ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXC.

1893

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME II.

2° SEMESTRE

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1893

« Aggiungerò ancora come nell'occuparmi di un tema, su cui l'Accademia delle Scienze di Parigi aveva ripetutamente chiamata l'attenzione dei geometri, fosse mio proposito di provare la efficacia dei metodi di calcolo differenziale assoluto, la quale ha la sua ragione in ciò che essi eliminano naturalmente dai problemi, che sono indipendenti dalla scelta delle coordinate, ogni elemento ad essi estraneo. E infatti spero di aver dato un esempio convincente di questa efficacia, poichè, se non m'inganno, il problema da me risoluto difficilmente sarebbe stato accessibile al calcolo differenziale ordinario. Avvertirò in fine come io abbia avuta cognizione del riassunto del sig. Königs soltanto dopo la pubblicazione della mia Nota inserita nel fascicolo del 22 gennaio 1893 di questi Rendiconti ».

Fisica. — *Sul modo di eliminare le deformazioni permanenti* (1). Nota del dott. M. Cantone, presentata dal Socio Blaserna.

« In due Note precedenti (2) ho esaminato l'influenza che esercitano i processi di deformazione sulle proprietà elastiche dei corpi. Una grave difficoltà si opponeva in principio a siffatto studio, non conoscendosi ancora il mezzo di ricondurre il corpo deformato permanentemente nello stato primitivo, o in generale, in condizioni paragonabili fra loro e per le quali si avessero le stesse proprietà elastiche nei due sensi. Or io basandomi sull'esperienza nota, che una sbarra un poco piegata si può riportare per mezzo di vibrazioni allo stato iniziale, e tenendo conto dell'analogia tra i fenomeni di elasticità e quelli del magnetismo, ho pensato che, come si toglie al corpo già sottoposto all'induzione di un rocchetto la polarità residua mediante correnti alternate e decrescenti, fosse possibile in modo analogo raddrizzare le lastre deformate permanentemente, usando carichi positivi e negativi che si succedano con intensità sempre minore.

« L'esperienza ha confermato in parte le mie previsioni, giacchè col metodo ora indicato si avvicinano poco a poco all'origine i punti d'incontro della *curva d'isteresi* coll'asse delle forze, sino ad aversi, ad operazione compiuta, il ritorno della lastra ad una forma assai vicina alla primitiva. Così le 0_1, 0_5, ed 0_{11} *ricotta*, col procedimento anzidetto, delle saette residue di $0{,}32,^{mm}$ $0{,}37,^{mm}$ $1{,}00^{mm}$ conservarono una parte che non superò $0{,}14^{mm}$.

« Nel caso di deformazioni permanenti piuttosto grandi, il metodo descritto o delle *alternazioni decrescenti*, come lo si può chiamare, non basta a conseguire tutto l'effetto desiderato, inquantochè il corpo, pur perdendo buonissima parte della flessione residua, resta un poco piegato nel senso in cui si esercitò la prima volta la forza massima usata nelle serie.

« Però, a mio credere, è da ritenere che tale risultato non si debba

(1) Lavoro eseguito nel laboratorio di Fisica della R. Università di Palermo.

(2) V. Rend., Accademia dei Lincei, vol. II, 2° sem., p. 246 e

ascrivere a difetto del metodo in questione, bensì al fatto che il corpo il quale abbia subìto sforzi troppo grandi, perde la proprietà di presentare deformazioni permanenti uguali nei due sensi, accennando ad oscillare attorno una posizione spostata rispetto alla primitiva nel senso avanti cennato; sicchè la non completa efficacia del processo di *scarica* dipenderebbe in ultima analisi dalle deformazioni cui prima si è sottoposto il corpo.

