

ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA NAZIONALE
DEI LINCEI

ANNO CCCXVIII.

1921

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXX.

2° SEMESTRE.



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI
PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1921

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

MEMORIE E NOTE DI SOCI

pervenute all'Accademia durante le ferie del 1921.

(Ogni Memoria o Nota porta a piè di pagina la data d'arrivo).

Mineralogia. — *Sui cristalli misti stereoisomeri nella serie clinozoisite-epidoto* ⁽¹⁾. Nota II del Corrispondente FEBRUCCIO ZAMBONINI ⁽²⁾.

L'asse ottico emergente da (001) si scorge, adoperando un microscopio Leitz con l'obiettivo 7, all'orlo o addirittura appena fuori del campo, proprietà, anche questa, tipica per le clinozoisiti, come è detto nel mio lavoro citato. Da misure eseguite in vari cristallini risulta che l'asse ottico emergente da (001) forma con la normale alla base un angolo vero ω' di $30^{\circ}37'$ (apparente nell'aria di $60^{\circ}45'$) per la luce del sodio ⁽³⁾. In base alla tabella data a pag. 95 del mio lavoro, si dedurrebbe, per questi cristalli di Monte Tovo, un tenore in ferriepidoto di appena il 2,4 % circa, ossia un contenuto in Fe_2O_3 uguale a 1 % circa: si avrebbe, perciò, a che fare con una clinozoisite notevolmente meno ferrifera di quella classica della Goslerwand, studiata da Weinschenk.

Questo risultato viene perfettamente confermato dalla determinazione dell'indice medio di rifrazione n_m . In un bellissimo cristallo, che ha permesso misure di rara esattezza, io ho trovato, adoperando come prismi rifrangenti quelli formati dalle due coppie di faccie (001)- $(\bar{1}00)$ e $(00\bar{1})$ - (100) ,

⁽¹⁾ Lavoro eseguito nell'Istituto di Mineralogia dell'Università di Torino.

⁽²⁾ Presentata all'Accademia il 16 agosto 1921.

⁽³⁾ Da $c:n_p = 6^{\circ}32'$ e $2V = 99^{\circ}35'$ si calcola un valore di $30^{\circ}50'$ per ω' .

e servendomi del monocromatore di Voigt, come pure delle righe del litio e del talio:

	Li	C	D	Tl	E
$n_m =$	1.7091	1.7098	1.7135	1.7183	1.7191

Valori praticamente identici, o, anche, addirittura leggermente inferiori, ho ottenuto in altri cristallini. Ora, è da notare che il Kehldorfer ha trovato, per la luce del sodio, $n_m = 1.7138$ nella clinozoisite, ritenuta pressochè priva di ferro, dell'Alpe Schwarzenstein, sicchè i cristalli studiati di Monte Tovo dovrebbero anche loro essere poverissimi in ferro ⁽¹⁾. Ma, se così fosse, si dovrebbe avere, per $2V_{n_p}$, un valore prossimo a quello osservato dal Kehldorfer, e, cioè, $114^\circ 40'$ ⁽²⁾ (luce del sodio).

In realtà, però, non è così. In un cristallo assai bello, io ho trovato

$$2V_C = 101^\circ 53' \quad 2V_{Na} = 99^\circ 35' \quad 2V_{Tl} = 97^\circ 32' \text{ (intorno a } n_p).$$

La misura fu eseguita servendosi della coppia di faccie parallele data dal pinacoide $\{100\}$: il cristallo fu immerso in uno joduro di metilene di indice di rifrazione (per la luce del sodio), molto vicino a quello n_m del minerale, sicchè l'errore dovuto al fatto che l'asse n_g dell'indicatrice non è esattamente normale a $\{100\}$, diventa trascurabile.

Come si vede, il valore di $2V_{Na}$ è assai diverso da quelli trovati dal Kehldorfer e dal Goldschlag nei loro cristalli senza ferro, ed è, invece, molto prossimo a quello dato da Weinschenk ($98^\circ 20'$ per la luce del sodio) per i cristalli della Goslerwand, nei quali, però, $n_m = 1.7195$ e l'angolo che l'asse ottico visibile su (001) forma con la normale alla base è, nell'aria, soltanto di 48° circa.

