

ATTI  
DELLA  
REALE ACCADEMIA NAZIONALE  
DEI LINCEI

ANNO CCCXX  
1923

---

SERIE QUINTA

---

RENDICONTI

---

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

---

VOLUME XXXII.

1° SEMESTRE.



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI  
PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

---

1923

**Fisica.** — *Sull'orientamento dei granuli magnetici nelle sospensioni colloidali per effetto di campi alternati o rotanti.* Nota del Socio O. M. CORBINO.

I fenomeni di birifrangenza magnetica osservati dal Majorana con le soluzioni colloidali di idrato di ferro (ferro Bravais) sono attribuibili, come è noto, all'orientamento che subiscono nel campo le particelle sospese. Tale orientamento non è completo, a causa del movimento browniano che tende a dirigere gli assi delle particelle in tutte le direzioni possibili; il campo esterno riesce solo, perciò, a perturbare rispetto a una direzione la uniformità che tenderebbe a stabilire l'agitazione termica; ed è perciò che la birifrangenza cresce al crescere della intensità del campo, o al diminuire della temperatura.

Ne risultano degli effetti di ritardo qualora il campo sia applicato o soppresso bruscamente, ovvero varii periodicamente di intensità, come avviene se esso è prodotto da correnti alternate. Ma data la piccolezza estrema delle particelle, tali effetti di ritardo si manifestano solo, come risulta da ricerche del Dr. Tieri, e mie, quando è estremamente rapida la variazione del campo. Così fu trovato che solo con liquidi molto invecchiati, a birifrangenza positiva, si hanno effetti di ritardo nei campi prodotti con correnti oscillatorie di scariche di condensatori, mentre essi non sono rilevabili interrompendo periodicamente la corrente alimentatrice del campo con l'interruttore di Wehnelt<sup>(1)</sup>. Io ne dedussi che le particelle devono avere dimensioni piccolissime, corrispondenti quasi al limite della visibilità ultramicroscopica.

Mi propongo in questa Nota di esaminare altri effetti dovuti al ritardo di orientamento delle particelle nei campi variabili; dimostrando che la polarizzazione magnetica del liquido in un campo alternato varia periodicamente con uno spostamento di fase rispetto al campo; e che se questo è un campo rotante Ferraris la polarizzazione magnetica è anch'essa rotante, ma con uno spostamento angolare sul campo; donde ha origine un'azione meccanica di trascinamento della massa liquida.

L'esperienza conferma l'esistenza di tale azione meccanica esercitantesi sul liquido, indipendentemente dalla sua parziale conducibilità elettrolitica e dalle conseguenti azioni elettro-magnetiche.

<sup>(1)</sup> Corbino, Rend. Lincei, vol. XIX, 1° sem., p. 743; 1910.

Le forze previste sono in relazione semplice con alcune costanti caratteristiche delle particelle e del liquido, e con le dimensioni di quelle; cosicchè la determinazione sperimentale delle forze medesime può dare delle informazioni notevoli sulle qualità delle particelle sospese.

\* \* \*

La teoria dell'orientamento di piccole particelle sotto l'azione combinata di un campo costante e dell'agitazione termica fu esposta per la prima volta dal Langevin, che ne trasse la spiegazione di alcuni effetti ottici dovuti al campo. Volendo studiare il caso dei campi variabili seguirò un'altra via, che mi sembra anche più intuitiva e che fu già prospettata in un mio precedente lavoro <sup>(1)</sup>. Sotto l'azione d'una forza orientatrice esterna, agente su ciascuna particella, si produce una perturbazione nella distribuzione di queste che sarebbe assolutamente uniforme, in tutte le direzioni, per effetto della agitazione termica. La perturbazione cessa al cessare della forza; e perciò l'agitazione termica può considerarsi come l'origine di una forza antagonista, o pseudo-elastica, che impedisce alle particelle di obbedire alle forze esterne.