« Basterà, per provarlo, considerare come si comporti una lastra che partendo dallo stato originario compie cicli bilaterali di ampiezze crescenti. Si vede allora che la media delle letture ottenute col carico *zero* nell'andata e nel ritorno, si mantiene in principio quasi costante e coincidente coll'altezza iniziale della mira, per variare poi nel senso indicato; attuando ad un certo punto il processo delle *alternazioni* si perviene ad una lettura sul catetometro diversa dalla primitiva, ma vicinissima alla media di quelle fatte nell'ultimo ciclo per le deformazioni residue in alto ed in basso, come attestano le tabelle seguenti che contengono, in succinto, parte della storia di talune lastre.

« In ogni tabella la seconda colonna si riferisce alle letture avute col carico *zero* in seguito ad una trasformazione che ha origine da una forza indicata nella prima colonna, dove in generale il simbolo P · O serve a denotare il passaggio da P a *zero*; la terza colonna porta nel primo ed ultimo rigo le altezze della mira al principio ed alla fine della serie, e negli interlinei le medie dei valori della seconda colonna per i singoli cicli bilaterali. Lo *zero* iniziale è destinato coll'asterisco *, e quello ottenuto colle *alternazioni decrescenti* è racchiuso fra parentesi.

O_1 TABELLA I.

11 Novembre			12 Novembre			14 Novembre			21 Novembre		
0*	—	122.54	0	—	122.60	0	—	122.30	0	—	121.60
4·0	122.52	122.56	14·0	122.26	122.49	18·0	121.16	122.37	8·0	121.72	121.85
— 4·0	122.61		— 14·0	122.72		— 18·0	123.58		— 8·0	121.98	
6·0	122.52	122.59	16·0	121.54	122.32	19·0	119.92	122.06	10·0	121.76	121.85
— 6·0	122.66		— 16·0	123.10		— 19·0	124.20		— 10 0	121.94	
8·0	122.54	122.60	17·0	121.30	122.32	20·0	118.34	121.66	12·0	121.75	121.85
— 8 0	122.66		— 17·0	123.34		— 20·0	124.98		— 12·0	121.96	
10·0	122.56	122.64	18·0	120.72	122.26	(0)	—	121.78	14·0	121.68	121.84
— 10·0	122.72		— 18·0	123.80					— 14·0	122.00	
12·0	122.50	122.65	(0)	—	122.36				16·0	121.46	121.86
— 12·0	122.80								— 16·0	122.26	
14·0	122.22	122.54							18·0	120.85	121.82
— 14·0	122.86								— 18·0	122.79	
14·0	122.36	122.61							19·0	120.24	121.82
— 14·0	122.86								— 19·0	123.40	
14·0	122.38	122.59							20·0	119.16	121.76
— 14·0	122.80								— 20·0	124.36	
(0)	—	122.60							(0)	—	121.74

O_4 TABELLA II.

4 Marzo			5 Marzo			6 Marzo			11 Marzo		
0*	—	(1) 134.26	0	—	132.78	0	—	132 74	0	—	132.80
14·0	129.53	132.21	14·0	131.33	132.83	14·0	131.38	132.82	16·0	126.88	131.02
— 14·0	134.89		— 14·0	134.34		— 14·0	134.26		— 16·0	137.16	
14·0	130.98	132.74	(0)	—	132.77	(0)	—	132.82	16·0	128.23	132.38
— 14·0	134.49								— 16·0	136.54	
14·0	131.20	132.77							16·0	128.39	132.39
— 14·0	134.35								— 16 0	136.38	
(0)		132.79							(0)	—	132.32

O_9 TABELLA III.

26 Aprile			27 Aprile (cont).		
0*	—	133.07			
10·0	132.63	132.79	(2) 18·0	130.30	131.78
— 10·0	132.95		— 18·0	133.27	
11·0	132.62	132.78	18·0	130.37	131.80
— 11·0	132.94		— 18·0	133.24	
12·0	132.44	132.67	18·0	130.42	131.81
— 12·0	132.90		— 18·0	133.20	
13·0	132.26	132.58	18·0	130.44	131.82
— 13·0	132.90		— 18·0	133.20	
14·0	132.00	132.44	(0)		131.84
— 14·0	132.89				
15·0	131.78	132.38			
— 15·0	132.98				
16·0	131.34	132.22			
— 16·0	133.10				
17·0	130.88	132.07			
— 17·0	133.26				
18·0	130.10	131.84			
— 18·0	133.57				
18·0	130.40	131.89			
— 18·0	133.38				

O_{11} *ricotta* TABELLA IV.

