ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA NAZIONALE

DEI LINCEI

ANNO CCCXXI

1924

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXXIII.

1° SEMESTRE.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1924

luce polarizzata è anch'essa polarizzata ma solo parzialmente, dipendentemente dalla depolarizzazione minore quanto più grande è la viscosità del mezzo; la emissione di questa luce depolarizzata avviene in tutti gli azimut, ed ho potuto riscontrare che ha luogo con la *stessa intensità*: osservando infatti il doppio fascio della fig. 1 con un nicol la cui diagonale minore sia perpendicolare al vettore elettrico del fascio più intenso, ogni diversità fra questi scompare.

Concludendo:

1°) si è ulteriormente confermato quanto è stato asserito da Weigert e Schmidt per ciò che riguarda l'influenza del solvente sulla polarizzazione della luce emessa per fluorescenza da una soluzione;

2°) si è mostrato che l'emissione si origina polarizzata dalla particella, e la polarizzazione qnindi non dipende da un dicroismo della soluzione o da un fenomeno di diffusione luminosa.

Fisica. — *Sullo studio delle superficie e dei sistemi ottici colle frangie tra reticoli scentrati.* Nota di VASCO RONCHI [1], presentata dal Socio A. GARBASSO [2].

Nella presente Nota sono riportate alcune ricerche sulle frangie di combinazione tra reticoli scentrati, le quali nello studio delle superficie e dei sistemi ottici si sono rivelate assai più sensibili che non quelle tra reticoli centrati [3].

a) RETICOLI RETTILINEI. — Ricordiamo che due tali reticoli si dicono *paralleli* quando lo sono i piani in cui giacciono, e si dicono *centrati* quando i tratti dell'uno sono paralleli ai tratti dell'altro. In quanto segue li supporremo sempre paralleli.

Già il Righi [4] e l'Occhialini [5] studiarono le frangie che si ottengono con reticoli scentrati; ma più rapidamente si può giungere agli stessi risultati nel seguente modo.

Si chiami frequenza *principale* m del reticolo quella contata in direzione normale ai tratti; secondo un'altra direzione inclinata di un angolo α

(1) Lavoro eseguito nel R. Istituto di Fisica in Arcetri (Firenze).

(2) Pres. nella seduta del 16 dicembre 1923.

(3) V. Ronchi, *Due nuovi metodi per lo studio delle superficie e dei sistemi ottici*. Annali della R. Scuola normale superiore univ. di Pisa, 1923; *Le frangie di combinazione nello studio delle superficie e dei sistemi ottici*, Rivista d'ottica e mecc. di prec., II, 4, 1923.

(4) Nuovo Cimento, III serie XXI, 1887, pag. 203.

(5) Rivista d'ottica e mec. di prec., I, 6. 1920, pag. 99.

$\left(|\alpha| \leq \frac{\pi}{2}\right)$ su quella principale si ha un'altra frequenza p, variabile con α, secondo la legge $p = m \cos \alpha$.

In particolare p è zero parallelamente ai tratti.

Sovrapponendo due reticoli di frequenze principali m e m' inclinati di un angolo 2φ uno rispetto all'altro, secondo una direzione qualunque, le loro frequenze p e p' sono $p = m \cos(\alpha + \varphi)$, $p' = m' \cos(\alpha - \varphi)$ se gli angoli si contano a partire da una direzione parallela alla bisettrice dell'angolo ottuso formato dalle direzioni dei tratti dei due reticoli.

Venendosi a combinare frequenze diverse, si hanno frangie, che *secondo quella direzione considerata* (cioè inclinata di α su quella di riferimento), hanno una frequenza $P = p' - p = (m' - m) \cos \alpha \cos \varphi + (m' + m) \operatorname{sen} \alpha \operatorname{sen} \varphi$.

