

ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA NAZIONALE
DEI LINCEI

ANNO CCCXIX.

1922

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXXI.

1° SEMESTRE.



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI
PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1922

5. Identici risultati si hanno per il calcolo approssimato della soluzione del problema di Dirichlet per l'equazione $\Delta_2 u = 0$, in tre variabili.

È per me motivo di compiacimento l'essermi incontrato, nel proporre questi nuovi metodi di calcolo per la soluzione del problema di Dirichlet, con l'eminente fisico Marcel Brillouin del Collegio di Francia. Devo alla cortesia di Henri Villat — il nuovo direttore del *Journal de Mathématiques* — la conoscenza, a ricerca compiuta, della memoria del Brillouin: *La méthode des moindres carrés et les équations aux dérivées partielles de la Physique mathématique*, pubblicata, durante la guerra, nel fascicolo settembre-ottobre 1916 degli *Annales de Physique* (tome VI, pp. 137-223). In questa memoria, per taluni casi particolari, supponendo sempre di rotazione il dominio per il quale si vuol risolvere il problema di Dirichlet, il Brillouin propone e raccomanda metodi di calcolo d'approssimazione per la soluzione del problema indicato, che rientrano appunto nei miei. Il Brillouin non dimostra però la convergenza dei proposti metodi d'approssimazione, anzi conclude testualmente così:

« Les séries ainsi construites ne sont pas sans défaut. D'abord, il faudrait « savoir quelles sont les conditions de convergence certaine dans l'espace « compris entre les frontières. J'espère que quelques mathématiciens attaqueroient cette question délicate. »

« Bien que ce travail soit uniquement théorique, l'absence (que je regrette) de démonstrations de convergence ne permet guère de le classer « sous la rubrique « Physique mathématique ». Ce n'est qu'une méthode « universelle d'organisation des calculs numériques relatifs aux équations aux « dérivées partielles linéaires ».

Astronomia. — *Sugli indici di colore e sugli spettri delle stelle doppie*. Nota di GIORGIO ABETTI, presentata dal Socio A. DI LEGGE.

I principali osservatori di stelle doppie, come W. Struve e Dembowski, oltre alla stima delle grandezze delle componenti, danno il loro colore espresso in vari gradi di una scala cromatica dal violetto al rosso. Benchè su questa scala possono avere influenza fenomeni fisiologici ⁽¹⁾, la grandezza e gli errori dei mezzi ottici adoperati tuttavia, come è stato più volte discusso da vari autori, tali stime di colore concordano in massima fra di loro e con le determinazioni posteriori dei tipi spettrali almeno per le stelle più lucenti.

(1) L. Bell, *Star colors*. *Astrophys. Journ.*, 31, p. 234. 1910.

Struve notava che la differenza di colore assoluta fra le componenti di una stella doppia cresce con la loro differenza di grandezza e recentemente ciò veniva confermato da Wirtz prendendo in esame le stime di colore da lui eseguite e quelle di Dembowski ⁽¹⁾.

Un altro fatto notevole fu recentemente scoperto da Lau ⁽²⁾ il quale separando i sistemi giganti dai sistemi nani per mezzo dei loro moti propri trova, in base alle stime di colore di Wirtz, che per i tipi spettrali *K* ed *M* vi è una dipendenza fra i moti propri ridotti all'unità di distanza e le differenze di colore delle componenti (A e B) nel senso che per le coppie con piccolo moto proprio la differenza è negativa, cioè la componente minore è più rossa della principale, mentre il contrario accade per le coppie con notevole moto proprio. La differenza fra le luminosità assolute dei sistemi giganti e nani considerati da Lau è di sei classi di grandezza.

Wirtz riprendendo in esame l'argomento col discutere dettagliatamente le stime di Dembowski giunge ad un risultato analogo a quello di Lau ⁽³⁾, però egli osserva come una considerazione statistica, che dipende dal modo come sono ordinati i colori delle componenti A rispetto alle componenti B, basti a spiegare l'andamento notato da Lau. A prova di questo Wirtz, dopo aver preso in considerazione le doppie fisiche tratta anche quelle ottiche e giunge appunto allo stesso risultato provando che questo è una conseguenza necessaria della distribuzione accidentale dei tipi spettrali nelle coppie fisiche ed ottiche. Ma una maggiore conoscenza delle caratteristiche fisiche dei sistemi giganti e nani permette ora una migliore indagine sul fatto avvertito da Lau e di separarlo dalla considerazione statistica che tende a mascherarlo.