8 Giugno			10 Giugno		
0*	—	128.68	0	—	128.65
2·0	128.66	128.68	10·0	127.90	128.59
— 2·0	128.70		— 10·0	129.28	
3·0	128.64	128.67	11·0	127.02	128.51
— 3·0	128.70		— 11·0	130.00	
4·0	128.65	128,69	12·0	124,86	128.12
— 4·0	128.73		— 12·0	131.38	
5·0	128.66	128.70	13·0	120.95	127.22
— 5·0	128.74		— 13·0	133.50	
6·0	128.62	128.68	14·0	115.24	126.24
— 6·0	128.75		— 14·0	137.24	
7·0	128.58	128.70	14·0	117.32	126.19
— 7·0	128.81		— 14·0	135.06	
8·0	128.46	128.69	14·0	119.00	126.62
— 8·0	128.92		— 14·0	134.24	
9·0	128.20	128.64	14·0	119.68	126.63
— 9·0	129.08		— 14·0	133,58	
10·0	127.64	128.57	(0)		126.78
— 10·0	129.50				
(0)	—	128.64			

(1) Questa lettura si riferisce al 23 Feb. dal quale giorno la lastra fu cimentata per cicli unilaterali fra 0.2 e 0.14.

(2) La lastra trovavasi caricata in principio con 18 pesi dal giorno precedente,

« Si constata agevolmente dal complesso dei risultati trascritti, che la posizione attorno cui le nostre sbarre si deformano, va spostandosi, e che il nostro metodo di scarica ci permette di mantenerla dove fu portata dal ciclo di massima estensione, e dalla quale non si allontana in modo sensibile per altri cicli di ampiezza non superiore, unilaterali o bilaterali.

« Risultati ancora più regolari si ebbero, per il processo di cui ci occupiamo, nella torsione del nichel ricotto: in tal caso deformazioni permanenti sino a circa 75 divisioni della scala (cioè ad $^1/_6$ della deformazione temporaria massima), si mantennero uguali da una parte e dall'altra in ogni ciclo a meno di $^1/_{100}$ del loro valore, e si riuscì colla scarica successiva ad ottenere il ritorno esatto del corpo alla forma originaria.

« A render meno variabile, nella flessione, la media delle letture corrispondenti al carico *zero*, ho trovato utile far compiere alla lastra, a partire dallo stato iniziale, cicli bilaterali con ampiezze che crescono gradatamente: allora le saette residue sono presso a poco uguali in valore assoluto, e la scarica operata in seguito colle *alternazioni decrescenti* conduce ad un'altezza della mira che non si discosta molto dalla primitiva.

Tale è il comportamento della 0_{11} *ricotta* per la serie cui si è accennato in principio di questa nota; se è stato possibile eliminare in essa quasi tutta la deformazione permanente ($1{,}00^{mm}$), ciò si deve alla circostanza che nella serie citata il valore della forza estrema, passando da un ciclo bilaterale al successivo, fu fatto variare sin dal principio per l'aggiunta di un sol peso.

« Uguale successo, mediante l'artifizio sopra menzionato, non ebbero le nostre ricerche sulla flessione dell'ottone, quando si arrivava a saette esagerate, ma si potè sempre avere colle *alternazioni crescenti* un notevole vantaggio per riguardo agli spostamenti dello *zero*. Se lo scopo non fu raggiunto del tutto, io credo ne sia causa la disposizione sperimentale, poichè l'uso della carrucola, che non fu possibile evitare, portava, come altrove si disse [1], qualcosa di dissimmetrico nel modo d'agire delle forze, ciò è tanto vero che nella torsione, dove l'apparecchio risponde meglio all'esigenze delle ricerche, si accenna ad un comportamento più regolare.

