ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI

ANNO CCCXVIII.

1921

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXX.

2° SEMESTRE.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1921

Nel secondo caso sarà $E\,\frac{K-b}{2}$ il numero dei tentativi col vecchio metodo, e poichè dalla (6) si ha

$$a < 3K - 2b\,,$$

sarà

$$\frac{a+b}{2} - K < \frac{3K - 2b + b}{2} - K\,,$$

cioè

$$\frac{a+b}{2} - K < E\,\frac{K-b}{2}\,.$$

È chiaro che affinchè il nuovo metodo sia vantaggioso in ogni caso, bisògna che siano soddisfatte nello stesso tempo le (5), (6), ciò che avverrà in innumerevoli casi.

Fisica. — *Sul luogo fisico delle frangie nella doppia rifrazione accidentale meccanica di un liquido in moto piano permanente* [1]. Nota del dott. Aldo Pontremoli, presentata dal Socio Corbino [2].

In un lavoro, già da tempo licenziato e che sta per apparire, ho tentato di giungere ad una teoria della doppia rifrazione accidentale meccanica dei liquidi deformati in modo tale che l'asse dell'ovaloide di Fresnel, iniziale indeformato (secondo il quale si osserva), non si alteri durante il moto permanente del liquido stesso.

Questa condizione restrittiva, introdotta allo scopo di poter considerare il caso in cui tutti i piani perpendicolari all'asse di osservazione siano sede di fenomeni uguali e ugualmente distribuiti, equivale analiticamente alla condizione che le grandezze impiegate non siano funzione delle coordinate dell'asse di osservazione.

Dall'applicazione dei postulati di Neumann e attraverso i concetti fondamentali di Maxwell arrivammo ad esplicitare la birifrangenza, osservata tra nicols incrociati in un punto del liquido, in funzione delle velocità locali di dilatazione e di scorrimento, mediante una formula

$$(1) \qquad \Delta_z = \frac{\pi s_z n^3}{\lambda c^2} \cdot pT \cdot \sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)^2}$$

[1] Lavoro eseguito nel R. Istituto di Fisica di Roma.
[2] Presentata nella seduta del 3 giugno 1921.

dove Δ_z è la birifrangenza nel punto O (osservata secondo un asse Oz), u, v, le componenti della velocità locale del liquido rispettivamente secondo gli altri due assi Ox, Oy, di un triedro fondamentale fisso, s_z lo spessore di liquido attraversato dal raggio emergente nel punto, λ la lunghezzza d'onda della luce monocromatica impiegata, n l'indice di rifrazione del mezzo indeformato, p una costante elasticoottica, T il tempo di rilassamento, c la velocità della luce.

E a determinare l'angolo Φ_z tra il sistema di assi fissi e il sistema degli assi principali di dilatazione Ox_0, Oy_0, cambianti da punto a punto, della particella O (intesa nel senso di Helmoltz) si è posta la relazione

$$tg^2\Phi_z = \frac{\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}}{\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y}} \,. \tag{2}$$

Applicando poi la nota formula che lega la intensità I e I_0 della luce rispettivamente incidente ed emergente, tra nicols incrociati, da un mezzo birifrangente

$$I = I_0 \operatorname{sen}^2 2(\Phi_z - \varphi) \operatorname{sen}^2 \frac{\Delta_z}{2} \tag{3}$$

dove φ è l'angolo tra il sistema di assi fissi e il sistema delle traccie delle sezioni principali del polarizzatore e dell'analizzatore sul piano fisso XY, siamo giunti alla determinazione della esistenza di due famiglie di frangie nere, in virtù delle condizioni di annullamento della (3)

$$\operatorname{sen} 2(\Phi_z - \varphi) = 0$$

$$\operatorname{sen} \frac{\Delta_z}{2} = 0 \,,$$

Donde i luoghi, funzioni di x, y e delle costanti

(4) per la I famiglia $\Phi_z - \varphi = \dfrac{k\pi}{2}$ $\quad$ $(k = 0, 1, 2, 3 \ldots)$

(5) per la II famiglia $\Delta_z = 2k\pi$

Era interessante appurare se e a quali condizioni particolari di deformazione potessero eventualmente corrispondere le particelle di cui queste due famiglie di frangie nere sono il luogo.

