ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA NAZIONALE

DEI LINCEI

ANNO CCCXVIII.

1921

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXX.

1° SEMESTRE.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1921

È però agevole riconoscere — malgrado tante restrizioni — l'importanza dell'energia che annualmente circola e si disperde per la nostra atmosfera: e l'opportunità di rivolgere anche nel nostro paese l'attenzione degli studiosi e dei pratici verso uno sfruttamento razionale e metodico — in determinate favorevoli località — di questa permanente ricchezza naturale.

MEMORIE E NOTE PRESENTATE DA SOCI

Matematica. — *Sul potenziale di doppio strato superficiale* (¹). Nota di M. Picone, presentata dal Socio T. Levi-Civita (²).

. . . . nelle esposizioni che ho potuto leggere della teoria del potenziale, quando addirittura non la si ometta, non si dà, d'ordinario, un adeguato rilievo alla dimostrazione che *il potenziale di doppio strato superficiale*

$$W(P) = \int_S \mu \frac{\cos(r, n)}{r^2} d\sigma , \tag{1}$$

ha sempre un valore determinato e finito anche quando il punto potenziato P *sta sulla superficie potenziante* S.

Taluni autori dànno di ciò un'affrettata dimostrazione, nella quale però è tacitamente supposto, in più della regolarità della superficie S, che se

$$x = x(u, v) \quad , \quad y = y(u, v) \quad , \quad z = z(u, v),$$

sono le equazioni parametriche della superficie, le funzioni $x(u, v)$, $y(u, v)$, $z(u, v)$ devono possedere le derivate parziali del secondo ordine limitate in un conveniente intorno di ogni punto di S. Un'esauriente dimostrazione, in tale ipotesi, si può subito ricavare dall'accurata analisi che si trova svolta nelle pagine 42 e 43 della *Teorica delle forze Newtoniane* del Betti. Dal punto di vista dello stretto rigore analitico non sono poi accettabili quelle dimostrazioni, che si trovano in parecchi trattati di fisica-matematica, nelle quali si fa ricorso a intuitive affermazioni sull'angolo visuale relativo ad una superficie.

Mi permetto di sottoporre al Suo giudizio una semplicissima dimostrazione del fatto sopradetto, la quale è un'immediata conseguenza di un'espressione del potenziale di doppio strato che mi pare non sia stata notata, mentre sussiste in ipotesi molto larghe nelle quali non viene fatta menzione alcuna delle derivate seconde delle funzioni $x(u, v)$, $y(u, v)$, $z(u, v)$. Sup-

(¹) Da una lettera al prof. Levi-Civita.
(²) Presentata nella seduta del 19 dicembre 1920.

pongo che, per ogni punto P dello spazio, di coordinate a, b, c, le equazioni parametriche della superficie regolare S si possano porre nella forma

$$(2) \qquad x = a + \varrho \operatorname{sen}\varphi \cos\theta \;,\; y = b + \varrho \operatorname{sen}\varphi \operatorname{sen}\theta \;,\; z = c + \varrho \cos\varphi ,$$

ove ϱ, θ, φ sono tre funzioni di P e dei parametri u e v, funzioni definite nel dominio regolare D, del piano (u, v), base della superficie, ivi limitate, con le loro derivate parziali del primo ordine, e continue, con queste derivate, entro ciascuno di certi dominii regolari $D_1, D_2, \dots, D_\nu$, in numero finito ν, secondo i quali risulta decomposto il dominio D. I dominii $D, D_1, D_2, \dots, D_\nu$ dipenderanno, in generale, pur essi dal punto P.

In forza delle (2), l'integrale (1) si scrive

$$W(P) = \int_{D(P)} \mu(u, v) \frac{\cos(r, n)}{\varrho^2} \sqrt{EG - F^2}\, du\, dv ,$$

col solito significato di E, F, G.

