

ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXC.

1893

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME II.

2° SEMESTRE



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1893

RENDICONTI

DELLE SEDUTE
DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

pervenute all'Accademia prima del 16 luglio 1893.

Fisica. — *Sul lavoro interno nella dilatazione dei corpi solidi e sul rapporto di Poisson.* Nota del dott. E. BOGGIO-LERA, presentata dal Socio RÖRTI.

« 1. La teoria dinamica del calore non ha fin qui determinato il lavoro interno prodotto dal calore nella dilatazione dei corpi solidi; solamente nel caso che il volume sia mantenuto costante, ha dimostrato che se C è il calore specifico a pressione costante, c quello a volume costante, ambedue alla temperatura assoluta T , P la pressione interna, V il volume specifico, A l'equivalente calorifico del lavoro, si deve avere:

$$C - c = -A \cdot T \cdot \left(\frac{dP}{dV}\right)_T \left(\frac{dV}{dT}\right)_P^2$$

ove $\left(\frac{dP}{dV}\right)_T$ e $\left(\frac{dV}{dT}\right)_P$ indicano rispettivamente le derivate a temperatura ed a pressione costante. Osservando che se σ è il coefficiente di compressibilità cubica a temperatura costante ed α il coefficiente di dilatazione cubica a pressione costante, entrambi alla temperatura indicata T , si ha:

$$dP = -V\sigma dP,$$
$$\frac{1}{V} \left(\frac{dV}{dT}\right)_P = \alpha;$$

quell'eguaglianza si può mettere sotto la forma:

$$(1) \quad C - c = A \frac{T\alpha^2 V}{\sigma}$$

« Da questa si potrebbe calcolare il lavoro interno nell'aumento di un grado di temperatura a volume costante, se fosse noto il coefficiente di compressibilità cubica ω . Ma sapendosi come questo coefficiente sia poco conosciuto a causa delle grandi difficoltà della sua determinazione, e che assai discordi sono le poche determinazioni che ne furono fatte per alcuni metalli, può dirsi che allo stato attuale il lavoro interno è ancora sconosciuto.

« Io credo che si possa determinare il lavoro interno tanto a volume come a pressione costante, ed anche il coefficiente di compressibilità cubica per mezzo delle considerazioni seguenti :

« Avendo io dimostrato (1) che fra il calore specifico assoluto K del corpo, la densità δ , la temperatura assoluta T e il coefficiente di rottura R passa la relazione :

$$KTE\delta = R$$

ed avendo fatto vedere che con grande approssimazione si ritrovano mediante questa formola i coefficienti di rottura determinati sperimentalmente da Wertheim, prendendo per K il rapporto $\frac{2,4}{p}$ del calore specifico assoluto dell'idrogeno al peso atomico riferito a quello dell'idrogeno medesimo, possiamo dire di conoscere K. Il calore specifico C a pressione costante alla temperatura T e la densità essendo noti :

$$(C - K) E\delta$$

risulterà noto parimenti e ci darà (se si trascura il calore impiegato nell'eseguire il lavoro esterno sempre piccolissimo) il lavoro interno nella dilatazione subita dall'unità di volume per l'inalzamento di un grado di temperatura, a pressione costante.

« Ora se α è tale dilatazione e ω come dicemmo il coefficiente di compressibilità cubica a temperatura costante, è chiaro che per ottenere una variazione α dell'unità di volume dovrebbe aversi una variazione $\frac{\alpha}{\omega}$ di pressione per unità di superficie. Però siccome questa sarebbe soltanto la variazione finale, potremo dire che il lavoro interno per unità di volume, dovrà essere uguale alla metà di tale variazione di pressione per unità di superficie. Siamo quindi autorizzati a stabilire la relazione :

$$(2) \quad (C - K) E\delta = \frac{\alpha}{2\omega},$$

la cui importanza è evidente : essa ci dà :

$$(3) \quad \omega = \frac{\alpha}{2(C - K) E\delta}$$

(1) Rendiconti Accademia dei Lincei, giugno, 1893.

la quale ci permette di determinare il coefficiente di compressibilità cubica, giacchè α , C , K , E , δ sono tutte quantità note; essa ci dice inoltre che:

il coefficiente di compressibilità cubica a temperatura costante è uguale alla metà del rapporto fra la dilatazione e l'energia consumata nella dilatazione.

