

ATTI  
DELLA  
REALE ACCADEMIA NAZIONALE  
DEI LINCEI

ANNO CCCXVIII.

1921

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXX.

2° SEMESTRE.



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI  
PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1921

Fisica matematica. — *Una nuova teoria dello spostamento delle linee spettrali.* Nota di GIULIO KRALL, presentata dal Socio T. LEVI-CIVITA (<sup>1</sup>).

La teoria generale di relatività dà il mezzo per calcolare la variazione apparente che un campo gravitazionale produce sulla frequenza di un oscillatore.

Allo stesso risultato si può pervenire in modo elementare, associando alle nozioni fondamentali dell'ottica e della meccanica classica unicamente i due postulati di materializzazione e di quantizzazione dell'energia. Così il problema viene posto sotto un aspetto accessibile all'intuizione diretta.

Infatti, consideriamo un oscillatore atomico che, tanto per fissare le idee, si trovi sul sole. Esso emette, ogni qualvolta un elettrone passa da un'orbita possibile ad un'altra, una quantità di energia data da:

$$(1) \quad h\nu = \varepsilon_m - \varepsilon_n$$

La (1) esprime la condizione di frequenza di Bohr;  $\varepsilon_m$  ed  $\varepsilon_n$  rappresentano i valori dell'energia dell'elettrone nelle due orbite possibili,  $h$  la costante universale di Plank e  $\nu$  la frequenza.

Per il principio di materializzazione dell'energia, la massa del quanto sarà data da:

$$m = \frac{h\nu}{c^2}$$

dove  $c$  è la velocità della luce.

Allorchè questo quanto dovrà raggiungere l'osservatore posto a distanza infinita, o almeno tale che il valore del potenziale possa essere praticamente considerato nullo, la sua energia di posizione, ossia il potenziale (il che è quanto dire la funzione potenziale cambiata di segno) si troverà incrementata di

$$K \frac{mM}{r} = K \frac{h\nu}{rc^2} M$$

se  $K$  è la costante di Newton,  $r$  il raggio del sole,  $M$  la sua massa.

Ammettiamo, poichè una tale ammissione ci sembra naturale e spontanea,

(<sup>1</sup>) Pervenuta all'Accademia il 28 settembre 1921.

che non ci sia differenza qualitativa fra questa energia (di posizione) addizionale e la energia  $h\nu$  che il quanto possedeva sul Sole. Sicchè quando il quanto sarà giunto a distanza infinita, un osservatore che ne misurasse l'energia, la troverebbe uguale a:

$$h\nu + K \frac{h\nu}{rc^2} M$$

e potrebbe argomentare che il campo gravitazionale à modificata la frequenza dell'oscillatore in modo da ridurla ad un valore:

$$\nu_0 > \nu$$

che la semplice equazione

$$h\nu_0 = h\nu + K \frac{M}{r} \frac{h\nu}{c^2}$$

gli può fornire. Da questa infatti si ottiene

$$(2_a) \quad \nu_0 = \nu \left( 1 + K \frac{M}{rc^2} \right),$$

e chiamando il potenziale  $-K \frac{M}{r}$  con  $\varphi_a$ , segue:

$$(2_b) \quad \nu_0 = \nu \left( 1 - \frac{\varphi_a}{c^2} \right) \dots$$

Il valore  $\frac{\nu - \nu_0}{\nu} = -K \frac{M}{rc^2}$  che si ottiene dalla (2<sub>a</sub>) coincide con quello calcolato da Einstein.

Concludendo vediamo come applicando il principio di materializzazione e di conservazione dell'energia, unitamente alla teoria dei quanti che domina il modello atomico di Bohr, siamo giunti al risultato che un campo gravitazionale modifica la frequenza di un oscillatore relativamente ad un osservatore che si trovi in punto dello spazio per il quale il potenziale del campo assuma un valore differente da quello che à nel punto in cui si trova l'oscillatore.

Notiamo che se il potenziale nel punto in cui si trova l'atomo à il valore  $\varphi_a$ , e quello assunto nel punto in cui si trova l'osservatore è  $\varphi_o$ , l'espressione più generale per la frequenza è data da:

$$\nu_0 = \nu \left( 1 - \frac{\varphi_a - \varphi_o}{c^2} \right)$$

che per  $\varphi_o = 0$  ricade nella (2<sub>b</sub>).