ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI

ANNO CCCXX

1923

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXXII.

1° SEMESTRE.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1923

Coster e Hevesy ritengono molto probabile che lo zirconio ordinario contenga almeno da 0,01 a 0,1 % dell'elemento 72, e soggiungono: « Especially the letter circumstance proves that the element 72 is chemically homologous to zirconium ».

Questa conclusione non può dirsi autorizzata, se si tiene conto delle mie ricerche sulle terre rare. Io ho mostrato, nel presente scritto, che $Th^{····}$ e $Ce^{····}$ possono sostituirsi isomorficamente: dal mio lavoro precedente già citato, emerge chiara la prova che $Ce^{···}$, $La^{···}$, $Pr^{···}$, $Nd^{···}$ sono in alto grado isomorfogeni con $Ca^{··}$, $Sr^{··}$, $Ba^{··}$, $Pb^{··}$. Dalla sostituzione isomorfa di elementi non può, perciò, nulla dedursi circa la loro omologia chimica. Nè è lecito trarre conclusioni di grande portata dal fatto che un dato elemento si trova sempre associato ad un altro in certi minerali. Scheeliti ed apatiti contengono sempre traccie e. qualche volta (specie le apatiti), anche alcuni per cento di metalli del gruppo del cerio e dell'ittrio: non sarebbe davvero un'idea felice quella di considerare questo fatto come una prova che i metalli trivalenti delle terre rare sono chimicamente omologhi col calcio.

NOTE PRESENTATE DA SOCI

Relatività. — *Sui criteri per la caratterizzazione concreta dello spazio e del tempo.* Nota di E. Persico, presentata dal Socio T. Levi-Civita.

Dal punto di vista della teoria della Relatività generale gli eventi del mondo fisico si possono notoriamente individuare per mezzo di un sistema di coordinate x_0, x_1, x_2, x_3, del tutto arbitrario (salvo certe larghe restrizioni qualitative), alla prima delle quali si dà il significato di tempo: le ipersuperficie x_0=cost., cioè gli insiemi degli eventi contemporanei, si possono dunque scegliere con grandissima arbitrarietà, e del pari arbitraria è, in ciascuna di esse, la scelta del sistema di coordinate spaziali [1]. Ora, sta di fatto che il più delle volte la fisica non sfrutta per nulla questa ampia arbitrarietà, poichè si presenta ad essa, così come all'intuizione comune, un modo ben determinato di scindere lo spazio dal tempo. Ciò deriva, come è facile prevedere, e come del resto è noto, dalla grossolanità dei mezzi d'osservazione non solo della esperienza comune, ma anche della ordinaria fisica sperimentale: non sarà però forse inutile analizzare più da vicino in

[1] Una volta poi fissato il sistema di riferimento, si può, almeno idealmente, procedere alla determinazione sperimentale, punto per punto, dei coefficienti del ds^2, mediante misure di tempo proprio, o anche con esperienze ottiche e meccaniche. Cfr. i complementi di G. Castelnuovo e di T. Levi-Civita al volume di A. Kopff: *I fondamenti della Relatività einsteiniana.*

che consista la particolarità di questo sistema privilegiato e come convenga di definirlo in quei casi in cui i mezzi di osservazione, maggiormente raffinati, richiedono una più esatta definizione del sistema di coordinate.

Nella grandissima maggioranza dei casi si chiamano contemporanei due eventi che l'osservatore *vede* nello stesso istante. Riferiamoci, per fissare le idee, al caso di due sole variabili x e t, e di un universo euclideo: facciamo la solita rappresentazione grafica, in cui le rette r, r', di equazioni $x = \pm ct$, e tutte quelle ad esse parallele, rappresentano la propagazione di raggi luminosi. Sia C la linea oraria di un osservatore: da un punto gene-

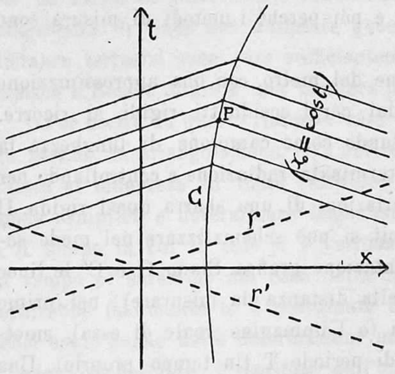

FIG. 1.