* 2. Osserviamo che la (1) si può mettere sotto la forma

$$(4) \quad (C - c) E \delta = \frac{T \alpha^2}{\omega}$$

e dividiamo questa per la (2); si ha:

$$(5) \quad \frac{(C - c) E \delta}{(C - K) E \delta} = 2 \alpha T$$

ossia:

il rapporto fra l'energia consumata in lavoro interno per l'aumento d'un grado di temperatura a volume costante e quella consumata in lavoro interno per lo stesso aumento di temperatura a pressione costante, è uguale al doppio prodotto del coefficiente di dilatazione cubica per la temperatura assoluta.

* Da quest'ultima formola ricaviamo

$$(6) \quad c = C - 2 \alpha T E \delta (C - K)$$

la quale ci dà il calore specifico a volume costante in funzione di quantità conosciute.

* 3. Dalla relazione di Moutier:

$$\frac{1}{2} v = \varrho = \frac{2 M K E}{dV} \frac{dT}{dT}$$

fra il modulo di elasticità lineare v , la coesione ϱ che egli dimostra uguale alla metà del modulo di elasticità, la massa M , il volume V , e K , E , T , noi ricaviamo:

$$(7) \quad K E \delta = \frac{\alpha v}{4}$$

onde da questa e dalla (2):

$$\frac{K E \delta}{(C - K) E \delta} = \frac{\omega v}{2}$$

od anche:

$$(8) \quad \omega = \frac{2}{v} \frac{K}{C - K} = \frac{2}{v} \frac{1}{\frac{C}{K} - 1}$$

cioè, ricordando che $\frac{1}{v}$ rappresenta il coefficiente di compressibilità lineare:

il coefficiente di compressibilità cubica è uguale al doppio del coefficiente di compressibilità lineare moltiplicato

per il rapporto fra il calore che viene impiegato ad aumentare d'un grado la temperatura e quello che viene impiegato per produrre la dilatazione corrispondente.

« La (8) ci permette di determinare il coefficiente di compressibilità cubica con due soli dati sperimentali conosciuti (astrazione fatta di K che io considero per la mia citata Nota come perfettamente conosciuto) e perciò è preferibile alla (3) per il calcolo di ϖ , giacchè la (3) richiede la conoscenza di tre dati sperimentali, densità, calore specifico ordinario, e coefficiente di dilatazione.

« Dalla nota relazione:

$$\varpi = \frac{3}{v} (1 - 2\mu)$$

fra il coefficiente di compressibilità cubica, il modulo v ed il rapporto di Poisson μ , si ricava mediante l'ultimo valore trovato per ϖ ,

$$(9) \quad \mu = \frac{1}{2} - \frac{1}{3 \left(\frac{C}{K} - 1 \right)},$$

e potrà darsi che non sia privo d'interesse l'osservare che si può anche mettere questo valore sotto la forma

$$\frac{\frac{1}{2} \frac{C}{K} - \frac{5}{3}}{\frac{2}{K} \frac{C}{K} - 1}$$

analogamente a quella che dà il rapporto fra l'energia atomica e l'energia molecolare dei gas perfetti.

« Se noi ammettessimo con Moutier l'esistenza di uno stato ideale dei corpi solidi, nel quale dovrebbe essere

$$C = 3K$$

la nostra (9) ci darebbe per lo stato solido perfetto

$$\mu = \frac{1}{3}.$$

« Il rapporto di Poisson avrebbe dunque il valore che gli fu assegnato da Wertheim; noi vedremo però che nelle condizioni ordinarie $\frac{C}{K}$ s'aggira intorno al valore $\frac{5}{2}$ e che perciò μ è differente per i vari metalli e compreso fra $\frac{1}{3}$ ed $\frac{1}{4}$.

« 4. Se ϖ' è il coefficiente adiabatico di compressibilità cubica alla solita temperatura T , si ha come è noto:

$$\varpi' = \varpi - \frac{T\alpha^2}{EC\delta}$$

la quale ϖ dovendosi ormai considerare come noto, ci mette in grado di calcolare anche ϖ' .

