ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA NAZIONALE

DEI LINCEI

ANNO CCCXVIII.

1921

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXX.

2° SEMESTRE.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1921

nese, ma crediamo di aver provato che la presenza di una sufficiente quantità di questo elemento è in molti, e probabilmente nella maggioranza dei casi, il fattore determinante. Le nostre esperienze proseguono e saremo grati a coloro che ci invieranno esemplari di gomma peciosa per la continuazione di dette esperienze.

Come queste quantità anormali di manganese pervengano alla gomma, se attraverso al lattice o per materiale contaminazione con terra, non è possibile stabilire con certezza. Forse ciò avviene in entrambi i modi: si è già detto che la peciosità è frequente principalmente nelle qualità scadenti di crèpes, come negli *earth-crèpes*, prodotti appunto da lattice che è venuto in contatto con terra. Ci sembra probabile che le minime quantità che si trovano nelle gomme sane derivino da sali manganosi normalmente presenti nel lattice, mentre le quantità più forti che si trovano nelle gomme peciose derivino da inquinamento.

Per quello che riguarda il meccanismo dell'azione degli ossidi di manganese ci riferiamo alla teoria di Bertrand. L'ossido manganoso MnO derivante dall'idrolisi dei sali manganosi agisce come le così dette sostanze auto-ossidanti, cioè reagisce con la molecola di ossigeno O_2 combinandosi con uno dei suoi atomi e lasciando l'altro allo stato libero.

$$MnO + O_2 \rightarrow MnO_2 + O$$

L'atomo di ossigeno allo stato nascente esercita una assai potente azione ossidante. Il MnO_2 agisce poi esso pure come ossidante e si riduce a MnO. Abbiamo quindi un processo ciclico che può continuare indefinitamente.

Accenneremo infine che noi abbiamo trattato taluni campioni di gomma peciosa con alcool al 40 % e sull'estratto ottenuto a freddo abbiamo provato le reazioni degli enzimi ossidanti (ossidasi e perossidasi), ma sempre con risultato negativo.

MEMORIE E NOTE PRESENTATE DA SOCI

Matematica. — *Sulle curve di Bertrand.* Nota di F. Sibirani, presentata dal Corrisp. G. Peano [1].

1. Ch. Bioche [2] ha dimostrato che:

a) *si possono costruire coppie di curve, di cui la prima a flessione costante, la seconda a torsione costante, riferite punto a punto in guisa che le tangenti in punti corrispondenti sono parallele*;

[1] Presentata nella seduta del 6 febbraio 1921.

[2] Ch. Bioche, *Sur les courbes de M. Bertrand*. Bulletin de la Société Mathématique de France, t. XVIII, pp. 199-112.

b) *se* $P_1 P_2$ *sono due punti corrispondenti, il luogo delle rette* $P_1 P_2$ *è una sviluppabile*;

c) *il luogo dei punti* P *che dividono il segmento* $P_1 P_2$ *in un rapporto costante è una curva di Bertrand.*

M. Tajima [1], trovando estremamente innaturale la dimostrazione di Bioche, dà una diretta dimostrazione della proprietà c), presupponendo dimostrata la a).

Dell'intero enunciato do qui una semplicissima dimostrazione.

2. Sia γ_1 una curva qualunque, γ_2 una curva riferita punto a punto a γ_1 in guisa che le tangenti in punti corrispondenti P_1, P_2 siano parallele: in altre parole, γ_2 è una trasformata di Combescure [2] della γ_1.

Il luogo dei punti che dividono il segmento $P_1 P_2$ *nel rapporto costante* $p:q$ *è una trasformata di Combescure.*

Codesto luogo è descritto dal punto P per cui:

$$p(P - P_1) + q(P - P_2) = 0. \tag{1}$$

Derivando rapporto ad s_1, arco di γ_1, e tenendo presente che per ipotesi è $\mathbf{t}_1 = \mathbf{t}_2$, si ha:

$$(p+q)\frac{ds}{ds_1}\mathbf{t} = \left(p + q\frac{ds_2}{ds_1}\right)\mathbf{t}_1, \tag{2}$$

ciò che dimostra l'asserto.

3. Ricordiamo che se P_1 descrive una curva γ_1, il punto:

$$P_2 = 0 + \int \mathbf{t}_1 f(s_1)\, ds_1 \tag{3}$$

descrive una curva γ_2 che è trasformata di Combescure di γ_1 e sussistono le relazioni: $ds_2 = f(s_1)\,ds_1$, $\varrho_2 = f(s_1)\,\varrho_1$, $\tau_2 = f(s_1)\,\tau_1$.

Allora è chiaro che se γ_1 è una curva a flessione costante $1/\varrho_1 = 1/h$ e di torsione $1/\tau_1$, la curva γ_2 descritta da:

$$P_2 = 0 + k\int \frac{\mathbf{t}_1}{\tau_1}\, ds_1 \tag{4}$$

è una curva a torsione costante $1/\tau_2 = 1/k$.

Con ciò è dimostrata la parte a) dell'enunciato.

4. La rigata luogo delle rette $P_1 P_2$ è descritta dal punto:

$$Q = P_1 + u\,(P_2 - P_1), \tag{5}$$

u variabile numerica.

La condizione di sviluppabilità è [3]:

[1] M. Tajima, *On Bertrand Curves*. The Tôhokn Mathematical Journal, vol 18, pp. 128-133.

[2] Bianchi L., *Lezioni di geometria differenziale*; 2ª ediz., Pisa, E. Spoerri, 1902, § 20.

[3] C. Burali-Forti, *Corso di geometria analitico-proiettiva per gli allievi della R. Accademia Militare*; Torino, Petrini, 1912, § 167.

$$\frac{dP_1}{ds_1} \times (P_2 - P_1) \wedge \frac{d}{ds_1}(P_2 - P_1) = 0$$

che è manifestamente verificata, perchè il primo e terzo vettore sono paralleli.

Con ciò è dimostrata la parte b) dell'enunciato.

5. Sia γ il luogo del punto P che divide il segmento $P_1 P_2$ nel rapporto $p : q$. Sussiste la (2) in cui deve farsi

$$\frac{ds_2}{ds_1} = \frac{k}{\tau_1},$$

epperò dalla (2) stessa si trae:

$$(p+q)\frac{ds}{ds_1} = \pm\left(p + q\frac{k}{\tau_1}\right),$$

e quindi:

$$\frac{ds}{ds_1} = \pm\frac{p\tau_1 + qk}{\tau_1(p+q)}.$$

Allora:

$$\frac{\tau}{\tau_1} = \pm\frac{p\tau_1 + qk}{\tau_1(p+q)}, \quad \frac{\varrho}{h} = \pm\frac{p\tau_1 + qk}{\tau_1(p+q)},$$

ed eliminando τ_1:

$$\frac{1}{\varrho} + \frac{qk}{ph}\frac{1}{\tau} \pm \frac{p+q}{ph} = 0,$$

ciò che mostra che γ è una curva di Bertrand.

6. Per avere lo spigolo di regresso della rigata (5) bisogna determinare u in funzione di s_1 in modo che $\frac{dQ}{ds_1}$ sia parallelo a $P_2 - P_1$. Ora poichè

$$\frac{dQ}{ds_1} = \left\{1 + u\left(\frac{k}{\tau_1} - 1\right)\right\} t_1 + \frac{du}{ds}(P_2 - P_1),$$

ne risulta:

$$u = \frac{\tau_1}{\tau_1 - k}$$

e lo spigolo di regresso è descritto dal punto:

$$Q = P_1 + \frac{\tau_1}{\tau_1 - k}(P_2 - P_1).$$