ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXC.

1893

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME II.

2° SEMESTRE

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1893

abbiamo 4 generatrici comuni. Come allora, per virtù di tutte queste condizioni, dalla (9) si viene a staccare un fattore lineare contato due volte, sicchè nell'equazione restante si ha quella di una superficie come vogliano; e come inoltre, per virtù delle (10) scritte nella forma:

$$\mathfrak{J}_1 = \Sigma\,(\beta\gamma)_{ik}\,p_{lm}\,,\quad \mathfrak{J}_2 = \Sigma\,(\gamma\alpha)_{ik}\,p_{lm}\,,\quad \mathfrak{J}_3 = \Sigma\,(\alpha\beta)_{ik}\,p_{lm}$$

e delle sostituzioni $x_i \equiv u_i$ $(i = 1, \ldots, 4)$ l'equazione (9) diventa quella di un connesso piano-retta (3, 4), così, avendo ciò luogo in 20 modi diversi, noi possiamo dire che:

« La superficie del 5° ordine, con 5 punti tripli e cubica doppia, può, in 20 modi diversi, essere ottenuta quale superficie polare congiunta rispetto ad un connesso piano-retta (3, 4) e ad una quadrica. In ognuno di questi modi di produzione la superficie si trova accompagnata da un piano, contato due volte.

« 11. L'ultimo teorema del n. 5 ci dà un analogo ed importante risultato. Per esso teorema la superficie si presenta come caso di degenerazione della superficie generata dai sistemi:

$$\lambda\varphi_1 + \mu\varphi_2 = 0 \qquad \sqrt{\lambda}\,.\,f_1 \pm \sqrt{\mu}\,.\,f_2 = 0$$

cioè della superficie

$$\varphi_2\,f_1^2 + \varphi_1\,f_2^2 = 0 \tag{12}$$

ove φ_1, φ_2 sono funzioni quadratiche della $\mathfrak{J}_1$, $\mathfrak{J}_2$, $\mathfrak{J}_3$ ed f_1, f_2 funzioni quadratiche arbitrarie delle coordinate $x_1, \ldots, x_4$ di un punto. Perchè la (12) sia una superficie quale noi la vogliamo, la quartica $f_1 = 0$, $f_2 = 0$ si deve decomporre in una cubica φ^3 ed in una sua corda b; ξ_i non deve essere su b ma su φ^3. Allora, detti, p. e., h_i, h'_i i punti $b.\varphi^3$, dalla (12) si stacca il fattore $(\xi hh'x)$ e l'equazione rimanente sarà quella di una superficie come vogliamo. Se in (12) si fanno le sostituzioni (11) e le $x_i \equiv u_i$ $(i = 1, \ldots, 4)$ noi avremo questo risultato:

« Vi sono 5 enti connessi (4, 2), rispetto a ciascuno dei quali, e rispetto ad una quadrica, la superficie è polare congiunta di un suo punto triplo. Anche in questo modo di generazione la superficie viene accompagnata da un piano, ma semplice ».

Fisica. — *Sulle equazioni della rifrazione della luce.* Nota di STEFANO PAGLIANI, presentata dal Socio CANNIZZARO.

« In una Nota precedente [1] ho dimostrato che per il potere induttore specifico, o costante di dielettricità dei composti liquidi si possono avere le due relazioni:

$$\frac{D-1}{D}\,\frac{N}{U} = \text{cost.} \quad \text{e} \quad \frac{D-1}{D}\sqrt{\frac{N}{M}} = \text{cost.},$$

(1) V. pag. 48.

nelle quali M è il peso molecolare del corpo, U il suo volume molecolare, N il numero degli atomi contenuti nella molecola, il valore delle due costanti dipendendo dalla natura dei composti, variando cioè alquanto da una serie all'altra.

« Quindi il potere induttore specifico può in generale essere dato dalle due espressioni:

$$D = \frac{1}{1 - \gamma \frac{U}{N}} \quad \text{oppure} \quad D = \frac{1}{1 - \gamma_1 \sqrt{\frac{M}{N}}}$$

essendo γ e γ_1 due costanti il cui valore dipende dalla natura dei composti e che cioè varia alquanto da una serie all'altra.