« Da questa si ha :

$$EC\delta \left(\frac{\varpi - \varpi'}{\varpi} \right) = \frac{T\alpha^2}{\varpi},$$

e per la (4) :

$$EC\delta \left(1 - \frac{\varpi'}{\varpi} \right) = (C - c) E\delta,$$

la quale in ultima analisi diviene :

$$\frac{C}{c} = \frac{\frac{1}{\varpi'}}{\frac{1}{\varpi}};$$

donde si vede che :

come per i gas, così anche per i solidi, il modulo adiabatico di elasticità cubica, sta al modulo di elasticità cubica a temperatura costante, come il calore specifico a pressione costante sta al calore specifico a volume costante

« 5. La seguente tabella contiene i calori specifici C a pressione costante, ed alla temperatura 20°, determinati dal prof. Naccari (1) per alcuni metalli, i calori specifici assoluti K, i rapporti $\frac{C}{K}$, i rapporti di Poisson, calcolati mediante la (9), ed i moduli di elasticità cubica $\frac{1}{\varpi}$ in misura assoluta (C) (G) (S) calcolati per mezzo della (8), per quelli fra detti metalli di cui si hanno da Wertheim i moduli di elasticità lineare; ed in ultimo i moduli stessi $\frac{1}{\omega}$ da me calcolati in un'altra nota in base alle note esperienze di Edlund (2).

	C	K	$\frac{C}{K}$	μ	$\frac{1}{\varpi}$	$\frac{1}{\omega}$
Cadmio . . .	0,05510	0,02143	2,57	0,288	—	—
Ferro	0,10940	0,04285	2,53	0,285	15,88 × 10''	—
Argento . . .	0,05497	0,02222	2,47	0,274	5,20 "	5,22 × 10''
Rame	0,09239	0,03785	2,44	0,269	8,79 "	8,30 "
Nichel	0,10619	0,04082	2,60	0,292	—	—
Antimonio . .	0,04897	0,01967	2,49	0,276	—	—
Piombo . . .	0,03000	0,01159	2,59	0,290	—	—
Alluminio . .	0,21350	0,08759	2,44	0,268	—	—

(1) Naccari, *Sui calori specifici di alcuni metalli*. Atti dell'Accademia delle scienze di Torino, 1887.

(2) Boggio Lera, *Una relazione fra il coefficiente di compressibilità cubica, il peso specifico, e il peso atomico dei metalli*. Rendiconti dell'Accademia dei Lincei, 1890.

« Come si vede i valori trovati con la nuova equazione da me stabilita, concordano perfettamente con quelli da me calcolati in base agli esperimenti di Edlund.

« Quest'altra tabella contiene i calori specifici a pressione costante, medi fra 0° e 100, i calori specifici assoluti K , $\frac{C}{K}$, e μ , ed $\frac{1}{\omega}$ calcolati questi ultimi due nel modo anzidetto, in base ai moduli di elasticità lineare determinati da Wertheim. Perciò i valori di μ ed $\frac{1}{\omega}$ di questa tabella sarebbero i valori medi fra 0° e 100°.

	C	K	$\frac{C}{K}$	μ	$\frac{1}{\omega}$
Oro	0,0324	0,0122	2,66	0,299	6,61 × 10''
Argento	0,0570	0,0222	2,56	0,287	5,56 "
Platino	0,0324	0,0121	2,66	0,299	13,86 "
Rame	0,0943	0,0378	2,49	0,276	9,09 "
Ferro	0,1138	0,0428	2,65	0,299	16,87 "
Palladio	0,0593	0,0225	2,63	0,296	9,39 "
Piombo	0,0314	0,0116	2,71	0,305	1,51 "

Fisica. — *Sul potere induttore specifico dei corpi e sulle costanti della rifrazione della luce.* Nota di STEFANO PAGLIANI, presentata dal Socio CANNIZZARO.

« Nell'ipotesi dell'Helmholtz sulle proprietà de' dielettrici si ammette che le molecole del dielettrico siano già polarizzate, che le forze elettriche non facciano altro che orientarle tutte nella stessa direzione. Indichiamo con $d\tau$ l'elemento di volume occupato dalla molecola. Siano $+e d\tau$ e $-e d\tau$ le quantità di elettricità positiva e negativa sull'elemento $d\tau$, che vengono separate dalla polarizzazione, ma che rimangono sempre sull'elemento. Le coordinate della molecola siano a, b, c , e consideriamo un punto P qualunque posto fuori o dentro il dielettrico, di coordinate x, y, z . Il momento dielettrico della molecola riferito all'unità di volume è dato dal prodotto di $+e$ per la distanza fra i punti carichi delle quantità di elettricità $+e$ e $-e$. Le sue componenti secondo tre coordinate siano α, β, γ . Il potenziale di questa molecola nel punto P sarà dato da

$$\delta Q = -d\tau \left(\alpha \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{r} + \beta \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{r} + \gamma \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{r} \right)$$

dove $r = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2}$.