Si osserva intanto dalla (4) e dalla (5) che mentre il luogo della prima famiglia è unicamente funzione della posizione della sezione principale del polarizzatore e delle velocità di deformazione, il luogo della seconda famiglia è indipendente dalla posizione del piano di polarizzazione, ma è funzione delle costanti fisiche del liquido, della lunghezza d'onda della luce impiegata, dello spessore attraversato dalla luce incidente, oltre che di dette velocità.

Le frangie della prima famiglia saranno quindi comuni e tutti i liquidi, per i quali valgano i principii inizialmente postulati, ove essi siano soggetti ad una medesima deformazione; esse saranno inoltre generalmente riconoscibili [salvo che per $\Phi_z \mp f(x,y)$], perchè si sposteranno ruotando col variare dell'angolo φ tra il polarizzatore e l'asse fisso Ox.

Per ipotesi inoltre $(\Phi_z - \varphi)$ è l'angolo formato tra la traccia della sezione principale del polarizzatore e uno degli assi principali di dilatazione, si ha pertanto immediatamente in virtù della (4) che « le frangie della « prima famiglia sono il luogo delle particelle un cui asse principale di di- « latazione è perpendicolare alla traccia del piano di polarizzazione ».

Nel caso $\Phi_z \mp f(x,y)$, esistendo birifrangenza, le particelle saranno evidentemente tutte ugualmente orientate sugli assi fissi; qualora poi si manifestino delle frangie della prima famiglia, esse non potranno essere che il luogo di particelle indeformate, e le frangie non muteranno col piano di polarizzazione.

Facendo coincidere gli assi fissi colle traccie dei piani di polarizzazione, essendo allora $\varphi = 0$ e non potendo essere infinita la differenza delle velocità di dilatazione, si ha dalla (2) come luogo delle frangie della prima famiglia l'equazione $\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = 0$, la quale non è che un caso particolare della proposizione suesposta.

Per appurare il luogo fisico delle frangie della seconda famiglia, anzichè agli assi fissi, si riferisca la (5) agli assi principali di dilatazione (mutabili da punto a punto): si ponga a tal uopo nella (2) $tg\, 2\,\dot{\Phi}_z = 0$, da che si ricava essere nulla, come era da prevedersi, rispetto ai nuovi assi, per ciascuna particella la velocità di scorrimento, e quindi lo scorrimento.

Siano u_0, v_0 le componenti locali della velocità della particella O rispetto a Ox_0, Oy_0 dalla (1) e dalla (5) si avrà rispetto ai nuovi assi

$$\frac{\partial u_0}{\partial x_0} - \frac{\partial v_0}{\partial y_0} = \pm \frac{k^2}{A^2}$$

dove A è la costante d'esperienza fuori radicale nella (1) divisa per 2π.

Quest'ultima relazione è pertanto la condizione di esistenza di una frangia della II famiglia, dianzi caretterizzata dalla (2), nel punto O.

Introducendo l'equazione di continuità, pei moti piani che consideriamo:

$$\frac{\partial u_0}{\partial x_0} + \frac{\partial v_0}{\partial y_0} = 0,$$

si ricava immediatamente per tutte le particelle costituenti una stessa frangia

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = - \frac{\partial v_i}{\partial y_i} = \pm \frac{1}{2} \frac{k^2}{A^2}$$

dove u_i, v_i sono le componenti della velocità di una particella in x_i, y_i, rispetto ai suoi assi principali Ox_i, Oy_i.

Potremo affermare pertanto che « ogni frangia della II famiglia è il « luogo di particelle che, riferendosi ai rispettivi assi principali di dilata- « zione, hanno velocità di dilatazione costanti e di determinati valori « critici, o anche per note proporzionalità, soggiacciono a tensioni principali « costanti e di determinati valori critici ».