Si ha $P = 0$ per

(1) $$\operatorname{tg} \alpha = (m - m')/(m + m') \operatorname{tg} \varphi$$

che ci dà l'inclinazione delle frangie sulla direzione di riferimento; e essendo $P = M$, cioè massima, per

$$\operatorname{tg} \alpha' = \operatorname{tg}\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = (m' + m) \operatorname{tg} \varphi/(m' - m),$$

sostituendo il valore di α' nell'espresssione generale di P si ottiene la frequenza principale delle frangie in funzione di m, m' e φ

(2) $$M = \sqrt{m'^2 + m^2 - 2mm' \cos 2\varphi}.$$

Se poniamo $m' = m + dm$, la (1) si può scrivere approssimativamente:

(3) $$\operatorname{tg} \alpha = -dm/2m \operatorname{tg} \varphi$$

e la (2)

(4) $$M = 2m \operatorname{sen} \varphi \sqrt{1 + dm/m}.$$

Per $m = m'$ si ha subito $\alpha = 0$, $M = 2m \operatorname{sen} \varphi$.

b) Reticoli circolari. — Supponiamo ancora i reticoli *paralleli* ma *non centrati*, dove ora con questa locuzione s'intende che i loro centri non sono allineati sopra una normale alla loro giacitura. Nello svolgimento dei calcoli supporremo che i tratti siano circonferenze prive di spessore; ma è immediata l'estensione al caso pratico. Se $2c$ è la distanza fra i centri C e C' dei due reticoli, considerati sovrapposti, riferendosi a una coppia di assi coordinati ortogonali coll'origine nel punto di mezzo fra C e C' e l'asse delle x parallelo alla congiungente CC', un reticolo si può rappresentare coll'equazione

(5) $$(x - c)^2 + y^2 = k^2 a^2,$$

dove $a = 1/m$ è la differenza di raggio fra due cerchi successivi, e k è il loro numero d'ordine. Se l'altro reticolo ha la stessa frequenza, si pone

$$(x + c)^2 + y^2 = (k + n)^2 a^2 \tag{5}$$

dove n è un parametro che assume valori interi fra 0 e un valor massimo che ora determineremo. Per $n = 0$ intendiamo significare che si considerano le intersezioni dei cerchi di ugual ordine dei due reticoli; in tal caso eliminando k tra le due equazioni si ha: $x = 0$, cioè la frangia si riduce a una retta coincidente coll'asse y.

Per $n > 0$, eliminando k fra le due equazioni (5), si ha

$$\frac{x^2}{\frac{n^2 a^2}{4}} + \frac{y^2}{\frac{n^2 a^2}{4} - c^2} = 1 .$$

Ora per $na/2 > c$, cioè $n > 2c/a$, questa è la equazione di una ellisse coi fuochi nei punti C e C'; quando $n < 2c/a$ si ha l'equazione di un'iperbole coi fuochi nei punti C e C'; le une e le altre sono presenti per ogni specie e posizione di reticoli, ma le ellissi sono praticamente visibili quando c ha valori assai grandi; e poichè per il nostro scopo bisogna riferirsi a valori di c piccoli, terremo solo conto delle iperboli. Dato che n deve essere intero, il numero delle iperboli che si presentano dipende dal valore di c e precisamente è uguale al numero delle radici intere della diseguaglianza:

$$n < 2c/a .$$

Gli assintoti di tali iperboli formano coll'asse delle x un angolo θ, tale che

$$\cos \theta = na/2c .$$

Il caso $n = 2c/a$ non merita menzione, perche la frangia relativa si riduce all'asse delle x.

Dunque quando di due reticoli R e R' identici e sovrapposti uno, per es.: R', si sposta lateralmente, mentre prima non si vede nessuna frangia, si comincia col vederne una larghissima, la cui linea media è rettilinea e normale alla direzione di spostamento (cioè all'asse delle x). Appena si ha $2c$ un pochino superiore ad a, ai lati di questa, che nel frattempo si è ristretta appaiono i due rami dell'iperbole $n = 1$, i quali sono schiacciatissimi, cioè quasi paralleli all'asse delle x; poi questi si allargano, finchè per $2c$ appena superiore a $2a$ una seconda iperbole si presenta, dapprima schiacciata, poi sempre più allargantesi; e così via; finchè dopo aver spostato molto il secondo reticolo, le iperboli sono tanto fitte che non risaltano più, mentre sono bene visibili le ellissi.

È bene notare che, stante la piccolezza di $2c$, la curvatura dei rami delle iperboli è inapprezzabile, salvo in vicinanza dei fuochi.

