ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXC.

1893

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME II.

1° SEMESTRE

MDCIII

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1893

perficie che abbiamo già incontrata trattando del sistema (3, 4) nel lavoro dianzi citato.

« Infatti, nel caso attuale, si ha:

$$X = p_\alpha \,.\, \lambda^2 + q_\beta \,.\, \mu^2 + r_\gamma \,.\, \nu^2 + (p_\beta + q_\alpha)\lambda\mu + (q_\gamma + r_\beta)\mu\nu + (r_\alpha + p_\gamma)\nu\lambda$$

$$X' = (p_\alpha + q_\beta + r_\gamma)\lambda\mu\nu + q_\alpha \,.\, \mu^2\nu + q_\gamma \,.\qquad \nu + r_\beta \,.\, \nu^2\lambda + r_\alpha \,.\, \nu^2\mu + p_\gamma \,.\, \lambda^2\mu + p_\beta \,.\, \lambda^2\nu$$

$$a_\eta = \lambda a_\alpha + \mu a_\beta + \nu a_\gamma \quad , \quad a_{\eta'} = \mu\nu \,.\, a_{\alpha'} + \nu\lambda \,.\, a_{\beta'} + \lambda\mu \,.\, a_\gamma \,,$$

cosicchè le (17) sono ora curve del 4° ordine con 9 punti comuni; dei quali 6 sono i punti $X = 0 \quad , \quad X' = 0$
e 3 i vertici del triangolo di riferimento nel piano rappresentativo. La superficie rappresentata è dunque del 7° ordine (1), possiede 9 rette, una conica φ ed una cubica piana ψ senza punti comuni. La conica φ è l'immagine della $X = 0$ che contiene 6 dei punti fondamentali, e la cubica è l'immagine della $X' = 0$ che li contiene tutti e 9. La conica ha per equazioni (ved. n. 6 equ. 15)

$$x_i \equiv \lambda\alpha_i + \mu\beta_i + \nu\gamma_i \quad (i = 1 \,, \ldots , 4)$$

quando per λ, μ, ν si siano sostituite quelle funzioni, quadratiche, di un parametro, che annullano X; e la cubica ha per equazioni

$$x_i \equiv \mu\nu\alpha'_i + \nu\lambda\beta'_i + \lambda\mu\gamma'_i \; (i = 1 \,, \ldots , 4)$$

quando per λ, μ, ν si siano poste quelle funzioni (ellittiche) di un parametro che annullano X'. Riferendosi ora al piano rappresentativo, ed utilizzando le (15), si possono trovare molte altre proprietà della superficie (2), alcune delle quali sono evidenti; ma non è mica nostra intenzione fermarci su esse. Ci basta, coi pochi esempii che abbiamo dati, l'aver mostrata l'utilità che si può cavare dalle formule generali stabilite innanzi: ed il gran numero di enti che per mezzo di esse possono venire studiati con abbastanza semplicità ed eleganza.

« 10. È probabile che in altro lavoro noi torneremo sull'argomento che forma oggetto del presente scritto ».

Matematica. — *Curve aggiunte minime.* Nota di Federico Amodeo, presentata a nome del Socio Cremona.

« Nella classica Memoria dei sigg. Brill e Nöther (*Ueber die algebraischen Functionen und ihre Anwendung in der Geometrie*, Math. Ann., VII) allorquando si parla delle relazioni che esistono fra il genere della curva

(1) Questo fatto si può dedurre dalla genesi stessa della superficie applicando il principio di corrispondenza su una retta; ma si possono confrontare in proposito le Note citate del Jung e del sig. Visalli.

(2) Per es. si trova che le 9 rette della superficie incontrano tutta la cubica piana ψ e 6 soltanto incontrano la conica φ; che vi sono 15 altre coniche appoggiate ciascuna in un punto a ψ ed in nessun punto a φ, 18 altre appoggiate ciascuna in un punto a φ ed in un punto a ψ, e 3 altre appoggiate soltanto in due punti a φ ecc.

