

ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA NAZIONALE
DEI LINCEI

ANNO CCCXVIII.

1921

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXX.

2° SEMESTRE.



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI
PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1921

Matematica. — *Sugli integrali abeliani riducibili*. Nota di GAETANO SCORZA, presentata dal Socio GUIDO CASTELNUOVO (¹).

In uno dei miei corsi di lezioni di geometria superiore di questi ultimi anni ebbi occasione di far rilevare che il procedimento aritmetico ben noto, indicato dal Weierstrass per stabilire l'esistenza di sistemi di periodi ridotti per un integrale abeliano riducibile, poteva essere utilmente sostituito con un ragionamento di più succinta eleganza e di maggiore efficacia pratica.

Data l'importanza della questione, non mi pare inutile di pubblicare qui quel mio ragionamento, tanto più che, a causa forse di una definizione non felice dei periodi ridotti di un integrale riducibile che si trova in qualche libro, non è mancato chi ha creduto di poter sostituire il procedimento di Weierstrass con un ragionamento affatto inadeguato allo scopo.

1. Sia J un integrale abeliano (di 1ª specie) riducibile, appartenente a una curva di genere p , e siano

$$\omega_1, \dots, \omega_{2p}$$

i suoi periodi a un sistema normale di tagli della riemanniana corrispondente alla curva.

Poi si supponga che $r (\geq 1)$ sia il massimo numero di relazioni lineari omogenee indipendenti a coefficienti interi passanti tra le ω_j , e che

$$(1) \quad \begin{aligned} a_{1,1} \omega_1 + \dots + a_{1,2p} \omega_{2p} &= 0, \\ &\dots \dots \dots \\ a_{r,1} \omega_1 + \dots + a_{r,2p} \omega_{2p} &= 0 \end{aligned}$$

siano r di codeste relazioni formanti *base minima* per l'insieme delle relazioni lineari omogenee a coefficienti interi intercedenti fra le ω_j .

Per teoremi notissimi di analisi indeterminata, la matrice

$$(2) \quad \begin{vmatrix} a_{1,1} & \dots & a_{1,2p} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{r,1} & \dots & a_{r,2p} \end{vmatrix}$$

sarà di caratteristica r , e il massimo comune divisore dei suoi minori di ordine r sarà 1 (²).

(¹) Pervenuta all'Accademia il 15 luglio 1921.

(²) Per tutte le affermazioni contenute nel testo vedi, p. es., il n. 1 della mia Memoria: *Sulle varietà abeliane contenenti congruenze abeliane* (Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, t. XLIII, 1918-1919, pp. 213-238).

Ma allora, in virtù di un bel teorema di Hermite-Frobenius (1), è possibile costruire un determinante unimodulare a elementi interi di ordine $2p$, così che delle sue righe le prime r siano appunto le righe delle (2).
Siano

$$\begin{array}{c} a_{r+1,1}, \dots, a_{r+1,2p}, \\ \dots \\ a_{2p,1}, \dots, a_{2p,2p} \end{array}$$

le rimanenti righe di un tal determinante, e si ponga

$$(3) \quad \begin{array}{l} a_{r+1,1} \omega_1 + \dots + a_{r+1,2p} \omega_{2p} = \Omega_1, \\ \dots \\ a_{2p,1} \omega_1 + \dots + a_{2p,2p} \omega_{2p} = \Omega_{2p-r}. \end{array}$$

Le (3) mostrano che $\Omega_1, \dots, \Omega_{2p-r}$ sono *periodi* di J ; le (1) e (3), prese insieme, essendo unimodulare il determinante delle $a_{i,j}$ ($i, j = 1, \dots, 2p$), mostrano che ciascuna delle ω_j è una combinazione lineare omogenea a coefficienti interi delle $\Omega_1, \dots, \Omega_{2p-r}$; dunque

$$(4) \quad \Omega_1, \dots, \Omega_{2p-r}$$

è un sistema di periodi ridotti (primitivi) di J .

Dopo di che è ben noto ed è anche ben chiaro come ogni altro tale sistema possa essere dedotto dal sistema (4):

Avvertasi che, dato il significato di r , tra i periodi (4) non può passare alcuna relazione lineare omogenea a coefficienti interi non tutti nulli.

Fisica. — *Sul potenziale di risonanza e di ionizzazione nei vapori misti di sodio e potassio con mercurio* (2). Nota II di ADOLFO CAMPETTI, presentata dal Socio ANDREA NACCARI (3).