« La prima espressione di D dimostra che, al crescere del rapporto fra il volume molecolare ed il numero degli atomi, deve crescere per una data serie di composti il potere induttore specifico. Presentano qualche eccezione gli idrocarburi, per i quali però le piccole differenze fra i valori della costante di dielettricità danno molta incertezza ad ogni deduzione intorno alla loro variazione.

« Il detto rapporto fra il volume molecolare ed il numero degli atomi possiamo considerare come esprimente il volume atomico medio; ed analogamente ai volumi molecolari, questi volumi atomici medî rappresenterebbero volumi contenenti nelle stesse condizioni ugual numero di atomi, cosicchè starebbero in ragione inversa dei numeri di atomi contenuti nell'unità di volume. Ora la relazione a cui siamo giunti esprime che al crescere del volume atomico medio, ossia al diminuire del numero degli atomi contenuti nell'unità di volume, deve corrispondere un aumento nel potere induttore specifico, ed è appunto quanto si verifica generalmente nelle diverse serie di composti liquidi.

« Però sul valore del potere induttore specifico influirà sempre la natura ed il modo di aggruppamento di questi atomi e cioè la natura del corpo, ragione per cui noi troviamo composti aventi presso a poco lo stesso volume molecolare e certo lo stesso peso molecolare e lo stesso numero di atomi per molecola, e che tuttavia hanno un potere induttore specifico diverso. Del resto le differenze nel valore delle costanti, per le diverse serie di composti, devono dipendere appunto dalla influenza ora accennata.

« *Equazioni della rifrazione.* Sostituendo a D nelle due espressioni generali, a cui siamo arrivati n^2, otterremo:

$$\frac{n^2 - 1}{n^2} \sqrt{\frac{M}{N}} = \text{cost.} \quad \text{e} \quad \frac{n^2 - 1}{n^2} \frac{N}{U} = \text{cost.}$$

« Ho calcolato queste costanti valendomi dei risultati di Landolt e Jahn, i quali hanno determinato gli indici di rifrazione per diverse righe dello spettro, per gli stessi composti, per i quali determinarono le costanti di die-

lettricità, e ne dedussero poi le costanti della formola di dispersione di Cauchy.

« I calcoli fatti cogli indici riferiti alle diverse righe dello spettro e colla costante A di Cauchy avendomi dato per le costanti valori poco differenti, per la verifica delle dette relazioni mi servii soltanto dei valori di A.

« Nella tabella seguente sono posti a raffronto i valori delle costanti ottenuti per la relazione Lorenz-Lorentz, da Landolt e Jahn, con quelli per le due da me dedotte.

	$\frac{n^2-1}{n^2+2}\frac{1}{d}$	$\frac{n^2-1}{n^2}\sqrt{\frac{N}{M}}$	$\frac{n^2-1}{n^2}\frac{N}{U}$
Pentano	0,3844	0,2452	0,0745
Essano	0,3388	0,2246	0,0720
Octano	0,3351	0,2304	0,0778
Decano	0,3331	0,2325	0,0803
Amilene	0,3436	0,2181	0,0673
Essilene	0,3419	0,2223	0,0709
Octilene	0,3362	0,2276	0,0764
Decilene	0,3310	0,2348	0,0709
Benzene	0,3203	0,2126	0,0737
Toluene	0,3228	0,2180	0,0766
Etilbenzene	0,3226	0,2230	0,0804
Ortoxilene	0,3232	0,2249	0,0820
Metaxilene	0,3242	0,2227	0,0797
Paraxilene	0,3246	0,2225	0,0794
Propilbenzene	0,3223	0,2247	0,0814
Isopropilbenzene	0,3233	0,2253	0,0816
Mesitilene	0,3250	0,2258	0,0817
Pseudocumene	0,3234	0,2281	0,0842
Isobutilbenzene	0,3225	0,2285	0,0823
Cimene	0,3243	0,2277	0,0811
Alcool metilico	0,2512	0,1853	0,0638
» etilico	0,2699	0,2003	0,0711
» propilico	0,2841	0,2109	0,0762
» isobutilico	0,2919	0,2159	0,0782
» amilico	0,2969	0,2210	0,0813

« Anche qui ritroviamo una maggior concordanza nei valori delle costanti delle espressioni da me trovate, sia fra di loro in ciascuna serie, sia per le diverse serie, che non per la relazione Lorenz-Lorentz.