data e l'ordine e la dimensione delle serie lineari complete segate su quella dalle curve aggiunte di ordine $\geq m - 3$, si dice: « *Wir setzen hierbei keineswegs voraus, dass die adjungirten Curven nicht zerfallen. Darum ist es aber auch nicht nothwendig, Curven von niederer, als* $(m-3)$. *Ordnung besonders zu betrachten, da man solche durch Zufügen einer festen Curve immer zu einer adjungirten Curve der* $(m-3)$ *oder höherer Ordnung machen kann* ». E probabilmente ciò ha impedito che l'attenzione dei geometri si portasse sopra le curve aggiunte di ord. $<(m-3)$; le quali, per l'importanza che assumono in infinite famiglie di curve ancora non studiate, meritano di avere una trattazione speciale, e di prendere in moltissimi casi il posto eminente che hanno le curve aggiunte di ord. $(m-3)$ nelle curve non razionali, finora studiate.

« Io mi propongo in questa Nota di far vedere come la considerazione delle curve agg. di minimo ordine che una curva può avere ne induce a classificare infinite curve in base ad una rappresentazione canonica molto più semplice di quella che finora si è usata (¹). Questa classificazione poggia sul teorema del § 4, che dà la relazione fra l'ordine e la dimensione delle serie lineari segate su queste curve dalle curve agg. minime, relazione che rimane invariata per ciascuna famiglia e si esprime semplicemente così $N = kR$, ed è nient'altro che una maggiore determinazione del teorema di Clifford (²), rimasto finora invariato nella sua forma primitiva $N \geq 2R$. Per $k = 1$ si avrebbe la prima famiglia di curve, costituita dalle già tanto studiate *curve razionali*, la quale però io escludo fin da ora dalle mie considerazioni; per $k=2$ si avrebbero le curve della seconda famiglia quelle rappresentate da curve di ordine $2R$ di un S_R, e che *non siano suscettibili di rappresentazioni più semplici*; ecc, ecc.

« A convincere il lettore della bontà delle mie affermazioni basterà un esempio. Si vogliano studiare le curve piane di ordine 20, provviste di curve aggiunte minime di ordine 12 (il che darebbe secondo le notazioni qui usate $\alpha = 5$), e di genere $p = 6\times20 - \frac{1}{2}\, 6\times9 - \frac{1}{2}\, 6.7\, t = 93 - 21\, t = 93, 72$ (per $t = 0,1$). Colle rappresentazioni finora note sarebbero da studiare rispettivamente le curve C_{93}^{184} di un S_{92}, C_{72}^{142} di un S_{71}; invece queste curve, che appartengono alla 7ma famiglia, sono rappresentabili con curve C_{93}^{84} di un S_{12}, C_{72}^{36} di un S_6 e quindi basta studiare queste per conoscere le proprietà delle curve suddette. Ciò non esclude che queste curve possano essere rappresentate con curve canoniche derivanti dalle curve aggiunte di ordine più elevato, ma è naturale che la rappresentazione più semplice si avrà appunto con le curve agg. di più piccolo ordine.

(¹) Finora la rappresentazione canonica delle curve di genere p è fatta dalle curve C_p^{2p-2} di un S_{p-1} che il sig. Castelnuovo ha chiamato *curve canoniche*, e il sig. Klein chiama *curve normali* φ.

(²) V. Clifford, *On Classification of Loci*, Philosophical Transaction, 1878.

« Cosicchè lo studio di infinite curve di genere sufficientemente elevato si può ridurre allo studio delle curve normali di un S_R di ordine multiplo della dimensione dello spazio in cui sono immerse.

« In altra Nota che già è pronta mostrerò come ciò permette di studiare molte famiglie di curve *singolari* di cui le curve *iperellittiche* costituirebbero la prima famiglia.

« Non vi è quasi bisogno di far notare come i teoremi sulle curve agg. minime potrebbero avere la loro applicazione e il loro interesse anche nella teoria delle funzioni razionali esistenti sulle sup. di Riemann, che rappresentano gli enti algebrici di quel genere assegnato.

§ 1. — Serie canonica relativa alle curve $C^{m-3-\alpha}$.

« Consideriamo sulla curva C_p^m di ordine m e genere p, la serie lineare completa determinata dalle curve agg. di ordine $m-3-\alpha$, per $\alpha \geq 0$.