Se la concentrazione  $c$  delle particelle riferita a un parametro  $\alpha$  varia con  $\alpha$ , mentre sarebbe indifferente senza una forza esterna, allora la forza quasi elastica, di origine termica, che tende a ristabilire l'uniformità e che agisce su ciascuna particella è data, nel senso  $d\alpha$ , da

$$F = - \frac{RT}{N} \frac{d \log c}{d\alpha}$$

dove  $R$  è la costante dei gas ed  $N$  il numero di Avogadro, riferiti entrambi allo stesso volume, e  $T$  la temperatura assoluta.

Si immagini che le particelle abbiano un momento magnetico naturale (caso del paramagnetismo) secondo un asse che formi, per ciascuna particella, un angolo  $\alpha$  col campo. In assenza del campo se si riportano intorno a un punto tutte le direzioni istantanee delle particelle contenute nell'unità di volume, si troverà una distribuzione uniforme; e sulla sfera di raggio 1 che circonda il punto le tracce degli assi avranno densità uniforme. Sia  $c$  il numero di queste tracce per unità di superficie della sfera; il numero totale  $n$  di particelle per unità di volume sarà  $4\pi c$ . Se si assume per definire l'orientazione delle particelle l'angolo  $\alpha$  che l'asse di ciascuna forma con la direzione del campo, il numero di particelle il cui asse fa col campo un angolo compreso fra  $\alpha$  e  $\alpha + d\alpha$  sarà dato, come è evidente, da

$$c \cdot 2\pi \sin \alpha \cdot d\alpha.$$

<sup>(1)</sup> Corbino, N. Cim., vol. XX, luglio 1910.

Se il campo è variabile questo numero è anch'esso variabile, e il suo aumento nel tempo  $dt$  sarà

$$(2) \quad \frac{\partial c}{\partial t} \cdot 2\pi \operatorname{sen} \alpha \, d\alpha \, dt.$$

Questo aumento, o più in generale questa variazione, dipende da ciò che la forza orientatrice esercitantesi sulle particelle suddette non è compensata, come in regime statico di equilibrio, dalla forza quasi elastica. E appunto per la differenza di queste coppie  $F$  e  $\Pi$ , che agisce sulla particella in un mezzo che offre loro la resistenza di attrito  $r$ , passa nel tempo  $dt$  attraverso alla superficie conica di angolo  $\alpha$  tra la generatrice e l'asse un numero di particelle

$$\frac{F - \Pi}{r} \cdot c \cdot 2\pi \operatorname{sen} \alpha \, dt$$

mentre esce dalla superficie conica di angolo  $\alpha + d\alpha$  il numero

$$\frac{F - \Pi}{r} 2\pi \operatorname{sen} (\alpha + d\alpha) \, dt$$

dove però anche  $F - \Pi$  va considerata in relazione all'angolo  $\alpha + d\alpha$ .

Ma si ha, per la (1), ponendo  $p = \frac{RT}{N}$

$$F = -p \frac{1}{c} \frac{dc}{d\alpha}.$$

D'altra parte indicando con  $A$  il momento magnetico della particella, e con

$$H = H_0 \operatorname{sen} \omega t$$

il valore del campo alternato, sarà

$$\Pi = A \operatorname{sen} \alpha H = A H_0 \operatorname{sen} \alpha \operatorname{sen} \omega t.$$

Pertanto l'aumento nel numero delle particelle orientate tra le due superficie sferiche sarà

$$\begin{aligned} & \left| \frac{F - \Pi}{r} c \cdot 2\pi \operatorname{sen} \alpha \, dt \right|_{\alpha}^{\alpha + d\alpha} = \frac{2\pi}{r} dt \left| (F - \Pi) c \operatorname{sen} \alpha \right|_{\alpha}^{\alpha + d\alpha} \\ & = \frac{2\pi}{r} dt \left[ \operatorname{sen} \alpha \frac{\partial^2 c}{\partial \alpha^2} + p \frac{\partial c}{\partial \alpha} \cos \alpha + A H_0 \operatorname{sen} \omega t \left( c \operatorname{sen} 2\alpha + \operatorname{sen}^2 \alpha \frac{\partial c}{\partial \alpha} \right) \right] d\alpha. \end{aligned}$$