« In ogni modo è da ritenere che il metodo delle alternazioni decrescenti permetta di conseguire, per il corpo che si deforma a *temperatura costante*, uno stato veramente *normale*.

« Chiarisco l'idea. È noto che i metalli di cui disponiamo hanno subìto processi termici o meccanici che non ci garantiscono un'uguaglianza di struttura nei varî punti e nelle varie direzioni; non si può quindi considerare lo stato iniziale di siffatti corpi come privo di deformazione. Tenute presenti queste circostanze, a noi non interessa conoscere se esista uno stato realizzabile a piacere, e rispetto al quale il corpo abbia legge costante di deforma-

[1] V. loc. cit.

zione per forze che agiscano successivamente o nello stesso senso o in sensi opposti.

Col nostro metodo di scarica parmi si raggiunga lo scopo in modo quasi completo. Dalle tabelle che riporterò appresso si vedrà infatti che l'altezza $[L]_0$ della mira, ottenuta colle alternazioni decrescenti in diverse serie di esperienze, si mantiene per ciascuna lastra pressochè invariata, e che la legge secondo cui si deforma il corpo per forze crescenti a partire dallo *zero* di scarica non subisce modificazioni notevoli da un giorno all'altro. Moltissimi risultati sperimentali potrei addurre a conferma di questi fatti, oltre quelli che qui saranno trascritti; li tralascio per amore di brevità, limitandomi solo ad aggiungere che nei metalli ricotti, i quali presentano, a parità di forza, maggiori deformazioni temporarie e permanenti, si ottennero col metodo citato in diverse serie posizioni di riposo della mira che differivano fra loro di una quantità inferiore ad $^1/_{1000}$ della saetta permanente massima.

« Che la legge di deformazione del corpo a partire dallo *zero* di scarica rimanga immutata quando si passa dalle forze positive alle negative, non viene avvalorato in maniera assoluta dalle mie ricerche, giusta l'esperienze che riassumo nelle tabelle V, VI, VII e VIII, ma resta accertato che le deviazioni da un caso all'altro sono piccole, e che perciò possono rientrare nei limiti di errori inerenti alle nostre condizioni sperimentali.

O_4 TABELLA V.

P	5 Marzo $[L]_0 = 132.78$		6 Marzo a. m. $[L]_0 = 132.74$		P	6 Marzo p. m. $[L]_0 = 132.78$	
	s	Δs	s	Δs		s	Δs
0	—		—		0	—	
		2.51		2.50			— 2.46
1	2.51		2.50		— 1	— 2.46	
		2.47		2.52			— 2.49
2	4,98		5.02		— 2	— 4.95	
		2.54		2.52			— 2.48
3	7.52		7.54		— 3	— 7.43	
		2.50		2.52			— 2.49
4	10.02		10.06		— 4	— 9.92	
		2.47		2.46			— 2.46
5	12.49		12.52		— 5	—12.38	
		2.43		2.42			— 2.46
6	14.92		14.94		— 6	—14.84	
		2.39		2.40			— 2.41
7	17.31		17.34		— 7	—17.25	
		2.40		2.40			— 2.43
8	19.71		19.74		— 8	—19.68	
		2.39		2.39			— 2.43
9	22.10		22.13		— 9	—22.11	
		2.41		2.41			— 2.39
10	24.51		24.54		—10	—24.50	
		2.41		2.40			— 2.46
11	26.92		26.94		—11	—26.96	
		2.42		2.41			— 2.52
12	29.34		29.35		—12	—29.48	
		2.53		2.53			— 2.64
13	31.87		31.88		—13	—32.12	
		2.77		2.70			— 2.83
14	34.64		34.58		—14	—34.95(1)	

(1) Nel mettere l'ultimo peso si è data una scossa al piatto.