Si ha, perciò, fra le varie determinazioni ottiche eseguite, un disaccordo notevole, rispetto a quanto è stato osservato in altre clinozoisiti. Ad ogni modo, dal complesso delle indagini riferite sembrerebbe logico il dedurre che i cristalli di Monte Tovo dei quali ci occupiamo devono contenere una quantità di Fe_2O_3 inferiore a quella trovata da Weinschenk nei cristalli della Goslerwand (1.68%). Se non che, i saggi analitici danno la smentita la più completa a tale previsione. Io ho scelto uno ad uno gr. 0.1109 di cristalli limpidi, trasparenti, omogenei: per ciascuno di essi constatai la posizione dell'asse ottico emergente dalla base. Sono, perciò, sicuro, che quei cristalli avevano tutti, almeno sensibilmente, le stesse proprietà. Il ferro totale risultò uguale a 5.77% Fe_2O_3 . Su altri gr. 0.127 fu eseguita una determinazione di ferro ferroso, la quale dette $FeO = 0.61\%$. Si ha, perciò,

⁽¹⁾ Goldschlag dà, per i cristalli dell'Alpe Schwarzenstein, $n_m = 1.7172$, ossia un valore sensibilmente più alto di quello trovato da Kehldorfer, sicchè i cristalli di Monte Tovo dovrebbero contenere una quantità negativa di ferro ferrico, essendone già pressochè privi quelli tirolesi.

⁽²⁾ $113^\circ 47'$ secondo Goldschlag.

un tenore in Fe_2O_3 uguale a 5,1 %, ossia il *triplo* della quantità contenuta nei cristalli della Goslerwand (1). Nei cristalli analizzati di Monte Tovo il ferriepidoto è presente, perciò, nella notevole quantità di 11,5 %: in base alle formule che sono indubbiamente valide per molti epidoti e clinozoisiti, si dovrebbe avere $2V_{n_p} = 86^\circ 49'$, mentre si è, in realtà, osservato $2V_{n_p} = 99^\circ 35'$. La differenza è troppo forte per poterla spiegare con cause dipendenti dalle esperienze. È da notare, ancora, che i cristalli di Monte Tovo sono vicini, per la loro composizione chimica, a quelli di Huntington e di Val Maigels con 12,8 e 13,1 % rispettivamente di ferriepidoto: or bene, in essi, come si è già riferito, sono stati trovati, per $2V_{n_p}$, i valori di $90^\circ 32'$ e di 85° , differentissimi da quelli da me osservati nei cristalli di Monte Tovo.

In una lamina parallela a (010) ho misurato la birifrangenza col compensatore di Babinet, ed ho trovato $n_g - n_p = 0,012$ per la luce del sodio. Questa birifrangenza è dello stesso ordine di grandezza di quella osservata nei cristalli « anomali » di Huntington, della valle di Ziller, ecc.

Nè è da credere che il comportamento di questi cristalli sia eccezionale. Sempre a Monte Tovo, io ho trovato un grande cristallo, che misurava un centimetro e mezzo nella direzione dell'asse *b*, schiacciato secondo la base. Presentava la combinazione semplicissima $\{001\} \{100\} \{\bar{1}11\}$. Per una piccola porzione, nettamente distinta dal resto, che è di colore giallo chiaro, era giallo verdastro. La porzione più estesa aveva la polvere perfettamente bianca, e la composizione chimica è risultata la seguente:

SiO_2 38.64 Al_2O_3 29.35 Fe_2O_3 5.42 FeO 0.40 MnO 0.09 MgO 0.15 CaO 24.02 $\text{H}_2\text{O} + 1.98$ Sa = 100.05.

Nell'ossido di calcio si ricercò lo stronzio, che sembrò essere completamente assente; se vi è, non può trovarsi che in una quantità indeterminabile con la sostanza impiegata (0,5 gr. di minerale).

Le parti giallo-chiare di questo cristallo hanno una composizione molto vicina a quella dei piccoli cristalli tozzi già descritti, dei quali, però, non possiedono il vivo splendore caratteristico. Una sezione parallela a (010) presenta struttura perfettamente uniforme ed estingue contemporaneamente in tutte le sue parti, anche in luce bianca. Una direzione di massima estinzione forma, per la luce del sodio, un angolo di $3^\circ 30'$ con [001] nell'an-

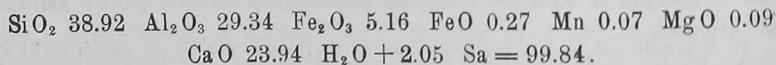
(1) È inutile che io dica come il valore da me trovato per Fe_2O_3 nei cristalli di Monte Tovo sia, per quanto è possibile, esatto. La determinazione fu fatta prima volumetricamente col permanganato di potassio, poi gravimetricamente, separando il ferro dall'alluminio, precipitati insieme, mediante il solfuro d'ammonio in presenza di acido tartarico. Del resto, una seconda determinazione, eseguita su materiale un po' meno perfetto del primo, ha condotto allo stesso risultato, che è confermato, inoltre, dall'esame del grande cristallo, del quale è parola in seguito.

golo *ottuso* β . La struttura uniforme in luce parallela non è, però, che un'apparenza: in realtà, le proprietà ottiche variano sensibilmente nelle diverse plaghe. Così, per $2V_{n_p}$ io ho trovato, per la luce del sodio, valori variabili fra $101^\circ 30'$ e $98^\circ 30'$: come valore medio, si può prendere $2V_{n_p} = 100^\circ 20'$. In una plaga di una lamina parallela a (100) io ho misurato:

$$2V_{Li} = 77^\circ 22' \quad 2V_{Na} = 79^\circ \quad 2V_{Ti} = 81^\circ 20'.$$

