ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXC.

1893

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME II.

2° SEMESTRE

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1893

Meccanica. — *Un teorema fondamentale di meccanica.* Nota di G. MORERA, presentata dal Socio BELTRAMI.

« La lettura della Nota del sig. Seiliger: *Sur un théorème nouveau de mécanique*, apparsa nell'ultimo fascicolo dei *Comptes Rendus* dell'Accademia di Parigi [1], mi ha suggerito il teorema seguente.

« Se di un mobile, costituito da punti comunque vincolati ed in riposo, si considerano due spostamenti, generabili in uno stesso intervallo infinitesimo di tempo applicando separatamente al mobile due differenti sistemi di forze: il lavoro che le forze del 1° sistema farebbero pel 2° spostamento è uguale a quello che farebbero le forze del 2° sistema pel 1° spostamento.

« Infatti sieno:

X, Y, Z le componenti ortogonali della forza totale [2], nel primo sistema, che opera sulla massa m di coordinate iniziali x, y, z;

δx, δy, δz le componenti dello spostamento, che m subisce alla fine del tempo δt;

a_x, a_y, a_z le proiezioni dell'accelerazione impressa ad m, si ha:

$$X = ma_x\,, \qquad Y = ma_y\,, \qquad Z = ma_z\,,$$

e siccome m parte dal riposo si avrà:

$$\delta x = \frac{1}{2}\, a_x\, \delta t^2\,, \qquad \delta y = \frac{1}{2}\, a_y\, \delta t^2\,, \qquad \delta z = \frac{1}{2}\, a_z\, t^2\,;$$

quindi:

$$\delta x = \frac{X}{2m}\,\delta t^2\,, \qquad \delta y = \frac{Y}{2m}\,\delta t^2\,, \qquad \delta z = \frac{Z}{2m}\,\delta t^2.$$

« Analogamente, dette X′, Y′, Z′ le componenti della forza totale che sollecita m nel secondo sistema e $\delta x'$, $\delta y'$, $\delta z'$ le componenti dello spostamento subito da m alla fine del tempuscolo δt, sarà:

$$\delta x' = \frac{X'}{2m}\,\delta t^2\,, \qquad \delta y' = \frac{Y'}{2m}\,\delta t^2\,, \qquad \delta z' = \frac{Z'}{2m}\,\delta t^2\,;$$

dunque:

$$\begin{aligned} \Sigma\, \frac{XX' + YY' + ZZ'}{2m}\,\delta t^2 &= \Sigma\,(X\delta x' + Y\delta y' + Z\delta z') \\ &= \Sigma\,(X'\delta x + Y'\delta y + Z\delta z). \end{aligned}$$

Nell'equazione:

$$\Sigma\,(X\delta x' + Y\delta y' + Z\delta z') = \Sigma\,(X'\,\delta x + Y'\,\delta y + Z'\,\delta z),$$

[1] N. 18; 30 ottobre 1893, pag. 578.

[2] Cioè della risultante della forza motrice e delle resistenze dei vincoli.

che esprime il teorema enunciato, figurano lavori di forze per spostamenti compatibili, e però da essa spariscono tutte le forze di lavoro nullo per tutti gli spostamenti compatibili. È quindi inutile tener conto nella precedente relazione delle cosidette *resistenze dei vincoli*, e però potremo senz'altro intendere che X, Y, Z; X', Y', Z' rappresentino forze motrici.

« Si noti che le forze attive o motrici sono arbitrarie, mentre tali non sono le forze totali se effettivamente il sistema è vincolato.

« Mi sembra molto importante il fatto che il teorema dimostrato, il quale apparisce come una conseguenza pressochè immediata del principio fondamentale della dinamica, somministri ovviamente, come corollario, il *principio dei lavori virtuali*.

« Invero, se il mobile rimane in equilibrio sotto l'azione delle forze del 1° sistema, sarà:

$$\delta x = \delta y = \delta z = 0 ,$$

e per conseguenza:

$$\Sigma (X\delta x' + Y\delta y' + Z\delta z') = 0.$$

« Reciprocamente, essendo soddisfatta questa equazione per tutti gli spostamenti virtuali compatibili, cioè generabili col moto, sarà:

$$\Sigma (X' \delta x + Y' \delta y + Z' \delta z) = 0$$

qualunque sieno le forze attive X', Y', Z', e per conseguenza:

$$\delta x = \delta y = \delta z = 0 ,$$

cioè l'equilibrio avrà luogo ».

Fisica. — *Influenza dei processi di deformazione sulle proprietà elastiche dei corpi. Flessione dell'ottone.* Nota del dott. M. Cantone, presentata dal Socio P. Blaserna.

« Nell'esame dell'influenza che hanno i processi di deformazione sulle proprietà elastiche ci troviamo di fronte a fenomeni che, nel mentre costituiscono delle vere anomalie per riguardo alla teoria matematica della elasticità, si rivelano governati da leggi costanti e generali la cui esistenza, in gran parte, può essere sfuggita ai fisici solo perchè non si è tentato uno studio sistematico. E fa meraviglia invero come accertate le deviazioni dalla legge di Hooke e le deformazioni permanenti, non si sia pensato a ricercare come varii la forma del corpo oltre che durante l'aumento del carico lungo il periodo di scarica, tanto più che l'esperienze del prof. G. Wiedemann (1) sulla torsione accennavano già a dei risultati che occorreva mettere in rilievo con maggiori particolari.

(1) Wied. Ann. 6, p. 485, 1879.