

ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA NAZIONALE
DEI LINCEI

ANNO CCCXVIII.

1921

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXX.

2° SEMESTRE.



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI
PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1921

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

MEMORIE E NOTE DI SOCI

pervenute all'Accademia durante le ferie del 1921.

(Ogni Memoria o Nota porta a piè di pagina la data d'arrivo).

Fisica terrestre. — *Sulla profondità dei ghiacciai.* Nota IV
del Socio CARLO SOMIGLIANA ⁽¹⁾.

La costante k ha le dimensioni di una lunghezza, ed è un parametro geometrico che determina la forma del profilo.

Come nel caso precedente, avremo una limitazione nei valori di N nel fatto che il punto in cui si annulla il denominatore nella (20), $6Ny + M = 0$, non può cadere nell'intervallo da 0 ad L .

La curva rappresentata dalla (20) per $M > L$ è composta di un'ovale simmetrica rispetto all'asse y , e da un ramo indefinito passante pel punto $y = M$. Il profilo della sezione è in questo caso rappresentato dalla mezza-ovale, che incontra perciò ortogonalmente l'asse della sezione, come nel caso della mezza ellisse.

Se scriviamo l'equazione (17) nella forma

$$v = \frac{1}{2} H k \varphi(y)$$

l'espressione della profondità (20) si può scrivere

$$s^2 = \frac{\varphi(y)}{\psi(y)} \quad \text{ovè} \quad \psi(y) = \frac{1}{N} + \frac{6y}{LM}.$$

Quindi mentre il massimo della velocità superficiale è determinato dall'equazione $\varphi'(y) = 0$, il massimo della profondità è dato dall'equazione

$$\varphi'(y) \psi(y) - \varphi(y) \psi'(y) = 0$$

⁽¹⁾ Presentata nella seduta del 3 aprile 1921.

e quindi non coincide col primo, cioè la massima profondità non corrisponde al punto della sezione in cui è massima la velocità superficiale. Questa particolarità è indicata nelle figg. 3, 4, 5, come ora vedremo.

Nel caso in cui $M = L$, e quindi $\alpha = 1:3$, la curva della velocità superficiale nell'estremo L è tangente alla linea della sezione, riproducendo una particolarità che spesso si presenta nelle curve d'osservazione. Nella fig. 3 è rappresentata una curva di velocità per $L = M = 10$; in essa naturalmente l'ordinata è determinata all'infuori di un fattore che dipende dall'unità di tempo fissata, ossia dal valore del prodotto Hk che è l'inversa di un tempo. La relazione (19) diventa in questo caso una relazione fra N e k e precisamente

$$N = \frac{5k}{5-k}$$

per cui il parametro k , che è una lunghezza, non può assumere un valore maggiore od eguale a 5.

Le curve delle figure 4, 5, danno il profilo in corrispondenza ai valori $k = 2$ e $k = 4$, e le linee tratteggiate verticali danno la posizione delle massime ordinate. I valori di z in corrispondenza ai valori interi di y per $k = 1, 2, 3, 4$ sono rappresentati nella seguente tabella:

y	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$k = 1$	0,0	0,97	1,17	1,24	1,17	1,06	0,86	0,71	0,50	0,20	0,0
$k = 2$	0,0	1,50	1,74	1,75	1,63	1,44	1,20	0,93	0,64	0,32	0,0
$k = 3$	0,0	2,04	2,24	2,16	1,96	1,71	1,39	1,07	0,72	0,36	0,0
$k = 4$	0,0	2,71	2,73	2,52	2,23	1,89	1,52	1,15	0,77	0,39	0,0

V.

PROFILI DI 4° ORDINE.

