

ATTI  
DELLA  
REALE ACCADEMIA NAZIONALE  
DEI LINCEI

ANNO CCCXVIII.

1921

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXX.

2° SEMESTRE.



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI  
PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1921

Meccanica. — *Constatazioni sulle scie aerodinamiche*. Nota del Corrisp. G. ARTURO CROCCO <sup>(1)</sup>.

Le indagini sulla reintegrazione della velocità del vento dietro gli ostacoli della quale ho discusso in una precedente Nota <sup>(2)</sup> hanno condotto a rilievi interessanti la resistenza al moto di corpi in traslazione nell'aria, che crediamo opportuno di esporre sebbene non ancora completi.

Gli esperimenti si sono svolti nell'impianto aerodinamico dell'Istituto Sperimentale Aeronautico <sup>(3)</sup> esponendo alla corrente della galleria aerodinamica dapprima un *disco* circolare sottile, poi un *prisma* rettangolare che attraversava da parte a parte <sup>(4)</sup>: ed esaminando le velocità e le pressioni nella zona perturbata dietro quegli ostacoli, detta *ombra aerodinamica* o, se si pensa all'equivalente fenomeno della traslazione del corpo in aria ferma, semplicemente *scia* <sup>(5)</sup>.

Le velocità di strascinamento *residue* dell'aria lungo la scia in quest'ultimo caso, corrispondono allora alle *velocità perdute* nel caso della corrente <sup>(6)</sup>.

Se chiamiamo con  $h$  l'altezza del rettangolo sezione retta del prisma o il diametro del disco, e con  $d$  la distanza orizzontale da esso, lungo l'asse della

<sup>(1)</sup> Presentata nella seduta del 3 giugno 1921.

<sup>(2)</sup> Cfr. questi Rendiconti, pag. 131.

<sup>(3)</sup> Per gentile concessione del suo attuale Direttore Col. R. Verduzio; e per cura personale dell'ing. Bertozzi d'Olmeyda il quale da parecchi anni magistralmente dirige la Sezione Aerodinamica, e che mi auguro vorrà direttamente esporre in questi Rendiconti le cure particolari richieste da simili delicatissime esperienze.

<sup>(4)</sup> Le esperienze sul disco, richiedendo maggiore preparazione sperimentale sono state sospese per dar luogo all'apparecchiatura tuttavia in corso. Quelle sul *prisma* furono invece proseguite e ad esse principalmente mi riferisco nella presente Nota.

<sup>(5)</sup> Vedi in proposito il fondamentale lavoro di T. Levi-Civita, *Scie e leggi di resistenza*, Rend. Circ. mat. di Palermo, tomo XXIII, 1907.

<sup>(6)</sup> Non è facile eseguire dirette indagini sulla scia di un corpo mobile in aria ferma perchè il fenomeno non è stazionario; e per renderlo tale occorrerebbe muoversi insieme al corpo: il che appunto — relativamente — si tenta di compiere nelle gallerie aerodinamiche generandovi una corrente aerea di velocità eguale e contraria a quella del corpo e tenendo questo immobile insieme allo sperimentatore. L'equivalenza non è tuttavia perfetta perchè la corrente aerea ha limitate dimensioni e non possono rendersi identiche le condizioni ai limiti: ma le cose stesse che esponiamo e quelle che ci ripromettiamo di esporre in seguito potranno arrecar luce anche su questo punto controverso.

scia, del punto sperimentato, la velocità,  $V$ , della corrente a valle dell'ostacolo riferita alla velocità,  $V_0$ , a monte (prese entrambe positive nel senso della corrente) è riportata nella seguente tabella, la quale contiene anche le velocità perdute  $v = V_0 - V$  <sup>(1)</sup>:

Distanza $\frac{d}{h} =$	VELOCITÀ $V$ DELLA CORRENTE per $V_0 = 10$ m/sec		VELOCITÀ PERDUTE $v = V_0 - V$ per $V_0 = 10$ m/sec	
	Disco	Prisma	Disco	Prisma
0.5	- 3.81	- 2.50	13.81	12.50
1	- 5.65	- 4.10	15.65	14.10
1.5	- 4.76	- 4.50	14.76	14.50
2	- 1.75	- 3.50	11.75	13.50
2.5	+ 4.26	+ 2.06	5.70	7.94
3	6.00	4.45	4.00	5.55
3.5	7.08	5.47	2.92	4.52
4	7.88	5.91	2.12	4.08
5	8.60	6.25	1.40	3.74
6	8.90	6.40	1.10	3.60
8	9.20	6.62	0.80	3.38
10	9.34	6.80	0.66	3.20
20	9.64	7.56	0.34	2.44

In entrambi i casi la velocità sull'asse della scia è inizialmente in *senso opposto* a quello della corrente; indi si annulla, e poi assume valori positivi, rapidamente crescenti nel caso del disco e più lentamente nel caso del rettangolo.