« Le curve agg. di ordine $m-3-\alpha$ sono determinate da $\dfrac{(m-3-\alpha)(m-\alpha)}{2}$ costanti, debbono avere nei punti s-upli della curva C_p^m dei punti $(s-1)$-upli, inoltre nessuna di esse può comprendere la curva C_p^m, quindi la dimensione della serie lineare completa determinata da queste curve sulla C_p^m è eguale alla dimensione del sistema delle curve stesse ed è

$$R \geq \frac{(m-3-\alpha)(m-\alpha)}{2} - \Sigma\frac{s(s-1)}{2}:$$

sussisterebbe il segno eguale se i passaggi delle curve agg. per i punti multipli della curva data fossero tutti indipendenti linearmente.

« Supponiamo che fra le $\Sigma\dfrac{s(s-1)}{2}$ condizioni lineari cui debbono soddisfare le $C^{m-3-\alpha}$ agg., ϱ siano linearmente dipendenti dalle rimanenti: introducendo il valore di p, si ha

$$R = p - 1 - \left[m\alpha - \frac{\alpha(\alpha+3)}{2}\right] + \varrho.$$

E siccome ogni curva $C^{m-3-\alpha}$ agg. sega la curva C_p^m fuori dei punti multipli ancora in

$$N = 2p - 2 - m\alpha$$

punti, ne risulta che il sistema delle $C^{m-3-\alpha}$ agg. determina sopra la curva C_p^m una serie (*serie canonica relativa alle* $C^{m-3-\alpha}$)

$$g_{2p-2-m\alpha}^{p-1-\left[m\alpha-\frac{\alpha(\alpha+3)}{2}\right]+\varrho}$$

lineare completa. La quale è certamente *speciale*, perchè ogni suo gruppo insieme ad un gruppo determinato su C_p^m da una qualunque C^α di ordine α del piano costituisce un gruppo della *serie canonica* segata su C_p^m dalle curve agg. di ordine $m-3$.

« La serie *residua* di questa serie rispetto alle curve agg. di ordine $m-3$ è pel teorema di *Riemann e Roch* una serie di ordine $m\alpha$ e di dimensione

$$R' = m\alpha - p + 1 + R$$

ovvero

$$R' = \varrho + \frac{\alpha(\alpha+3)}{2},$$

e quindi deriva che la serie segata dal sistema lineare formato da tutte le curve C^α di ordine α del piano è una serie lineare $g_{m\alpha}^{\frac{\alpha(\alpha+3)}{2}}$ contenuta nella serie completa $g_{m\alpha}^{\varrho+\frac{\alpha(\alpha+3)}{2}}$. Viceversa se la serie $g_{m\alpha}^{\frac{\alpha(\alpha+3)}{2}}$ segata dalle curve C^α del piano è speciale e contenuta nella serie completa $g_{m\alpha}^{\varrho+\frac{\alpha(\alpha+3)}{2}}$ la serie lineare completa residua di questa è di dimensione R, e quindi è pure R la dimensione delle curve agg. di ord. $m-3-\alpha$, e perciò fra le condizioni lineari, imposte a queste curve dai passaggi per i punti multipli della C_p^m, ϱ sono dipendenti linearmente dalle rimanenti. E quindi:

« *La condizione necessaria e sufficiente perchè le curve* C^α *di ordine* α *del piano seghino sopra la curva* C_p^m *una serie speciale contenuta in una serie* $g_{m\alpha}^{\varrho+\frac{\alpha(\alpha+3)}{1}}$ *lineare completa, ovvero perchè fra le condizioni lineari imposte alle curve agg.* $C^{m-3-\alpha}$ *dai passaggi per i punti multipli di* C_p^m, ϱ *siano conseguenza delle rimanenti, è che la curva* C_p^m *sia proiezione di una curva speciale normale di ordine* $m\alpha$ *e dello stesso genere di un* $S_{\varrho+\frac{\alpha(\alpha+3)}{2}}$.

« O altrimenti:

« *Se fra le condizioni lineari imposte alle curve agg.* $C^{m-3-\alpha}$ *della* C_p^m, ϱ *sono conseguenza delle rimanenti, la curva* C_p^m *è proiezione piana di una curva speciale di* $m\alpha^{mo}$ *ordine e dello stesso genere contenuta in un* $S_{\varrho+\frac{\alpha(\alpha+3)}{2}}$ *e normale per questo spazio.*

« Per $\alpha = 1$ si ha in particolare: *Se fra le condizioni lineari imposte alle curve agg. di ord.* $m-4$ *dai passaggi per i punti multipli di* C_p^m, ϱ *sono conseguenza delle rimanenti, la curva* C_p^m *è proiezione piana di una curva dello stesso ordine e dello stesso genere di un* $S_{\varrho+2}$; il cui reciproco è vero.