1. Seguendo il metodo indicato nella Nota precedente, furono determinate le intensità di corrente tra rete e cilindro (malgrado un campo ritardatore costante) in funzione del potenziale acceleratore applicato tra filamento e rete, e si tracciarono le curve relative, prendendo come ascisse le differenze di potenziale in Volt (ogni divisione equivale a due Volt) e come ordinate le intensità di corrente in unità arbitrarie. Per evitare sovrapposizioni delle curve, ad ogni curva viene spostata l'origine.

(1) Vedi, per es., FROBENIUS: *Theorie der linearen Formen mit ganzen Coefficienten* [Journal für die reine und angewandte Mathematik; Bd. 86 (1879), pp. 146-208], § 8.

(2) Lavoro eseguito nell'Istituto di Fisica della R. Università di Sassari.

(3) Pervenuta all'Accademia il 1° settembre 1921.

Tenendo conto delle curve tracciate (e dei dati numerici relativi che qui non sono riferiti per disteso) e osservando che l'ascissa x_1 del primo massimo rappresenta il potenziale di risonanza p_r più il potenziale p_0 corrispondente alla velocità con cui vengono emessi gli elettroni dal filamento incandescente, che il secondo massimo x_2 rappresenta il doppio del potenziale di risonanza più il potenziale iniziale, si hanno le relazioni

$$x_1 = p_r + p_0 \quad ; \quad x_2 = 2p_r + p_0$$

e perciò si ricavano p_0 e p_r . Così pure, col metodo indicato nella Nota precedente, si ottiene il potenziale di ionizzazione p_i .

Furono eseguite prima esperienze di controllo con sodio puro (curva 1^a, la 2^a esperienza non essendo rappresentata in figura), con potassio puro (3, 4) e con vapore di mercurio (5): altre esperienze si riferiscono a sodio e mercurio (6, 7, 8), a potassio e mercurio (9, 10, 11).

Nelle tabelle che seguono, t è la temperatura della camera di ionizzazione (superiore di una ventina di gradi a quella della regione ove vengono ridotti in vapore il sodio ed il potassio), t_1 la temperatura del mercurio, per le esperienze in cui esso è presente al fondo dell'apparecchio; i numeri della prima colonna corrispondono a quelli delle curve della figura.

TABELLA I.

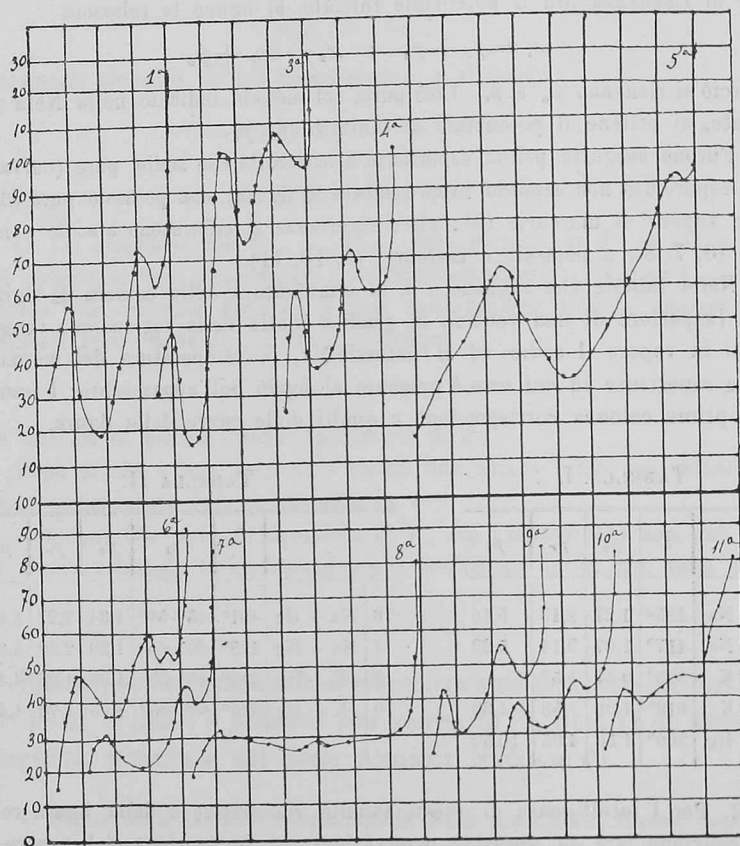
		t	p_0	p_r	p_i
1	Na	425°	1,21	2,13	5,16
2	Na	417°	1,07	2,14	5,22
3	K	325°	0,67	1,57	—
4	K	319°	1,08	1,58	4,38
5	Hg	300°	1,50	4,95	10,50

TABELLA II.

		t	t_1	p_0	p_r	p_i
6	Na + Hg	421°	45°-50°	1,34	2,27	5,34
7	Na + Hg	418°	50°-65°	1,50	2,30	5,30
9	K + Hg	315°	45°-50°	1,06	1,63	4,41
10	K + Hg	325°	60°-65°	1,05	1,70	4,45