Pensando per contro al fenomeno della scia generata dal corpo mobile nell'aria ferma, le colonne 4<sup>a</sup> e 5<sup>a</sup> che danno le velocità perdute, darebbero anche le velocità di strascimento dell'aria lungo l'asse della scia, prese positive nel senso del moto del corpo: e si dedurrebbe che in tal fenomeno l'aria segue il corpo dapprima con *velocità maggiori* di quella del corpo stesso, poi con eguali velocità e infine con velocità sempre decrescenti; che nel caso del disco diventano ad esempio trascurabili a oltre venti diametri dal disco.

Se ora passiamo ad esaminare la velocità della corrente fuori dell'asse della scia. spostandoci, per ogni distanza,  $d$ , orizzontale, anche verticalmente a varie altezze,  $y$ ; troviamo per il prisma rettangolare i risultati raccolti nel quadro appresso inserito.

<sup>(1)</sup> Trattasi evidentemente di velocità *medie* nel tempo, giacchè a causa del fenomeno turbolento, le velocità istantanee sono variabili in uno stesso punto della scia.

y altezza in cm. dall'asse della scia	VELOCITÀ PERDUTE $v = V - V_0$ ; per $V_0 = 10$ m/sec in sezioni distanti dall'ostacolo rispettivamente					PERDITE DI CARICO $P_0 - P$ in mm. d'acqua per $v_0 = 10$ m/sec alle distanze			
	$\frac{d}{h} = 1$	$\frac{d}{h} = 2$	$\frac{d}{h} = 3$	$\frac{d}{h} = 4$	$\frac{d}{h} = 10$	$\frac{d}{h} = 1$	$\frac{d}{h} = 2$	$\frac{d}{h} = 3$	$\frac{d}{h} = 4$
	0	14.2	13.5	5.60	4.3	3.2	12.2	11.85	8.60
1	13.1	12.3	5.30	4.2	3	12.1	11.60	8.40	6.40
2	10.5	9.5	4.70	3.8	2.7	11.9	11.10	7.90	6.10
3	7.2	6.1	3.80	3.2	2.5	11.3	9.70	7.10	5.40
4	3.5	3.4	2.60	2.3	2.1	9	7.50	5.70	4.60
4.5	1.9	1.9	1.90	1.9	1.9	..	..	..	..
5	0	0.6	1.20	1.4	1.7	3	5	4.30	3.70
6	-2.4	-1.6	0.20	0.8	1.4	0.2	2.40	2.70	2.70
7	-2.6	-2.3	-0.40	0.3	1.1	0.1	0.50	1.10	1.80
8	-2.1	-1.8	-0.70	-0.1	0.8	0.05	0.15	0.60	1.20
10	-1.4	-1.3	-0.60	-0.3	0.3	..	0.05	0.30	0.60
13	-0.7	-0.6	-0.50	-0.4	-0.1	..	..	0.15	0.20
16	-0.5	-0.4	-0.30	-0.2	-0.15	..	..	0.05	0.10
19	-0.3	-0.2	-0.10	-0.05	-0.1	..	..	..	0.05

Esaminando il quadro, si osserva anzitutto che la parte notevole del fenomeno della scia è localizzata nelle vicinanze dell'asse. In ogni sezione le decrescenze delle velocità perdute, allontanandosi dall'asse, sono assai regolari: e queste cadono rapidamente verso valori assoluti piccolissimi. In secondo luogo si osserva l'esistenza di valori *negativi* notevoli: e cioè di zone della scia ove si ha un evidente *guadagno di velocità*; e, nell'equivalente fenomeno del corpo mobile, se l'equivalenza sussiste, una massa d'aria spinta in senso opposto al moto del corpo. Questi valori negativi vanno decrescendo via via che le sezioni sono più lontane dal corpo: mentre la parte positiva va allargandosi. Si nota infine — come singolarità sperimentale — che all'altezza di 45 mm. (per un rettangolo alto 50) le velocità della scia risultano *eguali* in tutte le sezioni sperimentate.

Queste le constatazioni sperimentali dirette. Osserveremo che gli esploratori di velocità non possono ritenersi strumenti di alta precisione: e che non si può affermare l'uniformità preventiva della velocità del vento nella galleria a meno delle differenze di pochi centimetri al secondo cui queste misure danno luogo.

Sotto tali restrizioni, vediamo a quali constatazioni indirette si può addivenire.

Anzitutto, per la costanza della sezione della galleria, si deve avere un flusso di corrente costante. Ora entro il campo sperimentato, che non si estende

sino alle pareti della galleria, si osserva che le velocità perdute si compensano in gran parte, ma non interamente, tra loro. È quindi probabile che le piccole velocità negative si estendano al di là del campo sperimentato, per ottenere la compensazione completa.

