# ATTI

DELLA

# REALE ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI

ANNO CCCXX

1923

SERIE QUINTA

## RENDICONTI

**Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.**

**VOLUME XXXII.**

2° SEMESTRE.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1923

Quanto all'ultimo termine della (9), l'integrale che vi figura è stato già calcolato dal S., che lo indica con $2\pi I'_2$ e trova $I'_2 = \frac{2}{3}(R_2^2 - R_1^2) - \frac{2}{5}a^2$. Quindi l'ultimo termine della (9) è:

$$\frac{\varrho_2 e_1}{4\pi c^2}\int_{\tau'_2}\frac{\zeta_1^2}{r_2^3}d\tau = \frac{\varrho_2 e_1}{c^2}\left\{\frac{1}{3}(R_2^2 - R_1^2) - \frac{1}{5}a^2\right\}.$$

Ricostruendo dunque l'espressione (9) si ha:

$$L_2 = \frac{e_1 e_2}{4\pi c^2}\left\{\frac{1}{2R_2} - \frac{3}{10}\frac{R_1^2}{R_2^3} + \frac{1}{10}\frac{a^2}{R_2^3}\right\}.$$

Abbiamo così trovato $T, L_1, L_2$: sostituendoli nella (7) abbiamo:

$$m'_{12} = \frac{e_1 e_2}{8\pi c^2}\left\{-\frac{1}{R_2} + \frac{1}{5}\frac{R_1^2 - a^2}{R_2^3}\right\}.$$

Sommando questa espressione alla (1′) si ottiene la (2′).

Dunque in ogni caso la massa mutua è $\frac{U_{12}}{c^2}$, conformemente al principio di relatività.

**Fisica.** — *Reticoli del Michelson incrociati* [1]. Nota di RITA BRUNETTI, presentata dal Socio A. GARBASSO [2].

1. Per quanto sia già nell'uso l'incrocio di un reticolo a gradinata del Michelson con altro apparecchio ad alto potere risolutivo, dell'incrocio di di due reticoli non ho trovato che un rapido cenno in due lavori [3] dai quali non appare che gli autori abbiano dedicato uno studio particolare a questa disposizione, nè che l'abbiano veramente adoperata per l'analisi della struttura fina di qualche radiazione.

Poichè essa mi ha largamente servito allo scopo stesso a cui sono state dirette le altre combinazioni di strumenti ad alto potere risolutivo, cioè a decidere a quale di due spettri successivi appartenga un satellite che si presenta nello spazio interposto, ritengo opportuno parlare qui in particolare di tale proprietà caratteristica.

(1) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Fisica del R. Istituto di Studî Superiori di Firenze.

(2) Pervenuta all'Accademia il 21 settembre 1923.

(3) E. Gehrke, Verhand. d. D. Phys. Gesell., 7, pag. 236, 1905; Nagaoka e Takamine, Phil. Mag., 27, pag. 126, 1914.

2. Quando due reticoli a gradinata sono disposti normalmente fra loro è chiaro intanto che di ogni radiazione semplice essi dànno spettri che si intersecano ortogonalmente. Se la fenditura del collimatore è sostituita da un foro, l'imagine di interferenza centrale, comune ai due reticoli, è circondata da otto spettri puntiformi situati ai vertici di quattro rettangoli adiacenti con un vertice comune [1].

Gli spettri della linea mediana orizzontale siano dell'ordine $K_1$ per un reticolo, quelli della linea mediana verticale dell'ordine $K_2$ per l'altro. Se l'ordine crescente degli spettri per ogni reticolo è indicato dalle freccie della fig. 1, spettri corrispondenti del sistema complessivo si considerino quelli paralleli alla diagonale $(K_1 - 1, K_2 - 1)$, $(K_1, K_2)$, $(K_1 + 1, K_2 + 1)$, cioè quelli i cui indici crescono ambedue di una unità.