§ 2. — Limiti del numero ϱ.

« Fra i punti d'intersezione variabili di una $C^{m-3-\alpha}$ agg. con la curva C_p^m il numero di quelli che sono conseguenza dei rimanenti è

$$N - R = p - 1 - \frac{\alpha(\alpha+3)}{2} - \varrho.$$

« La serie completa segata dalle curve $C^{m-3-\alpha}$ essendo speciale, deve dare

$$N - R \geq R\ ;$$

quindi deve essere

$$\varrho \leq \frac{\alpha}{2}(m-3-\alpha) \quad :$$

cioè:

« *Il numero delle condizioni lineari imposte dai passaggi delle curve agg. $C^{m-3-\alpha}$ per i punti multipli della C_p^m che sono dipendenti linearmente dalle rimanenti ha per limite superiore $\frac{\alpha}{2}(m-3-\alpha)$.*

« E quindi:

« *La dimensione delle curve agg. $C^{m-3-\alpha}$ può essere al massimo eguale a $p-1-\frac{m\alpha}{2}$ ed al minimo eguale a $p-1-\left[m\alpha-\frac{\alpha(\alpha+3)}{2}\right]$.*

« *Il numero $N-R$ dei punti d'intersezione variabili che sono conseguenza dei rimanenti può essere al minimo $p-1-\frac{m\alpha}{2}$, ed al massimo può essere eguale a $p-1-\frac{\alpha(\alpha+3)}{2}$.*

« Se in particolare poniamo $\alpha=0$, si ha $\varrho=0$, $R=p-1$, $-R=p-1$ e si ritrovano i noti teoremi:

« *I passaggi delle curve aggiunte di ord. $m-3$ per i punti multipli della curva C^m_p rappresentano tutte condizioni indipendenti per queste curve;*

« *La dimensione delle curve agg. di ord. $m-3$ è $p-1$;*

« *La serie completa segata dalle curve agg. di ord. $m-3$ ha l'ordine eguale al doppio della dimensione.*

§ 3. — Condizioni di esistenza per le curve aggiunte minime.

« Perchè la curva C_p^m possa avere curve agg. $C^{m-3-\alpha}$ devono essere soddisfatte le due condizioni

$$2p-2-m\alpha \geq 0\,, \qquad p+\varrho > m\alpha-\frac{\alpha(\alpha+3)}{2}\,.$$

Se è

$$p \geq m\alpha-\frac{\alpha(\alpha+3)}{2}+1$$

ne risulta

$$2p-2-m\alpha \geq (m-\alpha-3)\,\alpha$$

cioè

$$2p-2-m\alpha \geq 0$$

e quindi esistono certamente curve agg. di ordine $m-3-\alpha$.

« Si può quindi affermare che:

« *Esistono certamente curve agg. alla C_p^m dell'ordine $m-3-\alpha$ allorquando è $p > m\alpha-\frac{\alpha(\alpha+3)}{2}$, e il loro numero è ∞^R* (1).

(1) Il teorema suddetto è enunciato dal sig. Bobek nella Memoria *Ueber Dreischaarcurven* (Wien, Ber. XCVIII, 1889). Si può giungere alla stessa conclusione ragionando così:

Però la suddetta condizione mentre *è sufficiente, non è necessaria* poichè anche quando fosse $p \leq m\alpha - \frac{\alpha(\alpha+3)}{2}$, potrebbe essere $p+\varrho > m\alpha - \frac{\alpha(\alpha+3)}{2}$ e $2p-2-m\alpha \geq 0$, e quindi potrebbero esistere curve agg. di ord. $m-3-\alpha$.