In altri termini per la costanza della portata deve aversi, in ogni sezione, se consideriamo un tratto di scia corrispondente a una larghezza di sbarramento eguale ad un metro e supponiamo la densità costante <sup>(1)</sup>:

$$(1) \quad \int_y V dy = \text{costante} = \int_{y_0} V_0 dy_0,$$

quando si estendano gli integrali sino alle pareti terminali della galleria. Facendo l'ipotesi che la corrente la occupi tutta quanta, senza singolarità, cioè che  $\int_y dy = \int_{y_0} dy_0$ , in tal caso potremo assumere  $dy = dy_0$  e dovremmo trovare

$$(2) \quad \int_y (V_0 - V) dy = \int_y v \cdot dy = \text{zero};$$

il che, come abbiamo accennato, non si verifica entro il campo sperimentato.

Posto ciò, proponiamoci di calcolare la variazione nel tempo della *quantità di moto* della corrente dovuta all'azione dell'ostacolo: cioè la derivata rispetto a  $t$  della quantità di moto,  $M$ , di un tronco di corrente di un metro di larghezza, esteso in altezza sino alle pareti della galleria e compreso in lunghezza fra la sezione a monte,  $y_0$ , e quella a valle,  $y$ . Avremo, com'è notorio, prendendo positivi i guadagni e chiamando  $\mu$  la densità:

$$(3) \quad \frac{dM}{dt} = \mu \int_y V^2 dy - \mu \int_{y_0} V_0^2 dy_0 = -\mu \int_y V v dy$$

nella quale abbiamo introdotto la relazione (1): ottenendo una espressione valevole in ogni caso e già da noi indicata sin dal 1911 <sup>(2)</sup>.

Se poi ammettiamo la esatta compensazione stabilita dalla (2), la (3) si trasforma nella

$$(4) \quad \frac{dM}{dt} = -\mu V_0 \int_y v dy + \mu \int_y v^2 dy = \mu \int_y v^2 dy$$

che risulta essenzialmente *positiva*.

<sup>(1)</sup> Le variazioni di densità sono infatti di un ordine di grandezza assai più piccolo di quello delle misure in questione.

<sup>(2)</sup> *Sulla teoria analitica dell'elica*. Rendiconti Stab. Costr. Aer.

Sta di fatto che calcolando l'espressione (3) anche senza introdurla (2), noi l'abbiamo trovata per tutte le sezioni sperimentate nettamente positiva; risultato degno di nota, giacchè la presenza dell'ostacolo faceva piuttosto pensare a una *perdita* anzichè a un *guadagno* nella quantità di moto. Se poi ci si riferisce al caso del corpo mobile in aria ferma appare a prima vista paradossale che nella scia generata da questo si verifichi un acquisto di quantità di moto *in senso opposto al moto del corpo*, anzichè nello stesso senso.

Ciò posto, se chiamiamo con  $p_0$  e  $p$  le pressioni statiche a monte e a valle, nelle sezioni terminali del tronco di corrente innanzi definito, e indichiamo con  $R$  la resistenza del corpo mobile o meglio l'azione da esso esercitata contro la corrente, aggiungendo a questa l'incremento  $r$  dell'azione esercitata dalle pareti della galleria, dovremo avere, per l'equilibrio del tronco:

$$R + r = \int_{y_0} p_0 dy_0 - \int_y p dy - \frac{dM}{dt}.$$

Ma per evitare la difficile misura delle pressioni statiche, le trasformeremo in pressioni totali,  $p + \frac{1}{2} \mu V^2$ , introducendo nella precedente espressione per  $\frac{dM}{dt}$  il suo valore rappresentato dalle (3). Si avrà allora, con agevoli trasformazioni, chiamando  $P$  le pressioni totali anzidette:

$$(5) \quad R + r = \int_{y_0} P_0 dy_0 - \int_y P dy + \frac{\mu}{2} \int \nabla v dy$$

nella quale le  $P$  sono facilmente misurabili, e anche con maggior precisione delle velocità, mediante un tubo di Pitot semplice.

Se nella (5) poniamo  $dy = dy_0$ , e supponiamo vera la (2), essa diviene

$$(6) \quad R + r = \int_{y_0} (P_0 - P) dy - \frac{\mu}{2} \int_y v^2 dy,$$

espressione più comoda giacchè contiene soltanto le differenze di  $P$ , che si ottengono per contrasto manometrico.

Queste differenze  $P_0 - P$  che potremo chiamare *cadute di pressione* o *perdite di carico* noi abbiamo misurato e riportato alle colonne 7, 8, 9, 10 della precedente tabella. Come si vede si è effettivamente in presenza di perdite di carico rilevanti e ben circoscritte in zone vicine all'asse della scia.

Calcolando la (6) noi abbiamo trovato per  $R + r$  valori superiori a quelli effettivamente misurati di  $R$ ; ma ci promettiamo di tornare su di essi in una successiva Nota dopo che potremo disporre delle esperienze del disco, e di quanto occorre per discutere la eliminazione della incognita  $r$  e l'influenza della limitazione della corrente d'aria.