ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI

ANNO CCCXIX.

1922

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXXI.

2° SEMESTRE.

ROMA
TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI
PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1922

Matematica. — *Sul numero dei numeri primi inferiori ad un limite assegnato.* Nota del dott. Francesco Sbrana, presentata dal Socio T. Levi-Civita.

1. Del numero dei numeri primi inferiori ad un limite assegnato si conoscono diverse espressioni, che furono ottenute ricorrendo alla teoria delle funzioni di variabile complessa [1], o anche a procedimenti algebrici [2]. Ci proponiamo di stabilire, coll' impiego delle funzioni circolari, un'altra espressione di quel numero, la quale offre il vantaggio di presentarsi in una forma notevolmente semplice.

2. Anzitutto, fissati due numeri interi e positivi n e k, e supposto $n \leq k$, osserviamo che la somma

$$\sum_1^n {}_h \cos \frac{2hk\pi}{n} \tag{1}$$

vale n, se n è un divisore di k; in caso contrario, dalla nota identità

$$\sum_1^n {}_h \cos 2hx = \frac{\cos (n+1)\, x \operatorname{sen} nx}{\operatorname{sen} x},$$

segue, per $x = \frac{k\pi}{n}$, che la somma (1) vale zero.

Di qui deduciamo, indicando con θ_k il numero dei divisori di k,

$$\theta_k = \sum_1^k {}_n \frac{1}{n} \sum_1^n {}_h \cos \frac{2hk\pi}{n}. \tag{2}$$

(1) La prima delle formule di questo tipo è dovuta al prof. Levi-Civita; ved. Rend. Lincei, 1895, 1° sem., pag. 303.

(2) Ved. Von Koch, Comptes rendus de l'Académie des Sciences, 1894, 1° semestre, pag. 850.

Per un'estesa esposizione delle ricerche fondate sullo studio della funzione ζ di Riemann, e per la letteratura sull'argomento, cfr. Landau, *Handbuch der Lehre der Verteilung der Primzahlen.*

Per mezzo della (2), e seguendo un procedimento noto [1], si può ottenere l'espressione del numero P_N dei primi inferiori ad un intero assegnato N. Posto, infatti,

$$\theta_k(x) = \sum_1^k {}_n \frac{1}{n} \sum_1^n {}_h \cos \frac{2hkx}{n},$$

il limite

$$\lim_{x=\pi} \frac{\operatorname{sen} \pi [\theta_k(x) - 2]}{\pi [\theta_k(x) - 2]},$$

per $k > 1$, vale 1, o zero, secondochè k è, o non è primo. Abbiamo dunque

$$P_N = 1 + \lim_{x=\pi} \sum_2^N {}_k \frac{\operatorname{sen} \pi [\theta_k(x) - 2]}{\pi [\theta_k(x) - 2]}.$$

Fisica matematica. — *Sulla deformazione piana di un cilindro elastico isotropo.* Nota del dott. NICOLAS MOUSKHELICHVILI. Estratto da una lettera dell'Autore al Presidente V. VOLTERRA.

Je considère le cas de déformation plane d'un cylindre élastique isotrope, cas important qui est connu dans la littérature allemande sous le nom « das ebene Problem » [2].

Je suppose que le corps n'est sollicité par aucune force extérieure, sauf les tensions, appliquées aux bases qui ont pour but de maintenir la déformation plane. De plus, je suppose que le corps est échauffé par un flux permanent de chaleur, la température T aussi dépendant de deux variables x et y seulement.

Alors, en adoptant la loi de Duhamel et de Neumann (cfr. Love, l. c., § 74, p. 128), le problème de l'équilibre revient à intégrer les équations à dérivées partielles

$$(1) \qquad \frac{\partial X_x}{\partial x} + \frac{\partial X_y}{\partial y} = 0 \;, \quad \frac{\partial X_y}{\partial x} + \frac{\partial Y_y}{\partial y} = 0 \;,$$

[1] Cfr. Von Koch, Nota citata, pag. 852.

[2] Cfr. *Encykl. d. Math. Wiss.*, Bd. IV, 25, Nr. 11; A. E. H. Love, *Lehrbuch der Elastizität*, Kap. IX (Lpz. 1907).