ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI

ANNO CCCXIX.

1922

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXXI.

1° SEMESTRE.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1922

nel qual caso, come si vide al n. 11, i quattro piani sono equianarmonici dovunque sia y su Q).

Per il complesso Ω i quattro piani non sono distinti soltanto se y si sceglie su una delle dodici rette $a_i\, a'_i\, a''_i$ (n. 2): in tal caso gli stessi piani coincidono a due a due con quelli che da y proiettano le rette della coppia coordinata $d_i\, d'_i$.

Se poi, ancora per Ω, il punto y si prende sopra una delle $d_i\, d'_i$, i quattro piani proiettano da y le quattro rette costituenti il gruppo armonico dell'involuzione J *coordinato alla coppia fissata $d_i\, d'_i$* [1].

NOTE PRESENTATE DA SOCI

Meccanica celeste. — *Sui satelliti retrogradi.* Nota II di P. Burgatti, presentata dal Corrisp. G. Armellini.

Per la determinazione delle orbite circolari, basta esprimere che v'ha equilibrio fra le tre forze agenti su T in tale moto: la forza attrattiva di P, la forza centrifuga e la forza di Coriolis considerata nella Nota precedente; la quale, si tenga presente, è diretta verso P nel moto retrogrado, in senso opposto nel moto diretto. Per conseguenza, posto $8\,k\,m\,\omega = v_0^3$, si ha: pel moto retrogrado

$$(1)\qquad 2\omega v\varrho^2 - v^2\varrho + km = 0\,,\quad \text{da cui}\quad \varrho = \frac{v^2 \pm \sqrt{v(v^3 - v_0^3)}}{4\omega v}\,,$$

pel moto diretto

$$(2)\qquad 2\omega v\varrho^2 + v^2\varrho - km = 0\,,\quad \text{da cui}\quad \varrho = \frac{-v^2 + \sqrt{v(v^3 + v_0^3)}}{4\omega v}\,.$$

Le orbite retrograde esistono solo per $v > v_0$, ed in corrispondenza ad una data velocità $v > v_0$ se ne hanno due: una interna alla circonferenza di raggio $\varrho_0 = v_0 : 4\omega$, l'altra esterna. Questa circonferenza, corrispondente al minimo valore $v = v_0$ della velocità, sarà chiamata *l'orbita singolare*, o indicata semplicemente con (Σ).

Le orbite dirette, invece, possono essere percorse con qualunque velocità, e ad ogni velocità ne corrisponde una sola.

Quelle corrispondenti a $v > v_0$ stanno nell'interno della circonferenza di raggio $\varrho' = 0{,}42 \cdot v : 4\pi$; le altre, percorse, con velocità minore di v_0, al

[1] Quest'ultima proprietà può anche dedursi trasformando per dualità quella con cui si chiude il n. 12.

di fuori. Indicheremo con (D) cotesta circonferenza. Manifestamente non esiste un'orbita che possa essere percorsa con la stessa velocità nei due sensi.

Esaminando le cose più da vicino si vede che a parità di orbita il moto retrogrado è più veloce del moto diretto, ed anzi all'esterno di (Σ) è molto più veloce. Tutto questo intanto dà ragione subito d'un risultato del Moulton, il quale dimostrò, con lunghi calcoli, ispirati al metodo di Darwin, che l'orbita del IX satellite di Giove non potrebbe essere percorsa in senso diretto, per mancanza di stabilità.

Se poi si calcola la costante h dell'energia (che qui sarebbe l'energia rispetto al pianeta) si trova, tenendo conto delle (1) e (2), che *è positiva per le orbite retrograde esterne all'orbita singolare*; mentre è negativa per le orbite retrograde interne e per tutte le orbite dirette. Questo è un carattere differenziale, molto notevole, che distingue le orbite retrograde esterne a (Σ) da tutte le altre. In un certo senso esse hanno, rispetto al pianeta, un comportamento che si potrebbe dire *iperbolico*. Da ciò si è condotti a fare questa riflessione: o in natura non possono esistere satelliti retrogradi (per un dato pianeta) esterni a (Σ); o, se esistono, essi hanno effettivamente un carattere che si potrebbe attribuire ad una loro origine extra-planetaria. Per decidere intorno a questo punto occorre calcolare, nei casi reali, l'orbita singolare. Considereremo i quattro pianeti maggiori e più lontani dal Sole. Conviene anzitutto calcolare il raggio ϱ_t dell'orbita (Σ) per la Terra, benchè questa non sia presa qui in considerazione. Prendendo i valori di ϱ_0 e v_0 dati nella Nota precedente, si trova subito

