

ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA NAZIONALE
DEI LINCEI

ANNO CCCXVIII.

1921

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXX.

2° SEMESTRE.



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI
PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1921

RENDICONTI
DELLE SEDUTE
DELLA REALE ACCADEMIA NAZIONALE
DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

MEMORIE E NOTE DI SOCI
pervenute all'Accademia durante le ferie del 1921.

(Ogni Memoria o Nota porta a piè di pagina la data d'arrivo).

Fisica. — *Sull'assorbimento della gravitazione.* Nota II del
Corrisp. QUIRINO MAJORANA ⁽¹⁾.

CONSIDERAZIONI SULL'USO DELLA BILANCIA. — Queste mie ricerche sperimentali si fondano sull'uso di una bilancia con un grado di sensibilità eccezionale, variabile a seconda dei casi fra 130 e 370 mm. per mg.; nelle letture si apprezza ad occhio il decimo di mm. Così sperimentando, si comprende come possa intervenire qualche causa perturbatrice o di errore, che di solito non è presa in considerazione. La prima di esse è la variabilità della sensibilità della bilancia col *tempo di carica*, con l'intervallo di tempo cioè, compreso tra l'istante in cui si abbassa il giogo e quello in cui si fa la lettura. Si elimina tale causa di errore, portando quel tempo ad un minimo di 4 o 5 ore, e talvolta sino a qualche settimana.

CURVATURA DELLO SPIGOLO DEL COLTELLO. — È questa una seconda causa di errore assai complessa, di cui dirò ora brevemente. Lo spigolo di un coltello (acciaio od agata) di una bilancia non può esattamente consistere nella retta geometrica, determinata dall'incontro dei piani limitanti il coltello ed inclinati l'uno sull'altro per un angolo di circa 70°. Se così fosse, il peso del giogo e quello dei due carichi verrebbe a riversarsi su una zona superficiale infinitesima, il che è assurdo. Per cui, anche se la lavorazione di un coltello è in origine praticamente perfetta, lo spigolo di questo finisce per smussarsi ed assumere un profilo tondeggiante, sia pure in misura ap-

(1) Pervenuta all'Accademia il 19 settembre 1921.

pena percettibile. La sezione normale allo spigolo consiste dunque in una certa curva variabile da caso a caso, che ha un raggio di curvatura (*raggio di curvatura del coltello*) diverso da zero, al punto di tangenza col piano di appoggio. Trascuro per altro, per ragioni di semplicità, di considerare gli inevitabili fenomeni di deformazione elastica che pur debbono avvenire al detto punto di tangenza. Inoltre, è chiaro che, se inconvenienti si manifestano per l'imperfezione dei coltelli, essi provengono da tutti e tre i coltelli della bilancia. Ma io prescindo anche da ciò, e le considerazioni che svolgo, si riferiscono a quanto avverrebbe se solo il coltello centrale fosse difettoso. Ecco ora quali conseguenze si possono prevedere, in base alle esposte considerazioni.

CENTRO DI OSCILLAZIONE VERO DELLA BILANCIA. — In conseguenza della curvatura del coltello, il centro di oscillazione della bilancia viene ad essere alquanto rialzato, rispetto al punto di appoggio, e precisamente di un segmento uguale al raggio di curvatura al punto di contatto. All'oscillare della bilancia, il centro di oscillazione può esser dunque mutevole, se il profilo dello spigolo del coltello non è circolare, e propriamente si sposterà lungo l'evoluta, o luogo dei centri di curvatura, del profilo stesso.

SENSIBILITÀ DELLA BILANCIA. — Questa è espressa, come è noto, dalla formula

$$s = \frac{d\alpha}{dP} = \frac{b}{Pd},$$

dove $d\alpha$ è l'angolo per cui si sposta il giogo, sotto l'azione del sovraccarico dP ; b è il braccio della bilancia; P è il peso totale del giogo e dei due carichi; d è la distanza fra il centro di oscillazione (centro di curvatura al punto di tangenza fra coltello e piano di appoggio) ed il centro di gravità del sistema.

Può ora mutare (p. e. in conseguenza dell'aggiunta di un lieve sovraccarico) la posizione di equilibrio della bilancia. Si potranno allora dare tre casi:

1° *La curvatura del coltello è costante*; sarà anche costante d , e quindi anche la sensibilità della bilancia, al variare della sua inclinazione.

2° *La curvatura del coltello va decrescendo dal punto centrale verso le parti laterali del suo profilo* (come dal vertice di una parabola); si vede allora che il d va crescendo, e quindi la sensibilità va decrescendo.

3° *La curvatura del coltello va crescendo* (come dal punto di minima curvatura di un'ellisse); in tal caso il d va decrescendo, e la sensibilità va crescendo.

Di questi tre casi, sembra che il terzo sia quello che con maggiore probabilità si verifica in pratica; ciò risulta dalle mie esperienze, come farò vedere.