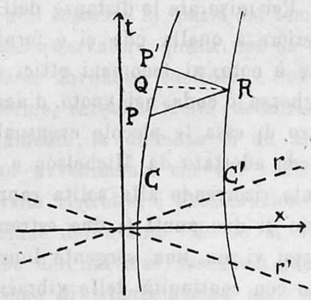

FIG. 2.

rico di essa conduciamo le due semirette parallele a r, r': esse rappresentano l'insieme degli eventi che l'osservatore giudica contemporanei a un certo istante x_0 (tempo proprio), cioè le linee $x_0 = \text{cost.}$ Nel caso di 4 dimensioni possiamo dire che le ipersuperficie $x_0 = \text{cost.}$ sono coni col vertice sulla curva C. È questo un sistema di riferimento, come si vede, intimamente legato all'osservatore, e, dal punto di vista teorico, punto conveniente: tuttavia il suo uso quasi esclusivo nella pratica si giustifica subito. Infatti, entro i limiti di una prima grossolana approssimazione, si può dire che i corpi naturali che ci avviene comunemente di considerare descrivono un fascio di linee orarie sensibilmente parallele e poco lontane, mentre il grande valore di c fa sì che i coni di cui parlavamo poc'anzi si confondano praticamente con i piani perpendicolari a queste linee orarie: così spariscono, perchè trascurabili in prima approssimazione, le divergenze fra i diversi sistemi di riferimento, e resta definita, in modo unico, la famiglia delle ipersuperficie $x_0 = \text{cost.}$

Definito così lo *spazio*, ha un senso ben determinato la distanza di due punti (*intervallo* fra le intersezioni delle due linee orarie con la stessa ipersuperficie $x_0 = \text{cost.}$): la misura di questi intervalli è particolarmente facilitata dall'esistenza dei cosiddetti corpi rigidi, i quali sono caratterizzati dalla proprietà che la distanza di due loro punti, nel senso ora definito, si mantiene approssimativamente costante nel tempo.

Se ora da questo grado di approssimazione, sufficiente per la vita pratica e per la maggior parte dei problemi scientifici, vogliamo passare ad un secondo grado, necessario per interpretare le esperienze di alta precisione, dobbiamo distinguere fra le misure propriamente fisiche, che si svolgono in un piccolo intorno dell'osservatore, e quelle astronomiche, in cui intervengono invece grandi distanze. Questa distinzione è necessaria perchè nel primo caso si può prescindere dalle deformazioni metriche dell'universo, e considerarlo euclideo, mentre nel secondo caso no, e poi perchè i metodi di misura sono nei due casi essenzialmente diversi.

Per misurare le distanze dell'ordine del metro, con una approssimazione superiore a quella che ci è fornita dai corpi cosiddetti rigidi, si ricorre, come è noto, ai fenomeni ottici adottando come campione di lunghezza la lunghezza d'onda, nel vuoto, d'una determinata radiazione e controllando per mezzo di essa le piccole eventuali variazioni di una sbarra quasi rigida. Il metodo adottato da Michelson e Benoit si può schematizzare nel modo seguente ricorrendo alla solita rappresentazione grafica. Siano C e C′ le linee orarie di due punti (i due estremi della distanza da misurare); nel primo di essi vi sia una sorgente luminosa (o l'immagine reale di essa), emettente con continuità delle vibrazioni di periodo T (in tempo proprio). Una di queste vibrazioni, partita dal primo punto all'istante rappresentato da P, giunga al secondo in R, e poi, riflessa da uno specchio, torni al primo punto in P′, dove interferirà con le vibrazioni della sorgente: l'osservazione del fenomeno d'interferenza ci fornirà il numero n dei periodi (e frazioni) trascorsi fra la partenza e l'arrivo del raggio, cioè fra gli eventi P e P′. Si dirà allora che il tempo trascorso è $d\tau = n\mathrm{T}$ e che la distanza fra i due punti è