Eguagliando con la (2), che dà un'altra misura dell'aumento nel tempo  $dt$  si ha, dopo aver posto

$$h = \frac{p}{r} = \frac{RT}{rN},$$

$$(3) \quad \frac{\partial c}{\partial t} = h \frac{\partial^2 c}{\partial \alpha^2} + \left( h \cotg \alpha + \frac{AH_0}{r} \sen \alpha \sen \omega t \right) \frac{\partial c}{\partial \alpha} + \frac{2AH_0}{r} c \cos \alpha \sen \omega t.$$

Si ponga

$$(4) \quad c = M [1 + a \cos \alpha \sen (\omega t - \delta)];$$

si può allora verificare che per tutti i casi in cui, per effetto del campo, la perturbazione negli orientamenti è piccolissima, (ciò che in realtà si verifica, come è dimostrato dal valore costante della suscettività magnetica del liquido), ed è perciò  $a$  molto piccolo rispetto all'unità, questo valore di  $c$  soddisfa l'equazione (3), qualora si abbia

$$a = \frac{2AH_0}{r\omega} \sen \delta$$

e

$$\text{tang } \delta = \frac{\omega}{2h}.$$

o anche ponendo (fig. 1)

$$\varepsilon = \sqrt{4h^2 + \omega^2},$$

sarà

$$a = \frac{2AH_0}{r\varepsilon}.$$

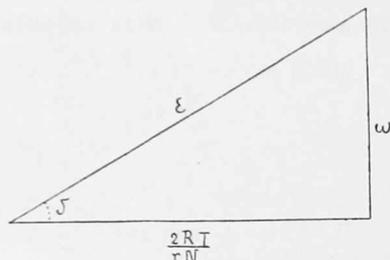


FIG. 1.

Si riconosce dalla (4) che la concentrazione riferita ai vari orientamenti  $\alpha$  risulta formata da una parte costante, e da un'altra, piccolissima, che varia sinusoidalmente come il campo esterno, ma con un ritardo di fase  $\delta$  rispetto ad esso.

Alla nuova distribuzione degli assi delle particelle corrisponde una polarizzazione magnetica del liquido, facilmente calcolabile.

Invero il momento della particella nel senso del campo sarà  $A \cos \alpha$ ; e poichè fra le due superfici coniche  $\alpha$ , e  $\alpha + d\alpha$  considerate sopra sono contenute, per unità di volume,  $2\pi c \sen \alpha d\alpha$  particelle, ne risulta un momento per unità di volume dato da

$$2\pi A \int_0^\pi c \sen \alpha \cos \alpha d\alpha.$$

Riferendoci alla parte di  $c$  che varia con  $\alpha$  e che sola fornisce un momento totale diverso da zero, si ottiene come valore della polarizzazione  $P$ :

$$P = 2\pi AM a \operatorname{sen}(\omega t - \delta) \int_0^\pi \operatorname{sen} \alpha \cos^2 \alpha d\alpha.$$

E poichè il numero totale  $n$  delle particelle per unità di volume è dato da  $4\pi M$ , si ha infine

$$P = \frac{2}{3} n A^2 H_0 \frac{1}{\epsilon r} \operatorname{sen}(\omega t - \delta).$$

Ciò significa che la polarizzazione magnetica varia sinusoidalmente come il campo, con uno spostamento di fase  $\delta$  rispetto a questo.