« Dimodochè mentre per la costante di quest' ultima abbiamo una separazione decisa fra gli alcoli e gli altri composti, per le altre abbiamo che i valori rientrano quelli di una serie in quelli di un' altra, cosicchè presso a poco non si distingue l'una serie dall'altra. Perciò le mie equazioni hanno

un carattere di pressochè completa generalità. Comprovano ciò anche i valori che si calcolano per gli eteri con valori di n dati dal Tereschin.

	$\frac{n^2-1}{n^2+2}\frac{1}{d}$	$\frac{n^2-1}{n^2}\sqrt{\frac{N}{M}}$	$\frac{n^2-1}{n^2}\frac{N}{U}$
Formiato di etile	0,1149	0,174	0,063
» » amile	0,1159	0,206	0,071
Acetato » metile	0,1453	0,180	0,066
» » etile	0,1356	0,189	0,068
» » propile	0,1313	0,193	0,071
» » isobutile . . .	0,1268	0,208	0,078
» » amile	0,1204	0,210	0,078
Butirrato » etile	—	0,208	—
Valerato » etile	—	0,208	—

« Un fatto che risulta abbastanza generale si è che per i corpi di costituzione più complessa, come gli alcoli e gli eteri, i valori delle costanti calcolati coi poteri induttori specifici risultano pressochè doppi di quelli calcolati cogli indici di rifrazione, mentre per gli idrocarburi sono pressochè uguali. Il fatto è specialmente evidente per gli alcoli per i quali abbiamo quelle due grandezze e le densità determinate dagli stessi sperimentatori per le stesse sostanze.

« Perchè le costanti calcolate col potere induttore specifico riescano della stessa grandezza di quelle calcolate cogli indici di rifrazione, basta assumere nel calcolo delle prime un volume molecolare doppio e cioè $\frac{D-1}{D}\frac{N}{2U}=\text{cost.}$, od in altre parole considerare nel caso della elettrizzazione un numero di molecole metà per lo stesso volume che non nel caso della rifrazione. Ora ciò sarebbe troppo arbitrario. Si potrebbe invece assumere un volume atomico doppio, e senza considerare un numero metà di atomi per lo stesso volume nel caso della elettrizzazione si potrebbe forse spiegare il fatto suaccennato ammettendo che nei composti più complessi una parte degli atomi rispetto alla elettrizzazione agisca sotto forma di gruppi condensati particolari, i quali funzionerebbero come particelle singole.

« Conforta queste ipotesi, che riguardo alla elettrizzazione convenga considerare piuttosto i singoli atomi o gruppi di atomi che non le molecole complesse, il fatto che mentre il potere induttore specifico dipende, come abbiamo detto, in modo evidente dalla natura degli atomi e del loro aggruppamento, a parità di peso molecolare e numero di atomi, gli indici di rifrazione ne sono pressochè indipendenti. Così pure abbiamo che le costanti calcolate coi poteri induttori presentano differenze più sensibili da una serie all'altra che non quelle calcolate cogli indici di rifrazione. E così per gli alcoli i valori delle prime costanti sono pressochè doppi che per gli idrocarburi, maggiori che per gli eteri.

« Applichiamo ora le nostre deduzioni ad alcune delle relazioni più conosciute.

« *Relazione Obach.* — E. Obach (*Phil. Mag.* 32, 1891) trovò che per ciascuna serie di composti il rapporto fra il calore di vaporizzazione λ e la costante di dielettricità D è approssimativamente costante, ma il valore del rapporto $\frac{\lambda}{D}$ varierebbe alquanto da serie a serie.

« D'altra parte il Trouthon (*Phil. Mag.* <3>, 18, 1884) aveva già dato una relazione fra il calore di vaporizzazione, la temperatura assoluta di ebollizione T ed il peso molecolare M espressa da $\lambda = C \frac{T}{M}$, in cui C è una costante che varia da serie a serie. Detta relazione R. Schiff (Lieb. Ann. 234, 1886) trovò confermata dalle sue determinazioni del calore di vaporizzazione. Obach combinando la sua relazione con quella di Trouthon dedusse la seguente espressione della costante di dielettricità: $D = C' \frac{T}{M}$, e trovò che i valori calcolati con essa presentano un accordo soddisfacente con quelli dati dall'esperienza.

