ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI

ANNO CCCXX

1923

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXXII.

1° Semestre.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1923

L'esame microscopico conferma pertanto quanto si era già dedotto dalle determinazioni di densità, e cioè che fra gli ossidi esaminati, nelle condizioni sperimentali in cui si è operato — e fra esse ci sembra particolarmente interessante l'assenza di alcali — l'anidride borica si distingue per possedere un'azione acceleratrice notevolissima sulle trasformazioni del quarzo, anche se è presente solo nella debole proporzione del 0,5 %. La sua attività catalizzatrice è tanto energica che in pratica essa deve essere opportunamente attenuata per servirsene con vantaggio.

Anche l'ossido ferrico possiede una notevole azione catalizzatrice, forse per la formazione di silico-ferriti che, assieme coi silico-alluminati che si originano per l'allumina sempre presente, dànno miscele fusibili a temperature non troppo elevate. In questo caso però la densità non mette bene in evidenza il fenomeno, come invece fa l'osservazione microscopica.

NOTE PRESENTATE DA SOCI

Matematica. — *Sopra una notevole espressione assoluta del fenomeno dell'aberrazione totale.* Nota di VITTORIO NOBILE, presentata dal Socio R. MARCOLONGO [1].

È facile ottenere per l'altro tipo di aberrazione una espressione perfettamente analoga a quella già trovata in una Nota precedente [2].

ABERRAZIONE DI POSIZIONE. — All'osservatore che occupa la posizione O al tempo t giunge in questo istante la perturbazione luminosa prodottasi in un tempo anteriore, quando la stella occupava la posizione S: al tempo t della osservazione la stella trovasi in un'altra posizione S_1 e il vettore che deve sommarsi a quello unitario diretto secondo OS per ottenere quello unitario secondo OS_1, rappresenta la correzione corrispondente a questo secondo tipo di aberrazione. L'espressione analitica di tale correzione si trova in modo analogo a quello relativo al caso precedente.

Detti ϱ e ϱ_1 i moduli dei vettori $S-O$ e S_1-O, $\mathbf{s}$ ed $\mathbf{u}$ due vettori unitarî paralleli ai precedenti e $\mathbf{v}_i$ il vettore della velocità di S rispetto all'etere fisso, avremo

$$S-O=\rho\mathbf{s}\ ,\ S_1-O=\rho_1\mathbf{u}\ ,\ S_1-S=\mathbf{v}_i\Delta t=\rho\frac{\mathbf{v}_i}{(V)}\ ,$$

[1] Pervenuta all'Accademia il 26 settembre 1922.

[2] Questi Rendiconti, vol. XXXI, 2° sem., 1922, pag. 543.

quando si indichi con Δt il tempo impiegato dalla luce per percorrere la distanza ρ (tempo di aberrazione). Dalla identità

(9) $$S_1 - O = (S - O) + (S_1 - S)$$

segue allora

(10) $$\rho_1 \mathbf{u} = \rho \left\{ \mathbf{s} + \frac{\mathbf{v}_i}{(V)} \right\}$$

e quindi, con un ordine di approssimazione identico a quello del caso precedente,

$$\rho_1^2 = \rho^2 \left\{ 1 + 2\mathbf{s} \times \frac{\mathbf{v}_i}{(V)} \right\},$$

$$\rho : \rho_1 = \left\{ 1 + 2\mathbf{s} \times \frac{\mathbf{v}_i}{(V)} \right\}^{-\frac{1}{2}} = 1 - \mathbf{s} \times \frac{\mathbf{v}_i}{(V)}.$$

La (10) ci porge quindi

$$\mathbf{u} = \left\{ 1 - \mathbf{s} \times \frac{\mathbf{v}_i}{(V)} \right\} \cdot \left\{ \mathbf{s} + \frac{\mathbf{v}_i}{(V)} \right\}.$$

ovvero, con approssimazione sufficiente,

$$\mathbf{u} - \mathbf{s} = \frac{\mathbf{v}_i}{(V)} - \mathbf{s} \times \frac{\mathbf{v}_i}{(V)} \cdot \mathbf{s}$$

e poichè nel secondo membro possiamo sostituire senza sensibile errore, in virtù delle ipotesi ammesse, $\mathbf{s}$ con σ, troviamo infine

(11) $$(V)(\mathbf{u} - \mathbf{s}) = - \sigma \times \mathbf{v}_i \cdot \sigma + \mathbf{v}_i :$$

perfettamente analoga alla (7). Sommandola con quella otteniamo

$$(V)(\mathbf{u} - \sigma) = - \sigma \times (\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_0) \cdot \sigma + (\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_0)$$

oppure

$$(V)(\mathbf{u} - \sigma) = [\sigma \wedge (\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_0)] \wedge \sigma$$

o ancora

(12) $$(V)(\mathbf{u} - \sigma) = \{ 1 - H(\sigma, \sigma) \} (\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_0).$$

