

ATTI  
DELLA  
REALE ACCADEMIA NAZIONALE  
DEI LINCEI

ANNO CCCXX  
1923

---

SERIE QUINTA

---

RENDICONTI

---

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

---

VOLUME XXXII.

1° SEMESTRE.



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI  
PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

---

1923

**Fisica matematica.** — *Sulle varie interpretazioni della trasformazione di Lorentz.* Nota del Socio G. A. MAGGI.

Il Socio Somigliana, nella sua recente Nota « Sulla trasformazione di Lorentz », comparsa in questi Rendiconti (1), da un esame del procedimento tenuto dal Voigt (2), fondato sopra una trasformazione delle coordinate e del tempo, donde mostra come si ricavi la nota trasformazione di Lorentz, trae la conclusione che tutte le proprietà che, nella teoria della relatività, risultano dalla trasformazione lorentziana siano generalmente suscettibili di una interpretazione di carattere nettamente newtoniano: per cui qualunque eventuale verifica di tali proprietà non potrà, in via generale, essere citata come decisiva a favore dell'una piuttosto che dell'altra interpretazione.

Giustamente il nostro Socio richiama l'attenzione sopra questa conclusione. Credo perciò che possano essere trovate di qualche interesse le pur semplici riflessioni, che formano l'oggetto di questa breve Nota.

Il Voigt, io osservo, stabilisce una sostituzione di variabili  $x, y, z, t$  con variabili  $x', y', z', t'$  (adopero qua, e in seguito, i simboli comunemente adoperati per la trasformazione di Lorentz) — le  $x, y, z$  e  $x', y', z'$  col significato di coordinate cartesiane ortogonali di un punto,  $t$  e  $t'$  col significato di tempo — per la quale si verifica l'identità

$$(1) \quad x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = k^2 (x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2 t'^2), \quad k = \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2},$$

(dove quindi, come rileva il Somigliana, si ricava la trasformazione di Lorentz, semplicemente sostituendo a  $x', y', z', t'$  i prodotti delle stesse variabili per  $k$ ) collo scopo, e puramente collo scopo, di dedurre da un integrale dell'equazione di d'Alembert

$$(2) \quad \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = c^2 \Delta_2 \varphi,$$

che conviene alle onde luminose irradiate da una superficie fissa, un integrale della stessa equazione, che convenga invece alla luce irradiata da una superficie mobile. Nessuna connessione sostanziale unisce le due ipotesi. La super-

(1) Vol. XXXI, serie 5ª, 1º sem., fasc. 10 (seduta del 21 maggio 1922).

(2) *Ueber das Doppler'sche Princip*, Nachrichten v. d. K. Gesellschaft d. Wissenschaften zu Göttingen. 10 März, 1887.

ficie illuminante fissa può essere abbandonata definitivamente, una volta che se n'è serviti, per trovare la soluzione appartenente alla superficie mobile. E questa soluzione potrebbe essere giustificata direttamente, coll'introdurre la relativa espressione di  $g$  nella (2), e rilevare le circostanze attinenti alla supposta superficie, tacendo affatto del caso di una corrispondente superficie fissa, senza che ne riesca sostanzialmente modificata la dimostrazione del principio di Doppler, che fornisce il Voigt.

Questo non toglie, indubbiamente, che la relazione fra le  $x', y', z', t'$  e le  $x, y, z, t$  si presti all'interpretazione fornita dal confronto dei due casi contemplati dal Voigt. Ma, per concludere che questa interpretazione vale quella che appartiene alla teoria della relatività, vediamo come le due interpretazioni rispondano ad un concetto essenzialmente diverso, sia intrinsecamente, sia rispetto alla proposta spiegazione del principio di Doppler.

Per la teoria del Voigt, mi riferisco al precedente discorso. Per la teoria della relatività, ivi le  $x', y', z', t'$  e le  $x, y, z, t$ , legate dalla sostituzione di Lorentz, rappresentano uno stesso punto spatio-temporale, le prime, in un riferimento mobile, rispetto al quale la sorgente di luce è fissa, le seconde, in un riferimento, rispetto al quale si verifica il supposto movimento della sorgente medesima. I due casi, della sorgente di luce fissa e della sorgente mobile, costituiscono due aspetti dello stesso fenomeno: l'irradiazione della luce da una sorgente, che risulta fissa, per un riferimento, mobile, per l'altro: la sostituzione di Lorentz, col suddetto significato, stabilisce la connessione dei due aspetti, e il principio di Doppler trova la sua spiegazione nell'apprezzamento che, col riferimento agli assi  $Oxyz$ , col tempo  $t$ , riceve la radiazione, che obbedisce alla legge relativa all'ipotesi della sorgente fissa, col riferimento agli assi  $O'x'y'z'$ , col tempo  $t'$ .

Analoghe riflessioni si estendono naturalmente alla formola, richiamata pure dal Somigliana, per la composizione relativistica delle velocità, con la quale la teoria della relatività ritrova il coefficiente di trascinamento di Fresnel: deduzione che forma forse il più attraente de' suoi risultati.

Io non sono alieno dal far voto che la teoria newtoniana, più conforme alle esigenze dell'intuizione, estenda il suo dominio a quelle regioni che sembra attualmente contenderle la teoria della relatività, ma gli esempi recati non permettono, a mio modo di vedere, di affermare che essa tragga lo stesso profitto di questa dalla trasformazione di Lorentz: occorrerà, perciò, che dai suoi principii, essa ricavi un egual modo di connettere la trasformazione di Lorentz cogli elementi intrinseci del problema, per fondarvi una comparabile soluzione.