Nel caso che $a \neq a'$, supponendo l'origine degli assi nel centro del reticolo di costante maggiore a, l'equazione di questo allora diventa:

$$x^2 + y^2 = k^2 a^2 ,$$

mentre l'equazione dell'altro è $(x - 2c)^2 + y^2 = (k + n)^2 a'^2$.

Eliminando k fra le due equazioni, si avrebbero le equazioni delle frangie di vario ordine, che risultano curve di 4° grado; ma dato che la loro analisi è alquanto complicata, ci limiteremo a considerare la frangia di ordine $n = 0$, che nel caso precedente era una retta, mentre ora risulta una circonferenza di raggio ϱ

$$\varrho = 2a\, a'c/(a^2 - a'^2)$$

e col centro distante dall'origine di $x = 2a^2\, c/(a^2 - a'^2)$, cioè posto rispetto all'origine dalla stessa parte del centro del reticolo più fitto.

Ponendo $a' = a - da$, si ottiene, con approssimazione: $\varrho = c\, a/da$ o, introducendo la frequenza, $m = 1/a$:

(6) $$\varrho = c\, m/dm .$$

Le altre curve hanno un andamento che poco differisce da quello della frangia centrale, specialmente man mano che ci si allontana dal centro; come del resto succede nelle frangie fra reticoli di ugual frequenza.

Frangie con reticoli non sovrapposti. — Se due reticoli R e R′ di ugual frequenza m, paralleli e centrati, e distanti tra loro di 2η, vengono osservati da un punto P alla distanza D dal reticolo più vicino (R), come si è dimostrato [1], producono frangie di frequenza tale che in ciascuna di esse si vede un numero di tratti di reticolo dato da: $N = D/2\eta$.

Ora è appunto $N = m/M = m/dm$ dove m è la frequenza di R e dm è la differenza tra m e la frequenza m' di quel reticolo che sovrapposto a R produrrebbe frangie di frequenza M. In sostanza la presenza dell'interstizio 2η tra due reticoli uguali fa sì che, esaminati in luce convergente, il rapporto dm/m acquisti valori diversi da 0: donde la formazione delle frangie.

Se i reticoli sono centrati si hanno appunto frangie di frequenza:

$$M = dm = 2m\eta/D .$$

Se invece sono scentrati e rettilinei, le frangie sono inclinate sulla bisettrice dell'angolo ottuso formato dai tratti di un angolo α dato, per la (3), da

(7) $$\operatorname{tg} \alpha = - \eta/D \operatorname{tg} \varphi ;$$

e hanno la frequenza M data da

(8) $$M = 2\, m \operatorname{sen} \varphi \sqrt{1 + 2\eta/D} .$$

Se i reticoli sono infine scentrati e circolari, si hanno frangie curvate di cui la centrale ha un raggio ϱ di curvatura dato, per la (6), da:

(9) $$\varrho = cD/2\eta .$$

[1] Vedi Nota [3] della pag. 23.

Applicazione allo studio dei sistemi ottici. — Come coi reticoli centrati, trascurando la variazione di frequenza dovuta all'ingrandimento, la misura delle aberrazioni si aveva dalla formula $\eta = D/2N = D\,dm/2m$, cioè, a meno di una costante di proporzionalità, dalla misura di dm/m, analogamente può ottenersi dall'esame delle frangie dei reticoli non centrati, che pure dipendono dal rapporto dm/m secondo le formule precedenti. I vantaggi sono notevoli appunto perchè in queste formule entrano dei fattori arbitrarii che possono essere scelti nel modo più conveniente per aumentare la sensibilità.

Avendosi dalla (7): $\eta = -D\,\mathrm{tg}\,\varphi\,\mathrm{tg}\,\alpha$ la correzione del sistema ottico, che è data da η = Cost. per tutti gli elementi della sua superficie, si traduce in $\mathrm{tg}\,\alpha = \mathrm{cost.}$, cioè le frangie debbono ancora esser rettilinee; quando ciò non sia, la causa va ricercata in irregolarità e in aberrazioni, come coi reticoli centrati. Per es.: supponiamo che il sistema ottico abbia errori zonali o aberrazione sferica. Considerando una coppia di assi coordinati ortogonali coll'asse delle y parallelo ai tratti, trascurando l'angolo φ che nei casi notevoli è molto piccolo per avere grande sensibilità, si può rappresentare una frangia con una funzione $y(x)$ e quindi $\mathrm{tg}\,\alpha = dy/dx$.