Supponiamo che la curva della velocità sia rappresentata da una curva di 4° ordine, che sia simmetrica, cioè abbia l'ordinata massima nel punto di mezzo della sezione. Preso questo punto come origine sarà

$$\varphi(y) = A_0 + A_1 y^2 + A_2 y^4$$

e se L è la semi-larghezza, M un'altra costante che dovremo supporre non inferiore ad L , potremo anche porre

$$(23) \quad v = \varphi(y) = \frac{1}{2} H k^2 \left(1 - \frac{y^2}{L^2} \right) \left(1 - \frac{y^2}{M^2} \right).$$

Il massimo di velocità sarà

$$v_M = \frac{1}{2} H k^2$$

e col procedimento solito avremo per l'espressione della velocità

$$(24) \quad u = \frac{1}{2} H k^2 \left\{ 1 - \left(\frac{1}{L^2} + \frac{1}{M^2} \right) y^2 - \frac{z^2}{N^2} + \frac{1}{L^2 M^2} (y^4 - 6y^2 z^2 + z^4) \right\}$$

colla condizione

$$(25) \quad \frac{1}{L^2} + \frac{1}{M^2} + \frac{1}{N^2} = \frac{1}{h^2}$$

che determina la costante N quando sia nota k , che è una lunghezza, come L, M, N .

L'equazione del profilo assume la forma

$$(26) \quad \frac{z^4}{L^2 M^2} - \left(\frac{1}{N^2} + \frac{6y^2}{L^2 M^2} \right) z^2 + \frac{y^4}{L^2 M^2} - \left(\frac{1}{L^2} + \frac{1}{M^2} \right) y^2 + 1 = 0$$

e perciò la determinazione della profondità z si riduce alla semplice risoluzione di un'equazione biquadratica

$$z^4 - F(y^2) z^2 + G(y^2) = 0$$

dove

$$F(y^2) = 6y^2 + \frac{L^2 M^2}{N^2} \quad G(y^2) = (y^2 - L^2)(y^2 - M^2)$$

ed è quindi anche praticamente assai semplice.

La curva rappresentata dalla (23) incontra l'asse della sezione nei punti $y = \pm L$, $y = \pm M$; mentre l'ordinata è positiva fra $-L$ e $+L$, e dà luogo ad un ramo che è concavo verso l'asse stesso e può effettivamente prestarsi alla rappresentazione delle curve di osservazione. Oltre alla velocità massima, abbiamo in questo caso una seconda costante M , che potrà essere determinata dal valore della velocità in un altro punto, o dall'angolo sotto cui la curva incontra l'asse.

Quando $M = L$, quest'angolo si annulla, la curva negli estremi è tangente all'asse, riproducendo una particolarità che effettivamente in qualche caso si osserva (v. fig. 6).

Per la determinazione della profondità possono utilmente usarsi anche coordinate polari. Posto

$$y = \rho \cos \theta \quad z = \rho \sin \theta \quad \rho = \alpha L$$

la equazione (16) diviene

$$\alpha^4 \cos 4\theta - \left[\left(1 + \frac{M^2}{L^2} - \frac{M^2}{N^2} \right) \cos^2 \theta + \frac{M^2}{N^2} \right] \alpha^2 + \frac{M^2}{L^2} = 0$$

nel caso $L = M$

$$\alpha^4 \cos 4\theta - \left[\left(2 - \frac{L^2}{N^2} \right) \cos^2 \theta + \frac{L^2}{N^2} \right] \alpha^2 + 1 = 0.$$

Se si pone

$$L = M = 10 \quad N = 5$$

si trova $k^2 = 50 : 3$ e l'equazione del profilo diviene

$$\alpha^4 \cos 4\theta - 2(1 + \sin^2 \theta) \alpha^2 + 1 = 0.$$

Nella fig. 7 si è disegnata questa curva che riproduce nelle apparenze una

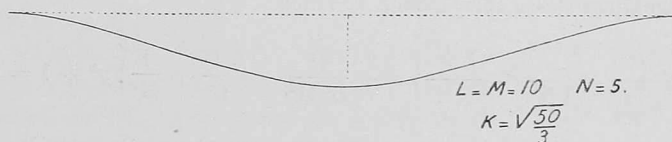


FIG. 6 (Curva della velocità).

