ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA NAZIONALE

DEI LINCEI

ANNO CCCXVIII.

1921

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXX.

1° Semestre.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1921

Fisica terrestre. — *Il gradiente termico verticale nell'atmosfera.* Nota del Socio LUIGI DE MARCHI [1].

In questi ultimi tempi furono avanzate obbiezioni alla dimostrazione, data comunemente nei trattati, dello stabilirsi di un gradiente termico verticale costante in una corrente d'aria asciutta, nell'ipotesi adiabatica. La discussione più completa in argomento credo sia quella fatta recentemente dal sig. S. Róna nella *Meteorologische Zeitschrift* dell'ottobre e novembre 1920.

La dimostrazione è basata sull'equazione d'adiabaticità $C_p\,dT = Av\,dp$ (A equivalente termico del chilogrammetro) e sull'equazione dell'equilibrio idrostatico $dp = -\gamma dz$ $\left(\gamma = \frac{1}{v}\text{ peso specifico dell'aria all'altezza } z\right)$, fra le quali si elimina la dp. Il Róna osserva che tale eliminazione non è legittima, perchè il $v\,dp$ non ha lo stesso significato nelle due equazioni: nella prima si riferirebbe alla massa in moto verticale; nella seconda alla condizione preesistente, di densità e pressione, nell'atmosfera circostante. Io non credo esatta tale formulazione di un argomento sostanzialmente giusto, perchè anche l'equazione dell'equilibrio (a cui converrà, come vedremo in altra Nota, sostituire quella del moto) si deve riferire alla situazione attuale di ogni istante *entro* la colonna ascendente. Io credo che più generalmente debba dirsi che, essendo la p in generale funzione non della sola z, ma anche dal tempo t, la dp nell'equazione termodinamica è espressa dal binomio

$$\frac{\partial p}{\partial t}\,dt + \frac{\partial p}{\partial z}\,dz\,,$$

di cui l'equazione d'equilibrio, o di moto, non darebbe che il secondo termine.

Che la p sia funzione anche di t lo prova anzitutto l'equazione di moto

$$-\frac{\partial p}{\partial z} = \gamma - a\gamma f(w) + \frac{\gamma}{g}\frac{dw}{dt} \tag{1}$$

(w velocità verticale, $a\gamma f(w)$ forza di attrito che si ritiene una funzione rapidamente crescente di w e proporzionale alla densità) [2], perchè in generale il movimento non è permanente. Inoltre abbiamo le continue variazioni di pressione nell'atmosfera sovrastante ed ambiente che si riflettono anche nella colonna d'aria in moto e possono anche non modificare il gradiente $\frac{\partial p}{\partial z}$.

[1] Presentata nella seduta del 17 aprile 1921.

[2] In un moto puramente verticale la forza deviatrice della rotazione terrestre non ha componente verticale.

Come variazioni autoctone della pressione, indipendenti dalla stratificazione preesistente, e non dovute tuttavia a scambi di energia coll'esterno, possiamo considerare anche quelle derivanti dalla condensazione del vapor d'acqua o dalla evaporazione dell'acqua e fusione del ghiaccio, colle conseguenti variazioni della tensione del vapore.

Ma la debolezza fondamentale della dimostrazione sta nell'applicazione dei principî stessi che formano la base dell'equazione termodinamica: la reversibilità e l'adiabaticità del processo. Solo in una espansione reversibile il lavoro elementare è espresso da $p\,dv$, da cui si deduce la $v\,dp$ mediante l'equazione dei gas, che è pure applicabile solo nell'ipotesi di equilibrio fra la pressione esterna e la tensione interna della massa, e tutti i processi che derivano da condizioni d'equilibrio labile non sono reversibili. Ora una corrente verticale persistente non può formarsi che nel presupposto di un equilibrio labile o indifferente. Questo secondo caso si verifica solo quando preesista nell'atmosfera la stessa stratificazione adiabatica che è determinata dal moto verticale: solo in questo caso si verifica la condizione di reversibilità, e quindi il gradiente termico *normale*, quello cioè dedotto dalle equazioni di equilibrio adiabatico e idrostatico, può verificarsi nell'aria in moto solo nel caso che esso preesista nell'aria ferma. Questa conclusione fu già messa in evidenza da altri autori [1] e dallo stesso Róna. Senonchè essi ammettono implicitamente la condizione di reversibilità, supponendo che si stabilisca istantaneamente l'equilibrio di pressione tra la colonna ascendente e l'aria esterna allo stesso livello. Essi suppongono infatti che all'altezza h pressione, temperatura e volume specifico siano nell'aria in moto p, T, v e nell'aria ferma p, T', v', per cui $v:v' = T:T'$; e deducono allora dalle equazioni, pel caso di gradiente costante, il valore

$$\frac{dT}{dh} = -\frac{A}{C_p}\frac{T}{T'}$$

e in generale (Róna m. c. equaz. 7)

$$\frac{dh}{f(h)} = -\frac{C_p}{A}\frac{dT}{T}$$

dove $f(h)$ esprime la legge di variazione verticale della temperatura preesistente nell'aria ferma; equazione che il Róna applica ai casi speciali, compreso quello di una stratificazione labile, al quale non è applicabile l'equazione termodinamica.

Tale supposto di un equilibramento istantaneo equivale a supporre $\frac{\partial p}{\partial t}$ infinita. In realtà un equilibramento completo non si verificherà mai, specialmente quando si tratta di un movimento verticale molto esteso, com'è

[1] Vedi in particolare Exner, *Dynamische Meteorologie*. Leipzig, 1917, pag. 47.

il caso nei grandi movimenti dell'atmosfera, perchè, prima che si verifichi, la massa unitaria considerata si è portata a un livello diverso. Che così sia lo prova la deformazione continua delle superficie isobariche entro e attorno una corrente ascendente o discendente, mentre nell'ipotesi dell'equilibramento istantaneo la situazione barica non dovrebbe cambiare.