Fino a questo momento sono relativamente pochi i sistemi di cui si conoscono gli spettri per ambedue le componenti, la parallasse e quindi la grandezza assoluta; tuttavia nel catalogo di parallassi spettroscopiche di Monte Wilson ⁽⁴⁾ e nel Catalogo Henry Draper di Harvard si trova un certo numero di sistemi fisici per i quali sono dati gli spettri di ambedue le componenti. Quelli determinati a Monte Wilson col riflettore di 60 pollici ed uno spettrografo a fenditura con disposizione Cassegrain, e quindi notevole distanza focale, sono generalmente separati l'uno dall'altro, quelli di Harvard determinati con un prisma obiettivo e distanza focale relativamente breve, sono distinti soltanto per coppie che hanno notevole separazione angolare mentre in parecchi casi si ha uno spettro composto. La stima dei colori delle due componenti data da Struve o da Dembowski serve in questo secondo caso a decidere a quale delle componenti spetti l'uno o l'altro spettro. Nel ca-

⁽¹⁾ Astr. Nachr., 5084-35. 1920.

⁽²⁾ Astr. Nachr., 4898 e 4980. 1917-18.

⁽³⁾ Loc. cit., pag. 309.

⁽⁴⁾ *Contributions Mt. Wilson*. Nr. 199. 1921.

talogo di Monte Wilson è data anche la grandezza assoluta dedotta dalla parallasse spettroscopica e per le coppie che si trovano nel catalogo di Draper una conoscenza approssimata della grandezza assoluta si può avere calcolando, con la formula di Kapteyn e van Rhijn :

$$\log p_m, \mu = -0.690 - 0.0713 m + 0.645 \log \mu,$$

la parallasse p in funzione della grandezza visuale apparente m , e del moto proprio del sistema μ il quale, per un numero sufficiente di sistemi, è bene determinato. Per un primo esame del problema e per indicare quale via si debba seguire in seguito per una ricerca più esauriente, questi primi dati possono intanto bastare.

Nel catalogo di Monte Wilson si trovano 47 sistemi in maggioranza nani, in quello di Draper, dalle ore 0 alle 14 di ascensione retta finora pubblicate, si trovano 28 sistemi in maggioranza giganti. Separando questi dai nani ed ordinandoli nei due rami dell'evoluzione stellare secondo la classe spettrale a cui appartiene la componente A, ciò che equivale ad ordinarli secondo la loro grandezza assoluta crescente (1), si ha la tabella :

Sistemi	Spettro Comp. A	Spettro Comp. B	Gr. ass. Comp. A	$i_A - i_B$	Gr. vis. B-A	Massa ☉ = 1	Densità ☉ = 1	Nr. sistemi
Giganti . . .	K 2	F 0	-0.5	$+0.80 \pm 0.10$	$+2.2 \pm 0.2$	15	< 0.1	9
	G 3	F 7	-0.1	$+0.22 \pm 0.13$	$+1.7 \pm 0.4$	14	< 0.1	7
Intermedi . .	A 2	A 4	$+0.9$	-0.06 ± 0.04	$+0.8 \pm 0.2$	9	0.2	14
	F 3	F 8	$+2.5$	-0.14 ± 0.07	$+1.1 \pm 0.4$	4.4	0.3	10
	F 7	G 4	$+3.9$	-0.24 ± 0.09	$+1.3 \pm 0.4$	2.2	0.4	12
Nani	G 3	G 5	$+4.8$	-0.07 ± 0.04	$+0.4 \pm 0.2$	1.5	0.5	7
	G 7	K 1	$+5.5$	-0.18 ± 0.05	$+1.0 \pm 0.3$	1.2	0.6	7
	K 4	K 6	$+7.7$	-0.06 ± 0.03	$+0.8 \pm 0.3$	1.1	0.8	9

In base alla relazione che passa fra la classe spettrale e l'indice di colore (grandezza fotografica — grandezza visuale), come è data nel Catalogo Draper (2), si deducono le differenze fra gli indici di colore ($i_A - i_B$) delle due componenti paragonabili alle differenze fra i colori visuali calcolate da Lau e da Wirtz sulle scale cromatiche di Dembowski e di Wirtz stesso. Si vede subito dalla tabella che il fatto notato da Lau, in linea generale, veramente esiste e dipende dalle condizioni fisiche dei sistemi considerati.

(1) Pubbl. del R. Osservatorio di Arcetri, fasc. 89, pag. 31. 1922.

(2) Harvard Annals, vol. 91, pag. 13. 1918.