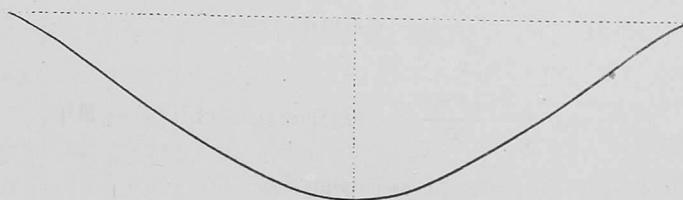


FIG. 7 (Profilo).

delle ordinarie configurazioni di un fondo di valle. I valori che più facilmente si deducono per α dalla equazione precedente sono

$$\text{per } \theta = 0 \quad , \quad \frac{\pi}{8} \quad , \quad \frac{\pi}{4} \quad , \quad \frac{3\pi}{8} \quad , \quad \frac{\pi}{2}$$

$$\alpha^2 = 1 \quad , \quad \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{2}-1} \quad , \quad \frac{\sqrt{13}-3}{2} \quad , \quad \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{2}+1} \quad , \quad 2-\sqrt{3}.$$

I metodi che abbiamo considerato ed i modelli speciali costruiti possono in molti casi essere sufficienti per una rappresentazione del profilo dal punto di vista della forma. La difficoltà che si presenta per l'esattezza numerica dipende dalla ancora incompleta conoscenza del coefficiente d'attrito che si

ripercuote nel parametro geometrico k . Possiamo anche dire che non è possibile per ora affermare dentro quali limiti nella realtà del fenomeno questo coefficiente si possa considerare come costante in modo assoluto.

Negli studi della *Società elvetica di Scienze naturali* sul ghiacciaio del Rodano si è verificata la fortunata circostanza che il ritiro del ghiacciaio ha messo a nudo dei profili per i quali in precedenza era stata determinata la velocità superficiale durante un certo periodo di anni. Valendoci di questi dati, e delle rappresentazioni che abbiamo studiato, ci proponiamo di ottenere delle nuove determinazioni del coefficiente d'attrito, e discutere nello stesso tempo della precisione che si può raggiungere coll'applicazione dei metodi proposti per la determinazione della profondità dei ghiacciai.

Fisica. — *Azione di un campo magnetico sul flusso di calore.*

Nota del Socio O. M. CORBINO (1).

La teoria elettronica di Lorentz sulla conducibilità dei metalli per il calore e per l'elettricità è stata estesa da R. Gans (2) per dedurne l'effetto dovuto all'azione di un campo magnetico e quindi la spiegazione dei fenomeni galvano e termomagnetici. Già il Gans applicò le sue formole al calcolo dell'effetto Hall, isoterma o adiabatico, e dell'effetto Ettingshausen; mentre il Koenisberger (3) più tardi ne deduceva la teoria dell'effetto Nernst e dell'effetto Righi. La corrispondenza coi fatti sperimentali è in generale malsicura; e in qualche caso, precisamente per l'effetto Ettingshausen, non si ha accordo con l'esperienza neanche per il segno del fenomeno. Una particolare semplicità acquistano le formole del Gans quando siano applicate a un disco circolare, riscaldato al centro, poichè vengono in tal caso a mancare il gradiente elettrico e il gradiente termico nel senso circolare. Per un piccolissimo quadrangolo del disco, compreso fra due raggi e due archi di cerchio vicini, identificando la direzione del raggio con l'asse delle ascisse x e quella dell'arco con la direzione dell'asse y si potrà perciò porre nelle formole di Gans, per l'accelerazione elettrica Y_1 nel senso y ,

$$Y_1 = 0.$$

e porre inoltre eguali a zero tutte le derivate di tipo $\frac{\partial}{\partial y}$.

La funzione $f(\xi, \eta, \zeta)$ che denota la densità elettronica nel campo infinitesimo di velocità comprese fra ξ e $\xi + d\xi$; η e $\eta + d\eta$; ζ e $\zeta + d\zeta$,

(1) Presentata nella seduta del 3 giugno 1921.

(2) R. Gans, Ann. d. Phys. 20, 293, a. 1906.

(3) Koenisberger, Phys. Zeitschr., p. 232, a. 1913; Id. Ann. d. Phys. 46, 446; 47, 566, a. 1915.