettere, secondo quanto abbiamo detto, che le condizioni per cui il recipiente sia pieno di vapor saturo o di liquido, vengono indicate nelle isobare rispettivamente dal punto di flesso e dal punto di massima curvatura della parte più bassa della curva; e nelle isoterliche rispettivamente dalle due pieghe caratteristiche che in esse appaiono nelle vicinanze del volume critico. Ora i dati presi tanto sulle isobare quanto sulle isoterliche dicono, che subito prima del punto critico le densità del liquido prendono a decrescere lentissimamente, come pure da quel momento continua con grande lentezza l'aumento delle densità del vapor saturo; tantochè le due curve che rappresentano le une e le altre tendono ad incontrarsi molto al disopra della temperatura critica.

« Io stesso dalle esperienze sulle proprietà termiche dei vapori (loc. cit.), arrivai indirettamente alla conclusione che alla temperatura critica i volumi del liquido e del vapore saturo fossero uguali; ma tale conclusione era basata sull'ammissione che alla temperatura medesima il calore interno di vaporizzazione fosse uguale a zero; ammissione che evidentemente non può essere in accordo con quanto ho esposto di sopra ».

**Elettricità.** — *Del campo elettrico rotante.* Osservazioni dell'ing. RICCARDO ARNÒ sulla Nota dell'ing. DÉsirÉ KORDA, presentata dal Socio BLASERNA.

« Leggo nel fascicolo del 18 dicembre 1892 dei « Rendiconti della R. Accademia dei Lincei » una Nota intitolata: *Sur le champ électrique tournant*, nella quale il sig. Désiré Korda pare voglia rivendicare la priorità dell'idea di un campo elettrico rotante. Siccome tale Nota è stata occasionata dal mio lavoro intitolato: *Campo elettrico rotante e rotazioni dovute all'Isteresi elettrostatica*, inserito nel fascicolo del 16 ottobre 1892, così debbo fare su di essa le seguenti osservazioni.

« La possibilità di ottenere un campo rotante componendo due campi

(1) Journ. de Phys. [2], 1886 e 1887.

(2) Comp. Rend. Tom. CXIV, p. 1093 (1892).