Ma se tra la corrente verticale e l'aria ambiente si stabilisce e si mantiene un dislivello di pressione, si mantiene anche un continuo ricambio d'aria e quindi di moto e di energia dall'esterno all'interno o viceversa. I classici studî del compianto Margules [1] sull'energia delle tempeste dimostrarono che l'energia di moto prodotta da un dislivello orizzontale di pressione è grandissima rispetto all'energia di posizione corrispondente al dislivello stesso, e che la sua fonte principale deve cercarsi nell'energia potenziale della distribuzione verticale di massa in tutto lo spazio perturbato, energia potenziale di cui il gradiente orizzontale non è che una manifestazione, non la misura. Quando questo gradiente esiste, non possiamo isolare la corrente verticale da tutta la massa circostante che la determina e ne è perturbata; non possiamo cioè considerare il processo come adiabatico, poichè vi sarà o moto convergente o moto divergente con variazioni di pressione, densità e temperatura indipendenti dal moto verticale, con assorbimento o sviluppo di energia.

Scambi laterali di quantità di moto tra filetti contigui si verificano nel moto dei liquidi per la turbolenza, che rappresenta un enorme disperdimento di energia meccanica trasformata in calore: lo stesso dobbiamo ammettere anche per l'aria, specialmente negli strati vicini al suolo. Anche di questo disperdimento non è tenuto conto nelle equazioni di equilibrio, e nemmeno in quelle di moto, a meno che non si voglia compenetrarlo, come in modo non in tutto giustificato fa il Boussinesq, nel termine di attrito, attribuendogli un valore molto più elevato di quello dell'attrito fisico.

Non è possibile calcolare l'energia che viene scambiata tra la massa in moto e l'ambiente o viene trasformata in calore nella massa stessa per la turbolenza del moto, ma si comprende come, specialmente la prima, possa

(1) Vedine un largo e più facile riassunto nella citata opera di Exner, cap VII. Mi sembra tuttavia non giustificata la conclusione (su cui l'A. insiste anche nel suo recente necrologio di Margules nella *Meteor. Zeit.*, nov. 1920) che sia falsa la comune concezione che il gradiente genera il vento, quando senza gradiente l'aria non si mette in moto, e le equazioni del moto rappresentano una necessaria correlazione quantitativa fra gradiente, velocità e accelerazione. Un gradiente orizzontale anche piccolo mantenuto per lungo tempo nella direzione di un movimento genera velocità grandissima: che se per mantenerlo a lungo è necessario il consumo di una grande somma di energia fornita da tutta la massa (come in un circuito elettrico chiuso per mantenere a lungo anche una piccola differenza di potenziale), questo è un problema ulteriore, la ricerca della causa della causa.

essere tutt'altro che trascurabile rispetto a quella rispondente al lavoro di dilatazione per sollevamento. Indicando con $E\,dt$ questa quantità di energia scambiata nel tempuscolo dt, e ammettendo come applicabili, almeno approssimativamente, la condizione di reversibilità e l'equazione dei gas (per le quali il lavoro esterno possa esprimersi con $p\,dv$, o con $AR\,dT - v\,dp$), le equazioni dell'equilibrio termodinamico e idrostatico darebbero

$$C_p\,dT = -A\,dz + E\,dt$$

donde

$$\frac{dT}{dz} = -\frac{A}{C_p} + \frac{E}{C_p}\,\frac{1}{w}.$$

Questa formola ci dice che il gradiente termico verticale si accosta tanto più al valore normale quanto più rapido è il moto verticale; una corrente verticale molto rapida, un getto d'aria, si manterrebbe quasi isolata dall'ambiente. Fuori di questo caso il gradiente è di regola minore del normale, poichè con moto ascendente ($w > 0$) la pressione interna è minore dell'esterna e vi è afflusso d'energia ($E > 0$), con moto discendente tanto E quanto w cambiano di segno, e quindi $E : w$ è sempre positiva.

Che se attorno a una colonna ascendente si forma un moto vorticoso così forte da determinare per forza centrifuga una proiezione d'aria verso l'esterno, il gradiente potrà diventare anche maggiore del normale, finchè w non cambia segno per l'inversione di densità prodotta dal rapido raffreddamento o per chiamata d'aria dall'alto. Tali condizioni potranno verificarsi nelle trombe.

Le irregolarità nella distribuzione verticale della temperatura, in particolare il fatto che le misure di temperatura in aria libera segnalano un gradiente termico di regola minore del così detto gradiente adiabatico ($0°,98/100$ m.), ma in qualche caso anche notevolmente maggiore, possono quindi spiegarsi colla considerazione che, anche indipendentemente dal variabile assorbimento del calore solare e dalle trasformazioni dell'acqua, i movimenti convettivi non possono considerarsi come adiabatici. Rigorosamente nemmeno come reversibili, cosicchè le equazioni dalle quali fu dedotto il gradiente normale non sono legittimamente applicabili. Tale deduzione rappresentò però sempre un risultato di alta importanza, come l'espressione di un caso ideale a cui la realtà più o meno si accosta, e come la prima dimostrazione di un limite che i moti convettivi impongono al gradiente termico verticale, mentre, in condizioni di puro equilibrio radiante, questo può assumere valori molto maggiori, fino a 3°,4 per 100 m.