$$2\varrho_t = \sqrt[3]{\frac{km_t}{\omega_t^2}}\ ;$$

dove l'indice t sta a indicare che si tratta della Terra; come in seguito gli indici g, s, u, n si riferiranno a Giove, Saturno, Urano e Nettuno. Nelle unità, massa solare, orbita terrestre (raggio medio) giorno solare medio, si ha

$$k = 0{,}0002958 \quad , \quad m_t = 1 : 354710 \quad , \quad \omega = 2\pi : 365\ .$$

Fatto il calcolo e ridotto il risultato a chilometri, si trova

$$\varrho_t = 1.052.000 \text{ km.}$$

Dopo ciò, per un altro pianeta essendo

$$2\varrho_p = \sqrt[3]{\frac{km_p}{\omega_p^2}}\ ,$$

si deduce

$$\frac{\varrho_p}{\varrho_t} = \sqrt[3]{\varepsilon_p}\ \sqrt[3]{\frac{T_p^2}{T_t^2}} = \sqrt[3]{2_p}\ \frac{a_p}{a_t}\ , \quad (\varepsilon_p = m_p : m_t)\ ,$$

ove T_p e T_t sono i periodi e a_p e a_t i raggi medi delle orbite. Ora, pei pianeti in esame vale la seguente tabella:

$$\sqrt[3]{\varepsilon_g} = 6,8 \qquad \sqrt[3]{\varepsilon_s} = 4,55 \qquad \sqrt[3]{\varepsilon_u} = 2,43 \qquad \sqrt{\varepsilon_n} = 2,57$$

$$a_g : a_t = 5,2 \qquad a_s : a_t = 9,54 \qquad a_u : a_t = 19,19 \qquad a_n : a_t = 30.07$$

In base a ciò si ottengono i risultati qui appresso indicati:

raggio di (Σ) in km.	raggio di (D) in km.
$\varrho_g = 37.872.000$	$\varrho'_g = 16.284.960$
$\varrho_s = 44.605.000$	$\varrho'_s = 19.180.150$
$\varrho_u = 49.023.200$	$\varrho'_u = 21.079.900$
$\varrho_n = 81.109.200$	$\varrho'_n = 34.864\,350$

Confrontiamoli con quest'altro specchietto:

Distanza dei primi 7 satelliti di Giove	$<$	11.900.000
" dell'VIII (retrogrado) . . .	$=$	27.475.000
" del IX (retrogrado)	$=$	29.715.000
" dei primi 8 satelliti di Saturno	$<$	3.600.000
" del IX (Febo) (retrogrado) .	$=$	12.886.600.

Vediamo che *questi satelliti retrogradi sono interni a* (Σ); i diret tutti interni a (D). I due di Giove sono anzi compresi fra (Σ) e (D) [1]. Dunque, *non si conoscono satelliti esterni a* (Σ); ma potrebbero esistere?

L'astronomo See, nella sua opera *Researches on the evolution of the stellar systems*, ha calcolato in base alle formule di Darwin il raggio R della sfera d'azione dei pianeti, e ha trovato:

per Giove $\quad R = 51.940.700$

per Saturno $\quad R = 69.210.990$.

I valori di ϱ_g e ϱ_s non sono molto lontati da questi; onde resterebbe una zona relativamente piccola per satelliti retrogradi esterni a (Σ); *il che rende la loro esistenza poco probabile.* Comunque, delle cose dette si è indotti a pensare che quella possa essere la vera zona dei corpi catturati che si presentano a pianeta con velocità paraboliche o iperboliche.

Resterebbero altre questioni da indagare. Ma credo che quel poco che ho esposto possa già interessare gli studiosi dei fenomeni celesti e gettare qualche luce sull'importante problema.

[1] Anche quelli di Urano e Nettuno sono interni a (Σ); ma data la loro grande inclinazione non rientrano effettivamente nel caso qui contemplato.