« Ma in tal caso è da notare che: se esistono curve $C^{m-3-\alpha}$ agg., la serie segata dalle curve C^α del piano deve essere necessariamente *speciale* e *parziale*; mentre se non esistono le $C^{m-3-\alpha}$, la detta serie non sarà speciale quindi o è essa stessa completa (quando ha luogo il segno eguale) oppure è contenuta nella serie completa di maggiore dimensione $m\alpha - p$ non speciale, e quindi:

« *Le curve* C_p^m *per le quali* $p \leq m\alpha - \frac{\alpha(\alpha+3)}{2}$ *e non hanno curve aggiunte* $C^{m-3-\alpha}$ *sono proiezioni di curve normali dell'ordine* $m\alpha$ *e genere* p *di uno* $S_{m\alpha-p}$ (la curva è quindi non speciale).

« È specialmente importante, per le applicazioni che ne avremo a fare in seguito, il seguente teorema, che si ricava dal penultimo teorema enunciato:

« *Se una curva* C_p^m *di ordine* m *e di genere* p *è obbligata a non avere curve agg. di ordine* $m-3-(\alpha+1)$, *essa deve necessariamente soddisfare alla seguente condizione*:

$$p \leq m(\alpha+1) - \frac{(\alpha+1)(\alpha+4)}{2};$$

chè se avesse luogo il segno $>$ le curve $C^{m-3-(\alpha+1)}$ esisterebbero certamente: il reciproco di questo teorema non è vero.

« Riunendo il primo e ultimo teorema si ha:

« *Tutte le curve per le quali si ha*

$$m\alpha - \frac{\alpha(\alpha+3)}{2} < p \leq m(\alpha+1) - \frac{(\alpha+1)(\alpha+4)}{2}$$

posseggono certamente per curve aggiunte minime quelle di ordine $m-3-\alpha$.

« Come controllo dei precedenti teoremi si può anche notare che essi si possono facilmente tradurre negli altri due seguenti riguardanti il numero dei punti doppi della C_p^m:

« *Se il numero* δ *dei punti doppi di una curva* C_p^m *di ord.* m *e genere* p *è minore di* $\frac{(m-\alpha-1)(m-\alpha-2)}{2}$ *la curva certamente possiede curve agg. di ord.* $m-3-\alpha$.

Allorquando si avvera la condizione $p > m\alpha - \frac{\alpha(\alpha+3)}{2}$, la serie lineare segata dalle curve C^α del piano sulla curva C_p^m è certamente una serie speciale (parziale o completa) e quindi per ogni gruppo di αm punti segato da una C^α deve passare almeno una curva agg. di ord. $m-3$, e poichè la curva C^α in generale non passa per i punti multipli di C_p^m, la curva C^{m-3} deve segare la C^α negli αm punti che essa ha comuni con C_p^m che sono $> \alpha(m-3)$, e quindi deve spezzarsi in una curva agg. di ordine $m-3-\alpha$ e nella C^α.

« *Se una curva non deve avere curve agg. di ord.* $m-3-(\alpha+1)$ *deve il numero dei suoi punti doppi essere* $\delta \geq \frac{(m-\alpha-2)(m-\alpha-3)}{2}$.

« È bene infine tener presente che il più piccolo valore di p che può soddisfare alle condizioni di esistenza delle curve $C^{m-3-\alpha}$ si ottiene allorquando ϱ raggiunge il valore massimo: in tal caso la seconda condizione citata in principio di questo § si riduce a questa

$$p \geq \frac{m\alpha}{2} + 1$$

e coincide con la prima; sicchè:

« *Tutte le curve* C_p^m *per le quali* $\varrho = \frac{\alpha}{2}(m-3-\alpha)$ *avranno curve agg. di ord.* $m-3-\alpha$ *se è* $p \geq \frac{m\alpha}{2} + 1$.

§ 4. — Classificazione di curve.

« Fra le curve C_p^m che hanno come curve aggiunte minime quelle di ord. $m-3-\alpha$; per le quali, per quanto innanzi abbiamo notato, deve essere

$$p \leq (\alpha+1)\,m - \frac{1}{2}(\alpha+1)(\alpha+4),$$

vogliamo ora considerare quelle per le quali il genere sia precisamente

$$p = (\alpha+1)\,m - \frac{1}{2}(\alpha+1)(\alpha+4) - \frac{1}{2}(\alpha+1)(\alpha+2)\,t \qquad (1$$

e per le quali il numero ϱ sia $= \frac{\alpha(\alpha+1)}{2}\,t$, dove supporremo che t varii da 0 a $\frac{m-\alpha-3}{\alpha+1}$. È facile verificare che siffatte curve avranno certamente per curve minime agg. le $C^{m-3-\alpha}$, e che il valore di ϱ soddisfa alla condizione assegnata nel § precedente.