O_5 TABELLA VI.

P	2 Aprile $[L]_0 = 130.17$		3 Aprile $[L]_0 = 130.11$		P	1 Aprile $[L]_0 = 130.28$	
	s	Δs	s	Δs		s	Δs
0	—		—		0	—	
		1.11		1.11			—1.13
1	1.11		1.11		— 1	— 1.13	
		2.26		2.26			—2.27
3	3.37		3.37		— 3	— 3.40	
		2.25		2.26			—2.26
5	5.62		5.63		— 5	— 5.66	
		2.18		2.20			—2.25
7	7.80		7.83		— 7	— 7.91	
		2.19		2.20			—2.23
9	9.99		10.03		— 9	—10.14	
		2.16		2.15			—2.23
11	12.15		12.18		—11	—12.37	
		2.15		2.19			—2.20
13	14.30		14.37		—13	—14.57	
		2.25		2.26			—2.25
15	16.55		16.63		—15	—16.82	
		1.15		1.18			—1.18
16	17.70		17.81		—16	—18.00	
		1.23		1.21			—1.27
17	18.93		19.02		—17	—19.27	
		1.31		1.32			—1.34
18	20.24		20.34		—18	—20.61	

O_6 TABELLA VII.

P	11 Aprile a.m. $[L]_0 = 135.96$		P	13 Aprile $[L]_0 = 135.98$	
	s	Δs		s	Δs
0	—		0	—	
		1.62			—1.59
1	1.62		— 1	— 1.59	
		3 23			—3.25
3	4.85		— 3	— 4.84	
		3.18			—3.18
5	8.03		— 5	— 8.02	
		3.17			—3.13
7	11.20		— 7	—11.15	
		3.18			—3.09
9	14.38		— 9	—14.24	
		3.14			—3.15
11	17.52		—11	—17.39	
		3.26			—3.28
13	20.78		—13	—20.67	
		3.62			—3.64
15	24.40		—15	—24.31	
		2.12			—2.19
16	26.52		—16	—26.50	

O_{12} *ricotta* TABELLA VIII.

P	28 Agosto $[L]_0 = 124.96$		29 Agosto $[L]_0 = 124.98$		P	28 Agosto $[L]_0 = 124.97$		28 Agosto $[L]_0 = 124.98$	
	s	Δs	s	Δs		s	Δs	s	Δs
0	—		—		0	—		—	
		2.89		2.86			—2.89		—2.86
1	2.89		2.86		— 1	— 2.89		— 2.86	
		2.87		2.88			—2.86		—2.86
2	5.76		5.74		— 2	— 5.75		— 5.72	
		2.85		2.85			—2.88		—2.89
3	8.61		8.59		— 3	— 8.63		— 8.61	
		2.79		2.79			—2.81		—2.83
4	11.40		11.38		— 4	—11.44		—11.44	
		2.74		2.78			—2.81		—2.80
5	14.14		14.16		— 5	—14.25		—14.24	
		2.76		2.76			—2.83		—2.86
6	16.90		16.92		— 6	—17.08		—17.10	
		2.79		2.85			—2.95		—2.95
7	19.69		19.77		— 7	—20.03		—20.05	
		3.11		3.11			—3.26		—3.25
8	22.80		22.88		— 8	—23.29		—23.30	
		3.68		3.64			—4.00		—3.96
9	26.48		26.52		— 9	—27.29		—27.26	
		5.68		5.31			—5.57		—5.33
10	32.16		31.83		—10	—32.86		—32.59	

« Nella torsione del nichel siamo anche per questo riguardo in condizioni migliori, poichè in due serie compiute, dopo la *scarica alternata*, con forze crescenti nei due sensi si ebbero letture sulla scala che presentano un notevole accordo nei loro valori assoluti per carichi uguali sui due piatti.