2. Per l'intelligenza di queste tabelle riassuntive e della figura relativa conviene fare le seguenti osservazioni: *a*) La tensione del vapore di mercurio nella camera di ionizzazione non si può precisare con sicurezza, trattandosi di un processo di diffusione di vapore dalla parte inferiore dell'apparecchio alla superiore sempre in comunicazione colla pompa Gaede in azione, non potendosi quindi applicare il principio della parete fredda; d'altra parte, alcune goccioline di mercurio, provenienti dalla condensazione nella regione superiore fredda del tubo, ricadendo eventualmente attraverso alla camera di ionizzazione, possono dare temporaneamente una più elevata concentrazione di vapore di mercurio, producendo così qualche irregolarità nelle esperienze. *b*) Per quanto riguarda i dati e le curve relative ai metalli puri, niente è da osservare in particolare, perchè i potenziali ottenuti corrispondono

a quelli delle esperienze precedenti; riguardo alle miscele di vapori, la curva 6 presenta due massimi che (come risulta dai dati numerici delle misure qui non riferiti) corrispondono a 0,93 e 3,10 Volts ($3,10 - 0,83 = 2,27$) e un massimo poco marcato, corrispondente, aggiungendo il potenziale iniziale, circa al potenziale di risonanza del mercurio. La 7 presenta pure due massimi corrispon-



denti al vapore di sodio a 0,80 e 3,10 Volts; ma il massimo corrispondente al mercurio non appare, probabilmente perchè coperto dalla relativamente rapida ascesa della curva; la 8 non permette più la determinazione di p_r e p_i , essendovi un solo massimo per il sodio, mentre il secondo appartiene al mercurio. Analogamente si comportano le curve 9, 10, 11 ottenute con K e Hg, essendo nelle 8 e 11 la temperatura del mercurio di circa 80° . È notevole il fatto che la 8 indica un rapido aumento di corrente a circa 6,7 Volt, valore che non corrisponde al potenziale di ionizzazione del sodio, nè del mercurio; tuttavia numerose esperienze qui non riferite hanno dato il medesimo risultato con notevole accordo (vedansi analogamente le curve delle

esperienze precedenti). *c)* La scala assai ridotta del disegno nel senso orizzontale (per economia di spazio) fa apparire l'ascesa delle curve, per es. in corrispondenza del potenziale di ionizzazione, in ogni caso molto rapida; in realtà, come risultò dai dati numerici delle esperienze, per le curve relative a vapori misti, il potenziale di ionizzazione non resta determinato con molta precisione.

Concludendo, si può enunciare il risultato che *la presenza del vapore di mercurio altera sensibilmente il potenziale di risonanza dei vapori di sodio e potassio: meno ben determinata è l'azione sul potenziale di ionizzazione.*

Tale risultato dovrebbe essere posto in relazione col comportamento ottico di tali vapori misti, esaminandone cioè la radiazione corrispondente. Questo esame però, dovendolo operare in apparecchi fortemente riscaldati entro stufa elettrica, dati i mezzi attualmente a mia disposizione, non mi è stato ancora possibile.

Fisica terrestre. — I terremoti mondiali del 1916 e l'Osservatorio di Rocca di Papa. Nota II di G. AGAMENNONE, presentata dal Socio V. CERULLI (¹).

In una Nota precedente (²) ho esposto che dei 59 più importanti terremoti mondiali del 1916, ben 48 furono segnalati a Rocca di Papa. Per formarsi un'idea delle distanze da cui vi giunsero, trovo che le medesime variano

						Km.
5 volte da	3° a	10° d'arco di circolo mass., cioè da	330 a	1110 c.		
3	"	44 " 56	"	"	"	4880 " 6220 "
5	"	71 " 80	"	"	"	7880 " 8880 "
19	"	83 " 90	"	"	"	9210 " 10000 "
9	"	91 " 100	"	"	"	10100 " 11100 "
5	"	116 " 134	"	"	"	12880 " 14870 "
2	"	152 " 156	"	"	"	16870 " 17320 "

Da ciò si vede che 13 telesismi provennero da distanze varianti da 330 fino a 8880 km.; altri 28, cioè più della metà del totale, ebbero origine a distanze corrispondenti all'incirca a quella d'un intero quadrante terrestre (da 9210 a 11100 km.) e ben 7 ebbero l'epicentro ancor più remoto, fino ad avvicinarsi all'antipodo!

(¹) Presentata nella seduta del 6 marzo 1921.

(²) *I terremoti mondiali del 1916.* Rend. della R. Acc. dei Lincei, seduta del 6 febbraio 1921.