Si ha, d'altra parte, entro ciascuno dei dominii $D_1, D_2, \dots, D_\nu$,

$$\cos(r, n) \sqrt{EF - F^2} =$$

$$= - \operatorname{sen}\varphi \cos\theta \frac{d(y, z)}{d(u, v)} - \operatorname{sen}\varphi \operatorname{sen}\theta \frac{d(z, x)}{d(u, v)} - \cos\varphi \frac{d(x, y)}{d(u, v)} =$$

$$= - \varrho^2 \operatorname{sen}\varphi \frac{d(\varphi, \theta)}{d(u, v)} ;$$

ne segue, sia P situato o no sulla superficie S,

$$(3) \qquad W(P) = - \int_{D(P)} \mu(u, v) \operatorname{sen}\varphi \frac{d(\varphi, \theta)}{d(u, v)} du\, dv .$$

È questa l'accennata espressione del potenziale di doppio strato, sotto la quale risulta ben evidente ch'esso ha sempre un valore determinato e finito anche quando il punto potenziato P sta sulla superficie potenziante S e la funzione $\mu(u, v)$ è limitata e integrabile in D(P).

Si faccia variare P sulla S. Si indichi con $D_i(P, P')$ il dominio comune ai dominii $D_i(P)$ e $D_i(P')$ $(i = 1, 2, \dots, \nu)$. Se, come accadrà d'ordinario entro ogni porzione di S priva di punti singolari, al tendere del punto P' di S al punto P di S, le misure dei dominii $D_i(P) - D_i(P, P')$, $D_i(P') - D_i(P, P')$ $(i = 1, 2, \dots, \nu)$ tendono a zero e se, posto

$$\mu \operatorname{sen}\varphi \frac{d(\varphi, \theta)}{d(u, v)} = F(P, u, v),$$

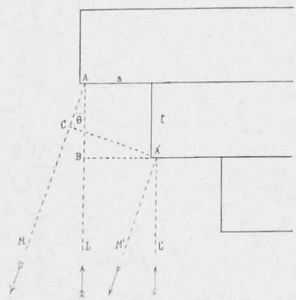
la differenza $F(P, u, v) - F(P', u, v)$ tende uniformemente a zero in $D_i(P, P')$, dalla (3) si deduce subito che *il potenziale di doppio strato* W(P) *è funzione continua di* P, *quando si tenga il punto* P *sulla* S *ed entro ciascuna sua porzione priva di punti singolari per* S.

A questa conclusione, *nella ulteriore ipotesi della continuità di* μ, si giunge anche osservando, con Painlévé, che se $W_1(P)$ indica il limite di $W(Q)$ quando il punto potenziato Q, mantenendosi sempre fuori di S e da una sua medesima parte, tende al punto P di S, la funzione $W_1(P)$ risulta continua sulla S, e ricordando che, entro ogni porzione di S priva di punti singolari, è sempre $W(P) = W_1(P) \pm 2\pi\mu(P)$.

Alle ipotesi sopradette non è certo possibile soddisfare quando il punto P varia attraversando la superficie S.

Fisica. — *Spettroscopio a gradinata catottrica.* Nota del prof. A. Lo Surdo, presentata dal Corrisp. A. Garbasso [1].

Supponiamo che una gradinata come quella che costituisce lo spettroscopio di Michelson, sia formata da lamine speculari anzichè trasparenti. Facciamo cadere sul fronte degli scalini un fascio di raggi paralleli, diretti normalmente alle lamine, e raccogliamo col cannocchiale di osservazione i raggi diffratti per riflessione.



Il comportamento di questo spettroscopio a gradinata catottrica si può prevedere colla teoria della gradinata trasparente, opportunamente modificata.

Siano s l'altezza e t lo spessore di uno scalino (fig. 1), θ l'angolo per il quale due raggi corrispondenti di due scalini successivi, LAM e L'A'M', abbiano cammini che differiscono di $m\lambda$, indicando con λ la lunghezza d'onda e con m un numero intero.

Si ha:

$$m\lambda = BA + AC = t + t\cos\theta - s\,\mathrm{sen}\,\theta$$

[1] Presentata nella seduta del 5 dicembre 1920.