EFFETTO DI UNA ROTAZIONE DEL SOSTEGNO. — Questa rotazione, generabile, p. e., mediante la manovra delle viti calanti ai piedi di una qua-

lunque bilancia, e che si trasferisce al piano di appoggio del coltello, va considerata solo se avviene intorno ad un asse parallelo allo spigolo del coltello. Essa non avrebbe inoltre alcuna influenza sulla posizione di riposo del giogo, se lo spigolo fosse idealmente perfetto. Ma in realtà si deve supporre che esso ha curvatura finita e, nel caso più semplice, che il suo profilo sia rappresentabile p. e. con un arco di cerchio MCN (fig. 1), di centro O . Sia AB il piano di appoggio, inizialmente orizzontale; esso, per la rotazione si trasferisce in $A'B'$. Ma con ciò il centro di gravità G del sistema non resterebbe

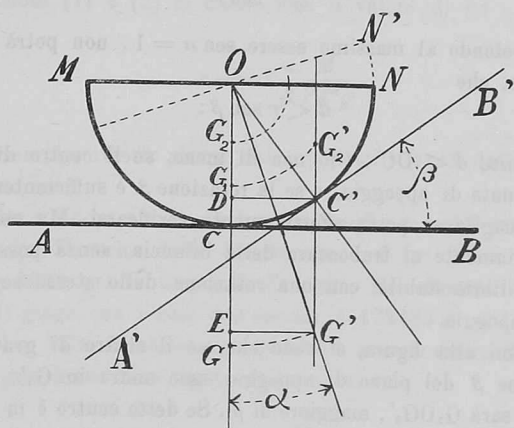


FIG. 1.

più contenuto sulla verticale passante per il nuovo punto di tangenza C' ; occorrerà necessariamente che il coltello ruoti o meglio *rotoli* sul piano di appoggio. Suppongo per comodità di figura che il punto O rimanga fisso nello spazio; descrivo l'arco di cerchio GG' , con centro in O ; il punto G' sulla verticale per C' , corrisponde alla nuova posizione del centro di gravità. L'angolo $GOG' = \alpha$, è quello per cui ha ruotato il giogo od il coltello, il quale ha assunto la posizione $M'C'N'$, con punto di contatto, in generale, dissimmetrico; l'angolo $COC' = \beta$, è quello per cui ha ruotato il piano di appoggio, essendo i suoi lati rispettivamente normali ad AB ed $A'B'$. Conducansi EG' e DC' normali ad OG . Si ha, essendo $OC' = r$, ed $OG' = d$:

$$EG' = DC' = r \operatorname{sen} \beta = d \operatorname{sen} \alpha ,$$

ossia:

$$\frac{r}{d} = \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{sen} \beta} ;$$

e, per piccoli angoli,

$$(1) \quad \frac{r}{d} = \frac{\alpha}{\beta} .$$

Da cui si vede che se $r = d$, sarà $\alpha = \beta$, cioè: se il raggio di curvatura è uguale alla distanza fra i centri di curvatura e di gravità, il giogo ruota esattamente per lo stesso angolo per cui ruota il piano di appoggio.

Se $r \leq d$, sarà corrispondentemente $\alpha \leq \beta$, cioè: l'angolo di rotazione del giogo sarà minore o maggiore di quello del piano di appoggio, a seconda che sia il centro di gravità al di sotto od al disopra del punto di appoggio.

Dall'espressione:

$$d = r \frac{\text{sen } \beta}{\text{sen } \alpha},$$

si vede che, potendo al massimo essere $\text{sen } \alpha = 1$, non potrà mai avvenire, per l'equilibrio, che

$$d < r \text{ sen } \beta;$$

cioè, dalla figura, $d < DC'$. Ciò non di meno, se il centro di gravità è al di sopra del punto di appoggio, e se la rotazione β è sufficientemente grande, l'ultima disuguaglianza potrà effettivamente verificarsi. Ma ciò corrisponderebbe necessariamente al traboccare della bilancia, senza possibilità di posizione di equilibrio stabile, con una rotazione dello stesso segno di quella del piano d'appoggio.

Riferendomi alla figura, si vede che, se il centro di gravità è in G_1 , per la rotazione β del piano di appoggio esso andrà in G_1' , e l'angolo α corrispondente sarà G_1OG_2' , maggiore di β . Se detto centro è in G_2 , il cerchio passante per questo punto non può incontrare la verticale per C' , e la bilancia trabocca del tutto.

Da ciò consegue un interessante modo di esagerare le rotazioni di un qualsiasi congegno. Basterà porre su di esso una bilancina costruita secondo i criteri già esposti, e tale che d sia notevolmente inferiore ad r , perchè alle rotazioni del congegno corrispondano rotazioni del giogo notevolmente ampliate. Si può riuscire così a svelare rotazioni di cui non sarebbe possibile accorgersi altrimenti, nemmeno col comune sistema di riflessione su di uno specchio attaccato al congegno ruotante. All'atto pratico, volendo realizzare una disposizione del genere molto sensibile, occorre adoperare anzichè un coltello, un cilindro levigato di acciaio, vetro o quarzo di 2 o 3 mm di diametro, di cui l'asse venga a costituire l'asse di oscillazione della bilancia.