Il valore medio di $2V_{n_p}$ è vicino a quello trovato nei cristallini già descritti, ed anche per la dispersione si ha pieno accordo: nei cristallini si ha, infatti, intorno alla bisettrice positiva, $2V_{Ti} - 2V_C = 4^\circ 21'$, mentre nel grande cristallo si è trovato $2V_{Ti} - 2V_{Li} = 3^\circ 58'$. È notevole il fatto che la dispersione dell'angolo degli assi ottici è, in questi cristalli di Monte Tovo, assai più forte di quella osservata da Weinschenk nella clinozoisite della Goslerwand, che al minerale di Monte Tovo è molto vicina per il valore di $2V_{Na}$, ma che presenta $2V_{Ti} - 2V_{Li} = 2^\circ 10'$ ca soltanto. Nella varietà di Huntington, che contiene una quantità di Fe_2O_3 quasi uguale a quella dei cristalli di Monte Tovo la dispersione è molto debole: la differenza $2Ha_{Ti} - 2Ha_{Li}$ non è che di $0^\circ 41'$ secondo Forbes.

Abbiamo, così, veduto nel giacimento di Monte Tovo, coesistere clinozoisiti « normali » per il valore di $2V$ ed altre, invece, con proprietà ottiche in netto contrasto con la composizione chimica. Il fatto non è isolato, anzi, al contrario, esso si verifica in altri giacimenti, compreso quello classico e tipico della Goslerwand. Le analisi e le ricerche ottiche sono state eseguite dal Weinschenk sui cristallini limpidi, di colore roseo chiaro. Oltre questi cristalli, se ne trovano, in quella località, anche degli altri che, per gradazioni, si può dire, infinite, passano agli epidoti. Generalmente, vengono considerate come clinozoisite anche le masserelle lamellari, tra le quali, talvolta, compaiono cristalli mal conformati, di colore roseo-carnicino chiaro, poco splendenti ed imperfettamente trasparenti. Queste masserelle sono uno dei costituenti della roccia nella quale si rinviene la clinozoisite tipica, e somigliano molto, per aspetto, ad alcune varietà di Chiampernotto, in val d'Ala. Al microscopio appaiono del tutto inalterate, ad onta del loro scarso splendore. La composizione chimica delle masserelle in questione della Goslerwand è la seguente:



Come si vede, questa composizione è assai diversa da quella dei cristalli analizzati da Weinschenk (1), ed è molto vicina, invece, a quella dei

(1) L'analisi di Weinschenk è la seguente: $SiO_2 \ 39.06 \ Al_2O_3 \ 32.47 \ Fe_2O_3 \ 1.68 \ FeO \ 0.29 \ MnO \ tr. \ CaO \ 24.53 \ H_2O \ 2.01 \ Sa = 100.14.$

cristalli di Monte Tovo già descritti. Anche per le proprietà ottiche si ha accordo con questi ultimi: una lamina parallela a (100) ha dato $2V_{n_g} = 80^{\circ} 1/2'$ (Na). In tre plaghe di un'altra lamina, pure parallela a (100), ho trovato, sempre per la luce del sodio, $2V_{n_g} = 78^{\circ} 42'$, $79^{\circ} 48'$, $80^{\circ} 22'$. Quest'ultima misura era più esatta. Come media di tutte le misure si può prendere 80° . Dimodochè questi cristalli lamellari, ad onta della loro differente composizione, possiedono un angolo degli assi ottici sensibilmente uguale a quello dei cristallini, tanto meno feriferi, studiati da Weinschenk.

Da (001) emerge un asse ottico verso l'orlo del campo, ma un po' meno inclinato che nei cristallini di Monte Tovo.

In una lamina tagliata parallelamente a (010) in un geminato costituito da due individui, io ho trovato che le direzioni di massima estinzione prossime a [001] formavano, nei due individui del geminato, un angolo di $8^{\circ} 30'$ per la luce del sodio: si ha, perciò, $c:n_p = 4^{\circ} 15'$ (Na) nell'angolo ottuso β . La lamina era abbastanza omogenea: anch'essa, contrariamente a quello che avviene nella clinozoisite tipica, presentava estinzione nettissima, anche in luce bianca.