Se adesso si immagina che un altro campo alternativo agisca perpendicolarmente al primo, e con uno sfasamento di  $90^\circ$  rispetto ad esso, si determinerà una nuova polarizzazione  $P'$ , nel senso normale alla prima, e data da

$$P' = \frac{2}{3} n H A^2 \frac{1}{\epsilon r} \cos(\omega t - \delta).$$

Questa, composta con la  $P$ , dà una polarizzazione  $P_r$  rotante come il campo magnetico, e con ritardo angolare  $\delta$  su di esso. Ne risulta un'azione meccanica fra il campo e la sostanza magnetizzata; il valore della coppia per unità di volume sarà dato da

$$D = H_0 P_r \operatorname{sen} \delta$$

e poichè

$$P_r = \sqrt{P^2 + P'^2} = \frac{2}{3} n H_0 A^2 \frac{1}{\epsilon r}$$

avremo

$$D = \frac{2}{3} n H_0^2 A^2 \frac{1}{\epsilon r} \operatorname{sen} \delta$$

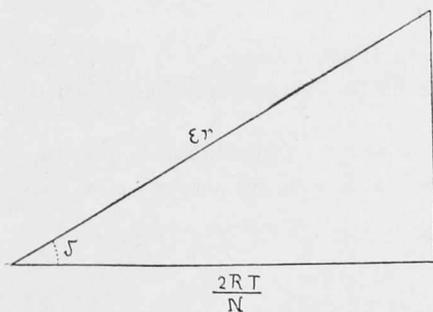


FIG. 2.

o anche, poichè  $\epsilon r$  è l'ipotenusa di un triangolo rettangolo avente per cateti  $\omega r$  e  $2 \frac{R}{N} T$ , con l'angolo  $\delta$  opposto al cateto  $\omega r$ , sarà

$$D = \frac{2}{3} n H_0^2 A^2 \operatorname{sen} \delta \cos \delta.$$

Una coppia di natura analoga e avente il medesimo valore è stata prevista da M. Born<sup>(1)</sup> per il caso di un dielettrico costituito da molecole che siano dipoli elettrici e disposto in un campo elettrostatico rotante.

E le esperienze eseguite da P. Lertes<sup>(2)</sup>, che hanno messo in evidenza e misurate queste azioni di trascinamento esercitate da un campo rotante di alta frequenza su vari liquidi isolanti, hanno permesso di determinare il valore del momento  $A$  del dipolo elettrico molecolare, confermandosi l'ordine di grandezza dedotto con altri procedimenti.

Nel nostro caso non è necessario un campo magnetico di così alta frequenza come quelli sperimentati dal Lertes. Già un campo rotante ricavato da correnti di frequenza industriale basta a determinare misurabili azioni meccaniche di trascinamento sul ferro Bravais, come sarà esposto in una prossima Nota.

**Meccanica.** — *Sull'impiego dell'elio nei dirigibili*<sup>(3)</sup>. Nota del Corrisp. G. ARTURO CROCCO.

La questione dell'elio può oggi porsi nel modo seguente.

Il censimento dei pozzi americani ha dato un gettito complessivo di questo gas pari a 30.000 metri cubi al giorno, di cui circa un terzo di agevole collezione mediante una spesa d'impianto di circa 70 milioni di dollari.

Ammortizzando tale spesa per la durata media dei pozzi, presunta in venti anni, e aggiungendovi le spese di produzione, si ottiene per l'elio compresso un costo minimo di circa 2 dollari per  $m^3$ .; in relazione ad una probabile produzione annua di *tre* milioni di metri cubi.

Preseindendo dalle applicazioni militari, i cui bisogni non dipendono da valutazioni economiche, è conveniente nelle applicazioni civili sostituire l'elio all'idrogeno, il cui costo è 15 volte minore e la cui disponibilità è indefinita?

Valutiamo perciò il consumo annuo di una aeronave; e in conseguenza il totale tonnello di aeronavi che con la limitata disponibilità americana può tenersi in esercizio.

Il consumo di gas di un'aeronave è dovuto: *a)* alla diffusione osmotica; *b)* ai lavaggi necessari per mantenere una determinata purezza; *c)* ai consumi di navigazione.

<sup>(1)</sup> M. Born, Z. S. für Phys, 1, p. 222; 1920.

<sup>(2)</sup> P. Lertes, Z. S. für Phys, 6, p. 56; 1921.

<sup>(3)</sup> Comunicazione fatta nella seduta del 3 giugno 1922.