ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI

ANNO CCCXIX.

1922

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXXI.

2° SEMESTRE.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1922

il cui integral generale supporremo, come sopra, espresso da $F(x)$. Basterà allora sostituirlo nella [5], in cui, ben s'intende, l'operazione $D^{N-\frac{1}{2}}u$ va esplicitata a norma delle [1] per ottenere la cercata risoluzione della [3].

4. Terzo tipo.

$$D^m y + k D^{m_1} y = \varphi(x) \tag{6}$$

dove m, m_1 sono qualunque. Anche questo tipo è facilmente integrabile per mezzo di una preliminare trasformazione qualora si verifichi la condizione

$$m - m_1 = N - \frac{1}{2}.$$

Infatti, con questo mezzo, la [6] viene a ridursi senz'altro al tipo [3].

Meccanica. — *Sopra un erroneo calcolo numerico relativo alle figure ellissoidali d'equilibrio di masse fluide rotanti.* Nota di Tommaso Boggio, presentata dal Socio T. Levi-Civita [1].

È ben noto dalla Meccanica razionale che, in un sistema materiale isolato, il momento della quantità di moto, rispetto al baricentro del sistema, è un vettore costante [2]. Orbene, considerando il moto di rotazione d'insieme di una massa fluida, avente già una figura permanente, come l'ultimo stadio di una serie precedente di moti non rigidi della massa gassosa primitiva e supponendo trascurabile l'effetto degli attriti interni, nonchè quello delle azioni esterne, si può applicare la citata proprietà, e ritenere quindi costante, durante il moto della massa, il momento della quantità di moto di essa rispetto al suo baricentro.

Perciò tale quantità di moto si può riguardare, osserva Liouville [3], come il vero dato fisico del problema, a preferenza della velocità angolare di rotazione.

Supponendo data questa quantità di moto (invece della velocità angolare) e cercando quali sono le possibili forme di superficie d'equilibrio ellissoidali per la massa rotante, si trova, com'è ben noto, che esiste sempre uno ed un solo ellissoide di rotazione, mentre se l'ellissoide è a tre assi diseguali $2a$, $2b$, $2c$, bisogna che sia soddisfatta una certa condizione.

(1) Presentata nella seduta del 18 giugno 1922.

(2) Cfr. ad es. C. Burali-Forti e T. Boggio, *Meccanica razionale*, pag. 303 (Collezione Lattes, Torino, a. 1921).

(3) Liouville, *Sur les figures ellipsoïdales à trois axes inégaux, etc.* (Journal de Mathématiques, t. XVI, a. 1851).

Precisamente, se si pone:

$$s = c^2/a^2 \quad , \quad t = c^2/b^2 ,$$

si trova che una certa funzione $F(s, t)$ delle variabili s, t ha un minimo corrispondente al caso di $s = t$, e questo valore minimo sarebbe, secondo il Tisserand [1] eguale a 0,3643, in guisa dunque che si dovrebbe avere $F(s, t) \geq 0{,}3643$.

Ora, *questo valore è errato*, perchè, come ora mostrerò, il vero valore di tale minimo è invece 1,5374.

È però strano che tale svista sia passata finora inosservata, giacchè l'erroneo risultato del Tisserand è pure riprodotto in un noto trattato del Pizzetti [2], nonchè in un recentissimo libro di Appell [3].

*
* *

Il valor minimo di $F(s, t)$ è espresso, colle notazioni del Tisserand, da

$$V_1 = 4\tau^{-2/3}\, U_1 , \tag{1}$$

ove:

$$\tau = 0{,}3396 \quad , \quad U_1 = 0{,}18709 ;$$

ora, un esame superficiale della (1) mostra senz'altro che, essendo $\tau^{-2/3} > 1$, si ha necessariamente $V_1 > 4 \times 0{,}18709 = 0{,}74836$, il che prova già l'inattendibilità del risultato del Tisserand.

Calcolando coi logaritmi si ha poi:

$$\log V_1 = \log (4\, U_1) - \frac{2}{3} \log \tau ,$$

$$\log V_1 = \bar{1}{,}8741106 - \bar{1}{,}6873118 = 0{,}1867988 , \tag{2}$$

da cui:

$$V_1 = 1{,}5374 ,$$

che è il valore cercato.

Perciò si ha $F(s, t) \geq 1{,}5374$.

Osservazione. Se, nella (2), invece di fare la differenza dei due logaritmi, se ne fa la somma, si ha

$$\log V_1' = \bar{1}{,}5614224 , \qquad \text{onde} \qquad V_1' = 0{,}36427 ,$$

che è il risultato dato dal Tisserand. Ciò mostra che la svista del Tisserand consiste nell'aver fatto la somma, invece che la differenza, dei logaritmi che figurano nella (2).

[1] Tisserand, *Traité de mécanique céleste*, t. II, pag. 107 (Gauthier-Villars; Paris, anno 1891).

[2] Pizzetti, *Principii della teoria meccanica della figura dei pianeti*, pag. 154 (Spoerri, Pisa, a. 1913).

[3] Appell, *Traité de mécanique rationnelle*, t. IV, pag. 75 (Gauthier-Villars, Paris, anno 1921).