In quelli giganti la componente principale di classe K è preceduta di due classi dal compagno secondario quando si consideri l'evoluzione stellare nell'ipotesi di Russell. Avanzando la stella principale nel suo stadio di sviluppo, la differenza fra essa ed il compagno tende a diminuire e si annulla per le classi A ed F nelle quali, come è noto, non vi è distinzione fra sistemi giganti e nani. Procedendo ancora, nella categoria dei sistemi nani la differenza di classe spettrale fra le due componenti sembra divenire costante e tale, che la componente minore precede di circa una mezza classe quella principale. Come caso estremo, che conferma questi risultati, può essere citato quello di α Scorpii, che con una grandezza assoluta di -2.7 e lo spettro di classe *Ma* ha un compagno di grandezza assoluta $+3.2$ e di classe *B3* ⁽¹⁾ e quindi una differenza fra gli indici di colore delle due stelle di $+1.52$ grandezze.

La differenza di grandezza delle componenti è data nella sesta colonna della tabella e non appare che abbia una relazione definita con la differenza di classe spettrale o dell'indice di colore, per quanto vi sia un accenno di una maggior differenza di grandezza per i sistemi giganti al confronto di quelli nani. Si deve però notare che per i sistemi considerati la differenza di grandezza delle componenti non supera in generale due classi di grandezza, e ciò per la difficoltà di ottenere lo spettro delle componenti deboli in vicinanza a quello del compagno più luminoso; si può quindi dire che manchi ancora ogni notizia sui sistemi le cui componenti differiscono notevolmente in splendore.

È noto che i sistemi giganti hanno una massa totale considerevolmente maggiore di quella del sole e piccola densità. La massa diminuisce al progredire della classe spettrale ed all'aumentare della grandezza assoluta, fino a ridursi circa uguale a quella del sole per i sistemi nani, mentre la densità aumenta. Nella tabella sono date le masse e le densità che spettano, in base alla loro grandezza assoluta, ai tipi medi dei sistemi considerati per ciascuna riga orizzontale secondo i risultati recentemente ottenuti da Seares ⁽²⁾ e da me ⁽³⁾.

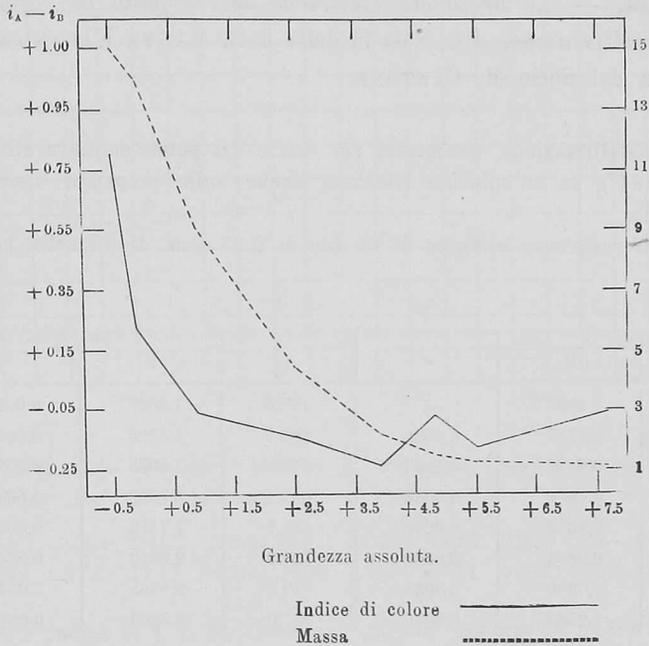
Se si traccia l'andamento della differenza di indice di colore ($i_A - i_B$) delle due componenti e delle masse dei sistemi stessi in funzione della grandezza assoluta si vede nel grafico, che alla diminuzione della luminosità del sistema corrisponde diminuzione di massa ed una analoga diminuzione nella differenza di indice di colore. Si dovrebbe quindi ammettere che tale differenza, o l'equivalente differenza di classe spettrale delle componenti, dipendano dallo stato di evoluzione del sistema forse in relazione alla sua

⁽¹⁾ Publ. Astr. Soc. Pacific., vol. 33, pag. 206, 1921.

⁽²⁾ Annual Report Mount Wilson for 1921, p. 277. Carnegie Institution of Washington.

⁽³⁾ Pubbl. Arcetri, fasc. 39, pag. 31, 1922.

origine, che secondo le teorie più rispondenti ai fatti osservati, sembra si debba ascrivere, o alla scissione, o a nuclei adiacenti e indipendenti di una nebulosa, i quali sono rimasti in permanenza nel loro reciproco campo di gravitazione.



Appunto per giungere ad una più completa conoscenza degli indici di colore delle stelle doppie, estendendola a quelle con componenti di splendore molto diverso, si presenta ovvio il procedimento della determinazione delle grandezze fotografiche e fotovisuali con strumenti di distanza focale sufficientemente grande per poter separare le componenti. Una tale ricerca ho iniziato con l'equatoriale di Amici, il quale, come ho recentemente sperimentato, dà buone immagini sia fotografiche che fotovisuali.