ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA NAZIONALE

DEI LINCEI

ANNO CCCXVIII.

1921

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXX.

2° SEMESTRE.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1921

Le funzioni $f_{n,m}(x)$ $(m = 1, 2, 3, \ldots)$ ammettono derivate di qualunque ordine e si annullano per $x = 0$ insieme alle loro prime $n - 1$ derivate.

In seguito diremo come si calcolano le costanti $h_0, h_1, \ldots h_{n-1}$; conosciute queste costanti e le funzioni $\varphi_0(x), \varphi_1(x), \ldots \varphi_{n-1}(x)$ si possono calcolare le $f_{n,m}(x)$, perchè si ha

$$g^m(0)\,[h_0\,\varphi_0(x) + h_1\,\alpha^m\,\varphi_1(x) + h_2\,\alpha^{2m}\,\varphi_2(x) + \cdots$$
$$\cdots + h_{n-1}\,\alpha^{(n-1)m}\,\varphi_{n-1}(x)] + f_{n,m}(x) = f_m(x).$$

Matematica. — *Realizzazione cinematica del parallelismo superficiale.* Nota di E. Persico, presentata dal Socio T. Levi-Civita [1].

Consideriamo una superficie rigida S, convessa almeno in una certa regione, e avente del resto tale configurazione da potere materialmente rotolare sopra un piano ω, finchè il contatto si mantiene nella regione suddetta.

Con l'intesa di rispettare questa limitazione, immaginiamo di far rotolare S su ω, senza strisciamento, nè giro (*pivotement* dei francesi), in modo che il punto di contatto Q percorra una assegnata curva T di S. Queste condizioni possono sempre venire soddisfatte, e determinano in modo unico il movimento. Difatti, se esse sono soddisfatte, il moto è in ogni istante una rotazione intorno a un asse passante per Q e giacente in ω, quindi tangente a S, e la superficie rigata Σ, luogo, nel sistema mobile, di questi assi istantanei di rotazione, contiene la curva T ed ha tutte le generatrici tangenti ad S nei punti di questa curva: essa è dunque la sviluppabile circoscritta ad S lungo T, e il moto si può individuare mediante il rotolamento di questa sviluppabile sul piano ω; viceversa, il moto definito dal rotolamento della sviluppabile circoscritta ad S lungo T su ω soddisfa le condizioni suaccennate. Nel movimento ora descritto, l'asse istantaneo di rotazione (caratteristica della sviluppabile circoscritta) e la tangente alla curva T sono sempre, come è noto, due tangenti coniugate della superficie S, il che mostra ancora che, data la curva T, è in generale definito, in ciascun punto di essa, l'asse istantaneo di rotazione. Sono eccettuati quei punti parabolici, nei quali eventualmente la T avesse la direzione asintotica, poichè in tali condizioni la direzione coniugata di questa rispetto alla indicatrice è indeterminata: in questi punti la rotazione istantanea è nulla, perchè due punti infinitamente vicini di T hanno il medesimo piano tangente. Se tutti i punti di un tratto AB di T sono di questa specie (se cioè il tratto AB coincide con un tratto piano di asintotica) la superficie tocca un piano lungo questo tratto, e il punto di contatto di S con ω non è più determinato: si

[1] Presentata nella seduta del 2 maggio 1921.

immaginerà allora, per definire il rotolamento, che quando la linea AB si adagia sul piano ω, il punto Q passi da A a B senza che la superficie si muova [1].

Tenuta presente tale convenzione, è facile riconoscere che, immaginando ipoteticamente la Σ come solidale con S nel suo rotolamento, la Σ stessa rimane sviluppata sul piano ω. Basta considerare il movimento come una successione di rotazioni elementari intorno alle generatrici $g_1\, g_2\, g_3 \ldots$ di Σ, ed osservare che la rotazione elementare intorno a g_1, la quale porta g_2 ad adagiarsi su ω, coincide con l'operazione di sviluppo dell'elemento di sviluppabile $g_1\, g_2$ sul piano ω stesso; quindi, nel rotolamento descritto, gli elementi $g_1\, g_2$, $g_2\, g_3$, ... della sviluppabile Σ vengono *successivamente* ad assumere nel piano ω le posizioni stesse che assumerebbero *simultaneamente* per effetto del materiale sviluppo.

Tutto ciò premesso, ricordo che, secondo il prof. Levi-Civita [2], due direzioni spiccate da punti di T tangenzialmente alla S, si dicono *parallele* (rispetto alla curva di trasporto T) quando, considerate come appartenenti alla sviluppabile circoscritta Σ, sono parallele nella metrica di Σ, e divengono quindi parallele in senso ordinario nello sviluppo di Σ. Ne viene che, se in due punti della curva T si immaginano spiccate due direzioni superficialmente parallele rispetto alla curva medesima, esse, nel rotolamento testè definito di S su ω, vengono a coincidere con due direzioni di ω parallele in senso ordinario. Il trasporto per parallelismo lungo una curva T, arbitrariamente assegnata su una superficie S, (purchè siano rispettate le restrizioni accennate in principio), può dunque materialmente effettuarsi facendo *rotolare* la superficie stessa, in modo che il punto di contatto percorra la curva T, su un piano solcato da rette parallele vicinissime, capaci di lasciare sulla superficie *l'impronta della loro direzione:* le direzioni che, ad operazione compiuta, si trovano impresse lungo la curva T, sono superficialmente parallele rispetto alla curva stessa.

[1] Il punto di contatto cessa altresì di essere definito quando la curva T tagli un tratto piano di asintotica; si prenderà allora come punto Q la intersezione in discorso.

[2] Cfr. la Memoria, *Nozione di parallelismo*, etc., nei Rend. del Circ. Matem. di Palermo, tom. XLII, 1917. La caratterizzazione geometrica surriferita fu introdotta dal prof. Levi-Civita nelle conferenze da lui tenute in Spagna, attualmente in corso di stampa per cura dell'Institut d'Estudis Catalans di Barcellona.