Queste formole mettono in evidenza quanto abbiamo innanzi affermato: nei limiti di validità dei nostri presupposti teorici sull'ordine di grandezza di $(\mathbf{v}_0):(V)$ e $(\mathbf{v}_i):(V)$ *resta stabilita la dipendenza dell'aberrazione totale dal solo vettore* $\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_0$. La determinazione di questo vettore dipende, come abbiamo già detto e come mostra la (1), da quella della rotazione assoluta Ω del triedro intermediario T cui si intendono riferite le posizioni delle stelle prima che sia definito un triedro inerziale. Del problema relativo ad Ω ci siamo occupati in altro lavoro di prossima pubblicazione nel quale mostreremo la relazione strettissima fra il problema dinamico e quello geometrico-fisico esaminato nella presente Nota [1]: qui ci basta di aver posto in luce le ragioni per le quali l'espressione trovata per l'aberrazione presenta, a nostro avviso, un singolare interesse [2].

[1] Siamo, evidentemente, con tali considerazioni, alla frontiera del moderno dominio relativistico, frontiera che non intendiamo qui varcare perchè considerazioni di carattere teorico e pratico ci portano a ritenere prematuro un tal passo nel campo *generale* dell'astronomia stellare. Teoricamente urge anzitutto la necessità di affrancarsi dall'empirismo che ora domina in quel campo e guardare la questione dei sistemi di riferimento da un punto di vista quanto più è possibile razionale, ciò che non sembra potersi sperare se non si semplifichino al massimo grado — almeno in un primo tempo — i termini del problema. Dal lato pratico il grado di precisione attualmente raggiungibile colle misure risulterebbe, presumibilmente, ancora inadeguato al còmpito del controllo che una nuova teoria richiederebbe.

Ci piace peraltro rilevare come, nei limiti di approssimazione qui considerati (termini di 1° ordine dell'aberrazione) e subordinatamente alla possibilità di determinare la rotazione di T e le distanze stellari, la indipendenza della correzione complessiva di aberrazione dal moto dell'osservatore e della sorgente rispetto all'etere possa spiegarsi *anche rimanendo nell'àmbito della relatività newtoniana.*

[2] Non parrà forse priva di interesse la deduzione, dalla (7) della Nota precedente, della espressione ordinaria della aberrazione annua in longitudine e latitudine.

Nel sistema (destrorso) di coordinate eclittiche geocentriche, detta T l'origine degli assi, S il centro del Sole, $\mathbf{l}$ un vettore unitario parallelo a $S - T$ e r il modulo di quest'ultimo vettore, sarà

$$S - T = r\mathbf{l}\ ,\quad r = \frac{p}{1 + e\cos(\Theta - \omega)},$$

denotando con p ed e rispettivamente il parametro e l'eccentricità dell'eclittica, con Θ la longitudine del Sole e con ω quella del perielio. Di qui, derivando rispetto a t e notando che la velocità $\mathbf{v}_0$ della Terra nel suo moto orbitale è eguale ed opposta a quella S' del Sole nel moto relativo geocentrico, si ha facilmente, tenendo presente l'equazione dell'orbita e chiamando μ la costante delle aree,

$$\mathbf{v}_0 = -S' = -r\frac{d\mathbf{l}}{dt} - \frac{\mu e}{p}\operatorname{sen}(\Theta - \omega)\cdot\mathbf{l}\,,$$

ovvero, indicando con $\mathbf{n}$ il vettore unitario ottenuto coll'applicare ad $\mathbf{l}$ l'operatore i (rotazione di 90° nel senso diretto) e notando che $d\mathbf{l}/d\Theta = \mathbf{n}$ (cfr. p. es. R. Marcolongo, *Meccanica razionale*, ed. Hoepli, 2ª ed., vol. I, § 4) e quindi

$$\frac{d\mathbf{l}}{dt} = \mathbf{n}\frac{d\Theta}{dt} = \frac{\mu}{r^2}\cdot\mathbf{n}\,,$$

$$\mathbf{v}_0 = -\mu\left[\frac{e}{p}\operatorname{sen}(\Theta - \omega)\cdot\mathbf{l} + \frac{\mathbf{n}}{r}\right].$$

D'altra parte, dette λ e β le coordinate eclittiche (apparenti) di una stella S, σ il vettore unitario parallelo a $S - T$, e $\mathbf{q}$ un vettore unitario perpendicolare ad $\mathbf{l}$ e $\mathbf{n}$ e diretto verso il polo boreale dell'eclittica, sarà, evidentemente,

$$\sigma = \cos\beta\cos(\lambda - \Theta)\cdot\mathbf{l} + \cos\beta\operatorname{sen}(\lambda - \Theta)\cdot\mathbf{n} + \operatorname{sen}\beta\cdot\mathbf{q}\,;$$