3. Supponiamo ora che la radiazione principale sia accompagnata da un satellite il quale per effetto del solo primo reticolo cadrebbe in $S_1$, per effetto del secondo in $S_2$, appartenendo allo spettro di ordini $(K_1, K_2)$. Dal sistema complessivo esso è spostato in un punto S (fig. 1) *che non sta in generale sulla diagonale* $(K_1, K_2)$, $(K_1 + 1, K_2 + 1)$. Infatti se $d\lambda$ è la differenza di lunghezza d'onda del satellite dalla principale $\lambda$, in prima approssimazione la dispersione $\frac{d\theta}{d\lambda}$ di ognuno dei due reticoli supposti ortogonali al fascio parallelo incidente sarà

$$\frac{d\theta_1}{d\lambda} = \frac{\delta_1}{a_1\lambda}\left\{(n_1 - 1) - \lambda\frac{dn_1}{d\lambda}\right\}, \quad \frac{d\theta_2}{d\lambda} = \frac{\delta_2}{a_2\lambda}\left\{(n_2 - 1) - \lambda\frac{dn_2}{d\lambda}\right\},$$

ove $\delta_1$ e $\delta_2$ sono gli spessori delle lastre: $a_1$ e $a_2$ le altezze dei gradini e $n_1$ e $n_2$ gli indici di rifrazione per la radiazione $\lambda$ nel vetro dei due reticoli.

Dividiamo le precedenti relazioni membro a membro, osservando che $\frac{a_2}{a_1} = \frac{d\varphi_1}{d\varphi_2} = \operatorname{tg}\alpha$ è il rapporto delle distanze angolari: $d\varphi_1 = \frac{\lambda}{a_1}$, $d\varphi_2 = \frac{\lambda}{a_2}$ degli spettri successivi dei singoli reticoli; $\alpha$ è l'angolo che la diagonale $(K_1, K_2), (K_1 + 1, K_2 + 1)$ forma colla direzione $\overline{(K_1, K_2)S_2}$, e $\beta$ quello che forma colla stessa direzione la $\overline{(K_1, K_2)S}$; allora

$$\frac{d\theta_1}{d\theta_2} = \operatorname{tg}\beta = \operatorname{tg}\alpha\,\frac{\delta_1}{\delta_2}\,\frac{(n_1 - 1) - \lambda\frac{dn_1}{d\lambda}}{(n_2 - 1) - \lambda\frac{dn_2}{d\lambda}}.$$

[1] Ammetto dicendo questo che tutti gli otto spettri siano visibili: in effetto quattro di essi (quelli ai vertici del rettangolo grande) scompaiono quasi interamente perchè cadono in prossimità dei minimi di diffrazione di ambedue i reticoli.

Secondo che

$$\delta_1 \left\{ (n_1 - 1) - \lambda \frac{dn_1}{d\lambda} \right\} \gtrless \delta_2 \left\{ (n_2 - 1) - \lambda \frac{dn_2}{d\lambda} \right\}$$

sarà $\operatorname{tg}\beta \gtrless \operatorname{tg}\alpha$ e $\beta \gtrless \alpha$; vale a dire: *il satellite* S *sta rispettivamente al di sopra o al di sotto della diagonale* $(K_1, K_2)(K_1 + 1, K_2 + 1)$.

4. Con lo stesso procedimento è facile ora dedurre come un satellite che appartenga sempre allo spettro $(K_1, K_2)$, ma che per i singoli reticoli sia situato rispettivamente negli intervalli

$$(K_1, K_2)(K_1 - 1, K_2) \text{ e } (K_1, K_2)(K_1, K_2 - 1)$$

viene spostato in un punto S′ (fig. 1), tale che *quando* S *è al di sopra*

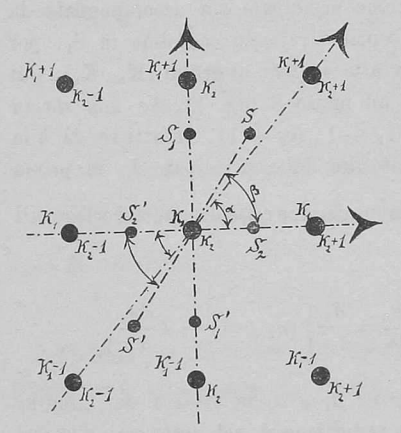

Fig. 1.