DETERMINAZIONE DEL RAGGIO DI CURVATURA DEL COLTELLO. — Nella supposizione che realmente la curvatura del coltello sia costante (profilo circolare), è cosa facile determinarne il raggio. Fissata una data sensibilità della bilancia, si procede alla determinazione della distanza d del centro di gravità dal centro di oscillazione, mediante la nota formula:

$$(2) \quad T = \pi \sqrt{\frac{M}{Pdg}},$$

dove T è il periodo di oscillazione semplice, M il momento d'inerzia complessivo per il carico P (giogo e carichi laterali).

Indi, si inclina tutta la bilancia intorno ad un asse parallelo allo spigolo del coltello, per un angolo β determinabile con la riflessione di un raggio luminoso su di uno specchio *fissato al sostegno* della bilancia. Con ciò, un secondo raggio luminoso riflesso da uno specchio *fissato sul giogo*, darà la rotazione α di questo.

Le relazioni (1) e (2) ci danno così il valore di r :

$$r = \pi^2 \frac{\alpha}{\beta} \frac{M}{PT^2g}$$

Come esempio, riporto alcuni dati numerici ricavati dalle mie esperienze sulla gravitazione.

La bilancia adoperata ha le braccia lunghe $b = 13$ cm.; ha un giogo pesante 410 gr. Il carico delle due braccia è di gr. 2610; il peso totale è dunque $P = 3020$ gr. Il momento d'inerzia M , ottenuto scomponendo in varie parti il giogo con i suoi due carichi, è 472488 gr.cm². Si determinano le sensibilità s della bilancia corrispondenti a varie durate T di oscillazione. Queste due grandezze sono legate dalla relazione

$$s = aT^2,$$

dove a è una costante; cioè, la sensibilità è proporzionale al quadrato della oscillazione, a parità di altre condizioni.

Esprimendo s in mm., osservati con raggio luminoso riflesso a 20 metri dal giogo, si trova con replicate osservazioni $a = 0,104$.

Da questa formula si ricavano i numeri della seconda colonna della seguente tabella, corrispondenti alle varie sensibilità indicate nella prima colonna:

s mm.	T secondi	d micron	α/β —	r micron
136	36,1	12,1	0,38	4,6
163	39,6	10,0	0,48	4,8
221	46,1	7,4	0,67	4,9
256	49,6	6,4	0,76	4,9
310	54,6	5,3	0,96	5,1
362	59,0	4,5	1,07	4,8

Tali numeri differiscono alquanto da quelli ottenuti con misura diretta delle durate di oscillazione, che non riporto. Ma ciò dipende da errori di

osservazione o da lievi incertezze del metodo. Siccome però la determinazione del coefficiente $a = 0,104$ risulta dalla media di un grandissimo numero di osservazioni, anche all'infuori della presente determinazione, così ho ritenuto più attendibili i numeri scritti nella seconda colonna della tabella.

I numeri della terza colonna si calcolano applicando la formula (2), dove tutto è conosciuto all'infuori della distanza d , che così si può ricavare. La quarta colonna indica i singoli rapporti α/β tra gli angoli di inclinazione del giogo e del piano di sostegno. Per tale determinazione, si inclina variamente, nel caso di ciascuna sensibilità, il sostegno; e ciò nel modo che sarà esposto in seguito (per una comune bilancia basterebbe manovrare le viti calanti). Si misura tale inclinazione (angolo β), osservando lo spostamento di un raggio luminoso riflesso dal sostegno; corrispondentemente si misura lo spostamento del raggio luminoso riflesso dal giogo, determinando così l'angolo α . Si è così constatato che per ogni sensibilità, il valore di α/β è costante. I valori riportati nella tabella rappresentano le medie di varie determinazioni (3 o 4) fatte con inclinazioni del giogo differenti per ogni sensibilità. La colonna ultima della tabella ci dà infine i valori di r (raggio di curvatura del coltello), calcolati volta per volta, al variare della sensibilità della bilancia. Ciò è stato possibile mediante la semplice relazione (1); e si vede, come con buona approssimazione, il raggio di curvatura risulta costante, rappresentando ciò una conferma esplicita della giustezza delle fatte ipotesi, circa la forma del coltello.

Riassumendo, si rileva che in conseguenza della curvatura non infinita del coltello centrale di una bilancia, si hanno due fatti importanti:

1° La sensibilità della bilancia non è costante al variare della inclinazione del giogo, se la detta curvatura non è costante.

2° Una variazione nella inclinazione del piano di appoggio del coltello può falsare le misure, poichè ad essa corrisponde una inclinazione del giogo variabile da caso a caso.

Di entrambe queste cause di errore, il cui studio ho voluto premettere, sarà tenuto conto nelle ricerche sperimentali sull'assorbimento gravitazionale che esporrò nelle prossime Note.