« Non sempre lo stato originario coincide col normale, potendone talvolta differire per una casuale deformazione permanente, che stante la sua piccolezza sfugga al nostro occhio e che basti a rendere diverse le proprietà elastiche della sbarra per deformazioni da una parte e dall'altra. In tali casi non è da aspettarsi che il nostro metodo di scarica ci porti all'altezza iniziale della mira, poichè con esso si riesce ad eliminare gli effetti residui dovuti a forze positive o negative più piccole in valore assoluto del carico limite da cui si parte nella *riduzione a zero*.

« Mi è stato facile provare la cosa con una esperienza. Portata una lastra nello stato normale dopo avere usato lo sforzo massimo di 20 pesi, le si fece acquistare con un carico successivo + 12 una deformazione permanente, che sparì ricaricando il corpo con + 14 ed attuando poi il processo delle alternazioni. Si produsse allora collo stesso carico + 12 la medesima saetta di prima, e rifatta la scarica, a partire però da — 14, si ebbe risultato identico a quello ottenuto nell'altro caso.

« Tutto ciò serve a mostrare che lo stato cui si perviene colle alternazioni decrescenti costituisce per lo studio delle proprietà elastiche un punto di partenza più sicuro, giacchè esso è esente da quelle incertezze che possono affet-

tare lo stato originario del corpo, e di conseguenza la sua legge di deformazione. Ai medesimi apprezzamenti porterebbe il fatto che delle lastre cimentate, quelle che per la natura del processo subìto nella prima serie permettono l'esame della *curva caratteristica* (1), accennano a leggi diverse avendosi con talune, e di preferenza colle ricotte, una cedevolezza sempre maggiore coll'aumentare del carico, per altre al contrario prima un aumento e poi una diminuzione del modulo *E*. Se invece prendiamo le mosse dallo *zero* di scarica, l'uniformità dei risultati pare sia meglio raggiunta, nel senso che coi diversi corpi la resistenza alle azioni deformatrici prima cresce e poi diminuisce; ed è a notare che il fatto vale tanto per i carichi positivi quanto per i negativi, onde abbiamo in ciascuno dei due rami della curva caratteristica un punto d'inflessione, dove comincia a crescere la cedevolezza del corpo.

« Altro flesso si produce con deformazioni esagerate quando la sbarra s'incurva di preferenza in prossimità del sostegno; ma quest'ultimo, come fu già osservato (1), dipende dal modo d'agire dei carichi e non dalle proprietà elastiche della sbarra. Uguale ragione non può valere per il primo aumento del modulo, giacchè, determinate le variazioni da apportare ai valori di Δs per riferirci al caso di una forza esercitantesi in direzione perpendicolare alla parte terminale della lastra, si trovarono numeri assai più piccoli di quelli che costituiscono gli scostamenti dalla legge di Hooke.

« La legge di deformazione del corpo per forze non molto grandi a partire dallo stato normale risulterebbe dunque alquanto complicata, nè saprei trovare cause disturbatrici capaci di produrre effetti apprezzabili, all'infuori delle condizioni speciali di struttura in cui trovansi le lastre cimentate, ma l'uso di una sola specie di deformazioni e di un solo metallo non ci permette nè di risolvere la questione nel caso dell'ottone, nè di formulare intorno ad essa giudizi assoluti.

« Non abbiamo tenuto conto nello studio della flessione dell'influenza che può avere sui cicli e sul processo di scarica la forza di gravità esercitantesi sul corpo che si cimenta, influenza che non può mancare trattandosi di un'azione la quale produce effetti opposti per deformazioni nei due sensi. Stando ad un esame superficiale parrebbe che, atteso lo spessore delle lastre da me adoperate, la causa disturbatrice di cui parliamo non fosse di grande entità, essendosi accertato mediante il catetometro che le sbarre si mantengono sensibilmente diritte nella disposizione iniziale, a meno di una saetta di qualche decimo di millimetro; tuttavia la questione per la sua natura delicata merita un più attento esame che io mi propongo di fare in seguito ».

(1) V. loc. cit.
(2) V. loc. cit. p. 248.