Si è già accennato agli epidoti poco feriferi di St. Bathélemy, studiati dal Millosevich, il quale ha trovato che i cristalli con 3.25 % Fe_2O_3 sono positivi, mentre quelli con 5.25 % sono negativi. Lo stesso Millosevich ha già accennato alla grande variabilità di composizione e di proprietà ottiche degli epidoti di quel giacimento. Grazie alla cortesia dei Colleghi ed amici prof. Millosevich e Pelloux, io ho potuto studiare alcuni cristalli raccolti in quel vallone, e, specialmente, ad Issologne. Essi sono o molto piccoli, chiarissimi, pressochè incolori, ovvero, e questi sono i più frequenti ed i più adatti a misure, di un colore grigio più o meno cupo, e possono, allora, raggiungere anche 3-4 mm. nella direzione dell'asse b . Da uno dei campioni donatimi dal prof. Pelloux, io ho potuto isolare alcuni cristalli grigi: in due di essi ho misurato $2V$, servendomi, al solito, di lamine parallele a $\{100\}$. Un cristallo ha dato $2V_{n_g} = 92^{\circ}$, l'altro $2V_{n_g} = 92^{\circ} 30'$, ambedue per la luce del sodio. Ho scelto, allora, altri cinque cristallini, nei quali l'asse emergente da (001) era inclinato come nei due nei quali si era misurato $2V$, sicchè appare verosimile che dovessero essere ad essi identici anche per composizione. La determinazione del ferro totale, eseguita con ogni cura, ha dato 6.97 % Fe_2O_3 ; dedotta una tenue quantità di FeO , determinata su altri cristalli dello stesso campione, si può ritenere che Fe_2O_3 ammonti a 6.8 %, il che equivale a 15.4 % di ferriepidoto. Ora, per una tale quantità di ferriepidoto, la mia formula dà $2V_{n_p} = 84^{\circ} 14'$, mentre si è misurato $87^{\circ} 30' - 88^{\circ}$. Dal valore medio trovato di $2V_{n_p} = 87^{\circ} 45'$ si calcola 4.5 % Fe_2O_3 e 10.1 % di ferriepidoto. Le differenze sono troppo forti per essere spiegate con errori di determinazioni.

Da un altro campione ho isolato dei cristallini grigi, nei quali $2V_{n_p}$ è stato trovato variabile, in diversi individui, fra $94^{\circ}30'$ e $91^{\circ}30'$ (per la luce del sodio): il loro contenuto in Fe_2O_3 (compreso FeO , presente, del resto, in quantità molto piccola) ascende a 6% circa. Si tratta, perciò, di cristalli analoghi, per composizione e valore di $2V_{n_p}$ a quelli di Camp-Ras nell'Ariège. Anche nel vallone di St. Barthélemy, come a Monte Tovo ed alla Goslerwand, si trovano associati termini veramente clinozoisitici nel senso di Weinschenk, ad altri che sono, sì, otticamente positivi, ma che si presentano notevolmente più ferriferi di quel che dovrebbero.

Ricorderò ancora un notevole cristallo del Monte Bianco. Si tratta di un bel geminato secondo la solita legge: piano di geminazione $\{100\}$, il quale raggiunge 1,5 cm. nella direzione di b . I due individui del geminato non sono di uguale colore: uno è di un bel giallo ambrato, l'altro sensibilmente più chiaro. Le mie ricerche sono state eseguite su un frammento dell'individuo giallo ambrato. Mediante un prisma naturale $(001) \wedge (10\bar{1})$ ed il monocromatore di Voigt, io ho trovato

	B	C	D	E	F
$n_m =$	1.7192	1.7209	1.7259	1.7324	1.7388

MEMORIE E NOTE PRESENTATE DA SOCI

Matematica — *Sopra un'equazione funzionale*. Nota IV di PIA NALLI, presentata dal Corresp. G. BAGNERA ⁽¹⁾.

4. Risulta dalla (6) della Nota precedente che all'interno del cerchio $|\lambda| \leq \frac{1}{\alpha|g(0)|}$ la (4) ha una ed una sola soluzione derivabile in $(0, a)$ che si può mettere sotto la forma

$$(8) \quad u(x) = \frac{f(0)}{1-\lambda g(0)} \varphi_0(x) + \sum_{n=0}^{\infty} \lambda^n f_{1,n}(x).$$

Potremmo anche dire che nel detto cerchio la funzione $[1 - \lambda g(0)] u(x)$ si può rappresentare con una serie di potenze di λ che, fissato λ , converge uniformemente rispetto ad x in $(0, a)$.

Per il calcolo di $\varphi_0(x)$ e delle $f_{1,n}(x)$ osserveremo che per avere la $\varphi_0(x)$ basterà calcolare la $u_{1,2}(x)_0$ dalla equazione in $u_{1,i}(x)$ del n. precedente, per $i=2$ e $\lambda = \lambda_0$ [equazione che rientra nel tipo (1)] e tenere poi conto della (7). Avuta la $\varphi_0(x)$, dalla (8), nelle vicinanze del punto $\lambda = 0$, si ha

⁽¹⁾ Presentata nella seduta del 6 marzo 1921.