« Per queste curve i numeri N e R avranno i seguenti valori:

$$N = (\alpha+2)\Big[(m-3-\alpha) - (\alpha+1)\,t\Big]\,, \quad R = (m-3-\alpha) - (\alpha+1)\,t\,;$$

e quindi, nell'ipotesi che le curve aggiunte di ord. $m-3-\alpha$ non abbiano punti fissi fuori dei punti multipli di C_p^m, si ha per questa curva la relazione

$$N = (\alpha+2)\,R$$

relazione interessantissima, la quale precisa per infinite classi di curve quella relazione che da Clifford in poi è stata fino ad ora data sotto la forma

$$N \geq 2R$$

« Da questa relazione possiamo ricavare i seguenti teoremi:

« *Tutte le curve* C_p^m *che hanno per curve aggiunte minime quelle di ordine* $m-3-\alpha$, *e di cui il genere è rappresentato dalla (1 e che sono proiezioni di curve speciali dello stesso genere di ord.* $m\alpha$ *normali dello spazio*

$S_{\frac{\alpha(\alpha+1)t}{2}+\frac{\alpha(\alpha+3)}{2}}$ *(ovvero per le quali il numero dei passaggi delle curve* $C^{m-3-\alpha}$ *per i punti multipli di* C_p^m *dipendenti linearmente da rimanenti è* $\varrho = \dfrac{\alpha(\alpha+1)t}{2}$*) sono segate dalle curve agg. minime secondo una serie lineare completa speciale* $g^{R}_{(\alpha+2)R}$ *che ha l'ordine eguale ad* $(\alpha+2)$ *volte la dimensione.*

« *Le curve* C_p^m *suddette hanno come rappresentazione canonica delle curve semplici di egual genere, di ordine* $(\alpha+2)_R$ *e normali dello spazio* S_R.

« Cosichè siamo indotti a dividere queste curve in famiglie, ciascuna delle quali ha come rappresentazione in uno spazio assegnato una curva di ordine eguale ad un dato multiplo della dimensione dello spazio stesso. Ed ognuna ha come carattere rilevantissimo l'ord. più piccolo delle curve aggiunte che può possedere.

« Essendo già noto che tutte le curve razionali, eccezione fatta per le coniche, hanno per curve agg. minime quelle di ordine $m-2$, e che per esse si ha

$$N = R,$$

noi possiamo estendere il nostro risultato anche al caso di $\alpha = -1$, e abbiamo:

« *Tutte le curve razionali formano la 1ª famiglia delle curve che qui si considerano; esse sono rappresentate mediante curve normali di ordine* R *di un* S_R.

« Per $\alpha = 0$ si ha: $t = 0, 1, \ldots m-3$, $\varrho = 0$, $p = m-2, m-3, m-4, \ldots 2, 1$, quindi p può prendere tutti i valori possibili da 1 a $m-2$, e si hanno *tutte* le curve che hanno per curve agg. minime quelle di ord. $m-3$. Quindi:

« *Tutte le curve non razionali di ordine* m, *e di genere* $\leq m-2$ *sono quelle che appartengono alla 2ª famiglia; esse sono rappresentabili mediante curve di ordine* 2 R *normali di un* S_R. *Ed è noto pure che queste curve possono diventare singolari nel loro genere, ed allora costituiscono la classe delle curve iperellittiche, che sono rappresentabili mediante curve doppie razionali normali di ord.* R *dello* S_R.

« Per α qualunque, se in particolare su una curva della famiglia $(\alpha+2)^{ma}$, esiste una serie $g^1_{\alpha+2}$, allora ogni punto della curva individua un gruppo di questa serie, e quindi la serie canonica delle curve agg. di ord. $m-3-\alpha$ è composta mediante i gruppi della $g^1_{\alpha+2}$, e la curva è rappresentabile mediante una curva razionale di ord. R dello S_R considerata come $(\alpha+2)^{upla}$.

« Di queste curve, che sono singolari nel loro genere, tratteremo in altro lavoro ».