$$d\sigma = \frac{d\tau}{2c}\,. \tag{1}$$

Questo modo di misurare la distanza — che è quello effettivamente usato — si identifica con quello recentemente proposto da W. Cauer [1] in base a considerazioni teoriche. Egli definisce come sbarra rigida quella per cui le linee orarie delle due estremità sono equidistanti (secondo la metrica dello spazio-tempo), e chiama *distanza* dei due punti di linee orarie C e C′, infinitamente vicine, l'intervallo fra le due linee contato lungo il segmentino QR (normale a C e C′ secondo la detta metrica). Basandosi poi su questa definizione egli calcola il tempo $d\tau$ impiegato dalla luce a percorrere nei due sensi una lunghezza $d\sigma$ e giunge ad una formula equivalente alla (I),

[1] Cfr. Phis. Zeits., 1923, pag. 87.

da cui egli deduce che, definendo le distanze come egli fa e misurando la velocità della luce col procedimento or ora descritto, si trova che questa è sempre c. Ma se invece si parte dal presupposto che questa velocità sia c (come fanno Michelson e Benoit) la stessa formula e lo stesso procedimento possono servire a definire la distanza $d\sigma$, e questa definizione sarà equivalente a quella del Cauer.

La definizione del Cauer conduce, come egli stesso dimostra, a considerare come *spazio* una faccetta (V_3) normale alle linee orarie del corpo di riferimento, determinazione applicabile in generale solo localmente — cioè per un fascio di linee orarie infinitamente sottile — poichè è noto che una congruenza di linee non ammette generalmente delle sezioni ortogonali: le distanze terrestri sono però sufficientemente piccole perchè il metodo di Michelson e Benoit fornisca una maniera pratica di separare lo spazio dal tempo.

Per uscire da questo ristretto *intorno* dell'osservatore, questi non ha che un mezzo: la triangolazione. Se l'universo fosse dovunque euclideo, e l'osservatore si muovesse di moto rettilineo uniforme, sarebbe facile definire in modo semplice e determinare trigonometricamente la distanza di un astro e il tempo in cui in esso si è verificato un avvenimento che noi vediamo al tempo t: saremmo nel caso della Relatività ristretta, e l'osservazione ci fornirebbe facilmente le 4 coordinate cartesiane dell'evento. Ma se si vuol tener conto anche delle deformazioni metriche dell'universo, essendoci queste a priori sconosciute, i risultati dell'operazione di triangolazione non sono suscettibili di un'interpretazione geometrica semplice: tuttavia essi ci forniscono le coordinate dell'evento, rispetto però ad un sistema di riferimento più o meno complicato. Quando si è risolto il triangolo, ammettendo la propagazione rettilinea della luce e il postulato della parallela, si trova una *distanza* priva di significato fisico immediato: essa è una delle coordinate generali x_1, x_2, x_3 (le altre due essendo fornite da misure angolari riferite ad astri sufficientemente lontani). Quanto al tempo, se la distanza di un astro, nel senso ora definito, è r, noi consideriamo contemporanei un evento che vediamo in quell'astro all'istante t, e uno che è avvenuto sulla terra all'istante $t - \frac{r}{c}$: questo criterio basta evidentemente a definire le ipersuperficie x_0=cost., poichè per ogni evento fornisce un valore di x_0, ma la forma di queste ipersuperficie e le proprietà caratteristiche del sistema di riferimento, dipenderanno, in generale in modo assai complicato, dalla metrica dell'universo e dal moto della terra.