Per $k = 0$, è

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = \frac{\partial v_i}{\partial y_i} = 0 ,$$

ossia le velocità di dilatazione, e quindi le tensioni, rispetto agli assi principali di dilatazione, sono identicamente nulle per tutte le particelle costituenti la frangia di ordine zero, Tali particelle sono quindi evidentemente indeformate e la posizione di tale frangia è caratteristica della deformazione applicata, ma non delle costanti fisiche del liquido, dello spessore attraversato dalla luce incidente, nè vi ha dispersione al variare della lunghezza d'onda.

Dalle formule suesposte è possibile, pei moti considerati, trarre anche sperimentalmente da dati ottici, nozione sull'orientamento delle particelle in ciascun punto.

Si ha infatti dalla (3) per nicols incrociati, detta $I_{,}$, $I_{,,}$ la intensità della luce rispettivamente emergente in uno stesso punto per $\varphi = 0°$ e $\varphi = 45°$,

$$I_{,} = I_0 \operatorname{sen}^2 2\,\Phi_z \operatorname{sen}^2 \frac{\Delta_z}{2}$$

$$I_{,,} = I_0 \cos^2 2\,\Phi_z \operatorname{sen}^2 \frac{\Delta_z}{2} .$$

da cui

$$\operatorname{tg}^2 \Phi_z = \pm \sqrt{\frac{I_{,}}{I_{,,}}}$$

La formula è indeterminata, come è ovvio, solo pei punti appartenenti alle frangie della II famiglia.

Potremo quindi affermare che « la tangente del doppio dell'angolo, che « gli assi principali di dilatazione di una particella in un punto formano

« cogli assi fissi scelti ad arbitrio, è data dalla radice quadrata del rapporto « fra le intensità delle luci emergenti nel punto, rispettivamente quando « l'azimut della sezione principale del polarizzatore rispetto agli assi fissi è « 0° e 45°. La regola è valida ovunque, eccetto pei punti delle frangie « della II famiglia ».

È però opportuno osservare che anche in tal caso si potrà generalmente determinare l'orientamento delle particelle, per ragioni di continuità, non essendo le frangie della II famiglia luogo di singolarità alcuna rispetto all'orientamento.

Desidero ringraziare il prof. O. M. Corbino per il suo interessamento allo svolgersi di questo tema.

Petrografia. — *Sopra un basalto e un calcare a glauconite di Campofiorito presso Palermo* (1). Nota di P. COMUCCI, presentata dal Corrisp. F. MILLOSEVICH (2).

In questa breve Nota descrivo due rocce di Campofiorito presso Palermo messe a mia disposizione dal prof. De Stefani. L'una è un basalto, l'altra una roccia calcarea di aspetto arenaceo, contenente, in forma di minuta diffusione, abbondante glauconite.

Macroscopicamente il basalto appare compatto ed uniforme, finamente microcristallino, quasi afanitico di colore grigio nerastro.

Al microscopio risulta una struttura che direi in parte intersertale e in parte ofitica, sia perchè l'augite se in massima parte è allotriomorfa si presenta anche in prismetti idiomorfi, sia perchè la sostanza vetrosa riempie gli spazî angolosi lasciati dai componenti essenziali, plagioclasio e pirosseno, assumendo aspetto cuneiforme.

Dei minerali costituenti tale basalto il più abbondante è il plagioclasio in liste idiomorfe non piccole, intrecciate fra loro del tutto inalterate.

Più spesso gli individui di plagioclasio sono geminati con le due leggi insieme combinate albite-carlsbad, cui talvolta si unisce la legge del periclino. La rifrazione è di molto maggiore di quella del balsamo anche rispetto ad α'.

Per le estinzioni simmetriche delle lamine geminate con legge dell'albite e normali $\wedge(010)$ ho avuto valori diversi, in alcuni casi aggirantisi fra 20° e 26°, in altri, più frequenti assai, valori compresi fra 33° e 38°. Sembra dunque che il plagioclasio, pure essendo un termine di natura ba-

(1) Lavoro eseguito nel Gabinetto di Mineralogia del R. Istituto di Studî Superiori di Firenze.

(2) Presentata nella seduta del 19 giugno 1921.