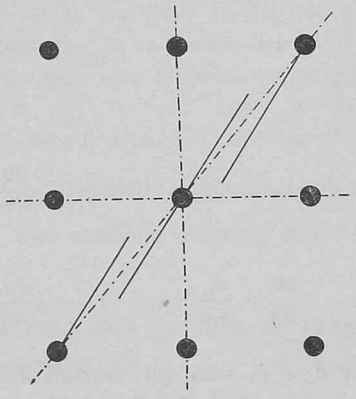

Fig. 2.

*della diagonale* S′ *cade al di sotto di questa, e viceversa quando* S *è al di sotto* S′ *sta al di sopra.*

$\operatorname{tg}\beta$ si può considerare indipendente dalle variazioni di $d\lambda$, se si ritiene costante nei limiti entro cui $d\lambda$ può variare il termine $\frac{dn}{d\lambda}$. Segue di qui che *i satelliti appartenenti a un medesimo ordine sono allineati in prima approssimazione sopra rette che formano un angolo* $\pm(\beta - \alpha)$ *con la direzione degli spettri corrispondenti* (fig. 2). Coincidono con essa solo nel caso che le costanti dei due reticoli siano tali da rendere eguali i termini della diseguaglianza sopra scritta.

5. Coi due reticoli a gradinata dell'Istituto Fisico di Arcetri, per la radiazione verde del mercurio si ottiene $\beta - \alpha = 5^\circ 30'$ circa. A distanza di 1 mm. dallo spettro principale lo scostamento dalla diagonale è quindi di 0,01 mm., distanza perfettamente apprezzabile con un oculare adatto.

Anche a occhio, infatti, col dispositivo di cui è questione, si vede per esempio il satellite della gialla dell'elio, che è dalla parte del rosso, e un satellite della riga verde del mercurio, che è dalla parte del violetto, cadere da bande opposte della rispettiva diagonale

In generale poi si deve apprezzare una distanza doppia di questa costante per tutto l'intervallo fra due spettri, quella fra i satelliti rossi e violetti di ordini successivi. Per la 4359 del mercurio, in cui i numerosi satelliti dei due ordini si alternano, si ottiene sulle fotografie col mio dispositivo una distanza reciproca dell'ordine di 0,1 mm.; vale a dire, si distingue che i satelliti rossi e violetti della radiazione si succedono come nello schema disegnato da Nagaoka e Takamine per l'incrocio fra gradinata e lamina di Lummer [1].

6. Le espressioni di $d\varphi$ e $\frac{d\theta}{d\lambda}$ che ho adoperato sono quelle che si deducono pel reticolo a gradinata, quando il fascio luminoso incidente è perpendicolare alle lastre del reticolo. Ora se questa condizione può essere rigorosamente verificata per la prima gradinata, non lo è certamente per la seconda ortogonale alla prima, che riceve da questa una parte della radiazione spostata dal piano della sua sezione longitudinale di un angolo dell'ordine di $\frac{\lambda}{a_1}$ (distanza angolare fra due ordini successivi). Tuttavia si può dimostrare con un calcolo semplice che se si trascura un termine che al massimo ha il valore $\frac{\lambda^2}{a_1^2}$, sono ancora valide per la seconda gradinata di espressioni di $d\varphi$ e $\frac{d\theta}{d\lambda}$ nella forma semplice che hanno per la prima.

Concludendo anche la disposizione a gradinate incrociate *può* servire, quando le costanti delle due gradinate sono differenti, a individuare l'ordine a cui appartiene una radiazione secondaria, perchè la legge di distribuzione delle immagini di interferenza non è in questo come in altri dispositivi, la stessa di quella della dispersione delle radiazioni nel loro spettro.

È chiaro infine che questa disposizione vale altresì a distinguere dai satelliti veri le cosidette radiazioni fantasma.

[1] Loc. cit.