« Combinando le espressioni dell'Obach con quelle da me sopra dedotte arriviamo alle seguenti altre relazioni:

$$\lambda = K \frac{1}{1 - \gamma_1 \sqrt{\frac{M}{N}}} \quad \text{e} \quad T = K' \frac{1}{1 - \gamma_1 \sqrt{\frac{M}{N}}}$$

le quali ci dimostrano che il calore di vaporizzazione dai composti di una serie andrà diminuendo nella serie se il rapporto $\frac{M}{N}$ diminuisce, ciò che è il caso generale.

« La temperatura di ebollizione invece crescerà sempre col peso molecolare. Queste deduzioni sono confermate dai risultati sperimentali.

« *Relazione Runolfsson.* — Recentemente Runolfsson (*Comptes-rend.* dec. 1892) credette di trovare una relazione fra il calore molecolare ed il potere induttore specifico, secondo la quale il rapporto fra il primo ed il secondo sarebbe costante ed uguale a 6,8, e lo stesso per tutti i corpi allo stato solido, liquido e gassoso, almeno ad una stessa temperatura.

« Riguardo a questa relazione osservo che è bensì vero che la costante di dielettricità per i gas e vapori è generalmente poco differente dalla unità, ma il calore molecolare a pressione costante è nel maggior numero dei casi diverso da 6,8, e può variare da 9,42 a 35,2 anche solo per quei gas e vapori di cui già si conosce il potere induttore.

« Per i liquidi basta citare i seguenti composti, di cui si assumono per il confronto i calori molecolari a 20°.

	$\frac{Mc}{6.8}$	D
A. metilico	2,85	32,7
» etilico	4,02	26,5
» propilico	4,93	22,8
Benzene	4,52	2,43
Toluene	5,51	2,36

« Si vede adunque che questa relazione non si verifica nemmeno per i liquidi. Nè abbiamo alcuna ragione finora di modificare il peso molecolare dei composti, come vorrebbe l'autore, per adattarlo ai valori del potere induttore specifico dati dall'esperienza, in modo che ne risulti verificata la detta relazione, la quale d'altra parte non ha fondamento teorico.

« *Relazione Joubin.* — Questa relazione, come si è veduto, si può scrivere sotto la forma $n - 1 = k\sqrt{\frac{M}{N}}$. Avendo però in questa Nota dimostrato essere una espressione generale la seguente: $\frac{n^2 - 1}{n^2} = \gamma'\sqrt{\frac{M}{N}}$, ne verrebbe che affinchè la relazione Joubin fosse generale dovrebbe anche verificarsi l'altra $\frac{n+1}{n^2} = \text{cost.}$, il che non è possibile; quindi la relazione Joubin non può essere una relazione generale ».

Fisica. — *Sulla conducibilità elettrica dei sali disciolti in Glicerina* (1). Nota del dott. prof. CARLO CATTANEO, presentata dal Socio BLASERNA.

« In una mia prima Nota (2): *Sulla conducibilità elettrica dei sali in varî solventi*, nella quale è indicato minutamente il metodo seguito nelle varie operazioni sperimentali e nelle varie misure, travansi raccolti i risultati da me ottenuti in seguito alle determinazioni eseguite coi sali: Ioduro di Cadmio, Bromuro di Cadmio, Cloruro ferroso, Cloruro ferrico, Cloruro di Alluminio, Cloruro mercurico, sciolti nell'acqua, nell'alcool e per alcuni anche nell'etere. Facendo ora seguito alla Nota sopracitata espongo qui i risultati ottenuti collo studio di altri sali solubili in Glicerina e cioè: Cloruro di Ammonio, Cloruro di Sodio, Cloruro ferrico, Cloruro di Zinco, Cloruro di Bario, Ioduro potassico e Bromuro potassico.

« Per quanto si riferisce alle misure di resistenza delle soluzioni, alla

(1) Lavoro eseguito nel Gabinetto di Fisica della R. Università di Siena.

(2) Atti R. Accad. Torino, vol. XXVIII, aprile 1893.