Ne segue $\eta = -D\,\mathrm{tg}\,\varphi\,dy/dx$; in altri termini la funzione $\eta(x)$ con cui possiamo rappresentare la dipendenza delle η da (x), cioè l'espressione dell'aberrazione in esame, è la funzione derivata della $y(x)$ che rappresenta la frangia.

Così una anomalìa del sistema in esame si traduce in una variazione di pendenza della frangia, indipendentemente dalla sua larghezza. E in questo appunto consiste il notevole vantaggio rispetto alle frangie con reticoli centrati, delle quali si utilizza solo la larghezza, sia pure relativamente alla costante del reticolo; e il vantaggio è specialmente avvertito quando le zone con errori hanno un'apertura angolare molto piccola, perchè allora le frangie centrate perdono molta della loro sensibilità.

È bene notare che le ultime formule sono approssimate e perciò valevoli solo per piccoli valori di φ e di η, e quando si possa trascurare l'effetto dell'ingrandimento, cioè si possono considerare uguali le frequenze del reticolo immagine e di quello di confronto.

La (7) non contiene m, perchè l'inclinazione di una frangia non varia al variare della frequenza; ma in pratica la sensibilità del metodo dipende anche da questa, perchè, per la (8), le frangie sono tanto più sottili quanto più essa è grande: il che, mentre rende le misure più precise, evita che non si possa apprezzare l'inclinazione di una frangia in una certa zona, per la sua eccessiva larghezza.

Coi reticoli circolari si ha con analoghe considerazioni: $\eta = cD/2\varrho$; cioè la correzione del sistema ottico (η = Cost.) viene espressa da $\varrho = \mathrm{cost.}$ cioè dall'esser la frangia centrale un arco di circonferenza. Tutte le eventuali variazioni di curvatura corrispondono a variazioni di η.

Anche in questo caso valgono per la frequenza considerazioni analoghe a quelle fatte per i reticoli rettilinei.

In pratica la misura di pendenze e di curvature è assai più difficile e meno precisa che non quella di larghezze: ma mentre anche dal punto di vista quantitativo la maggior sensibilità in opportune condizioni compensa largamente la minor precisione delle misure dirette, dal punto di vista qualitativo è indiscutibile la superiorità di questo procedimento su quello dei reticoli centrati.

La scentratura dei reticoli circolari può esser applicata in ogni caso; anzi con frequenze elevate occorrono delicatissimi movimenti micrometrici per evitarla. Coi reticoli rettilinei si incontra qualche difficoltà nell'esame nel centro di uno specchio sferico o nel fuoco di una lente, perchè occorre impiegare due reticoli complanari disposti in modo che l'immagine di uno vada a cadere sull'altro, convenientemente scentrato rispetto al primo.

Chimica. — *La durezza delle leghe di piombo-bismuto e di cadmio-bismuto.* Nota di Clara Di Capua e Maria Arnone, presentata dal Corrisp. N. Parravano.

Seguendo lo stesso metodo sperimentale descritto da una di noi a proposito della durezza delle leghe di Tl-Pb e Tl-Cd in una Nota precedente (1), abbiamo studiato i diagrammi di durezza delle leghe di Bi-Pb e Bi-Cd.

I risultati delle esperienze sono riportati nelle tabelle 1 e 2 e riassunti nei diagrammi delle figure 1 e 2.

Durezza delle leghe di piombo e bismuto.

N. d'ordine delle leghe	Composizione in % Pb	Bi	Durezza in numeri Brinell	dopo 160 ore di ricottura
1	100	—	3,58	3,58
2	90	10	7,26	6,50
3	80	20	8,24	8,41
4	70	30	9,05	10,63
5	66	34	9,80	12
6	60	40	10,54	12
7	50	50	11.82	11,98
8	40	60	13,75	11,93
9	30	70	13,06	11,91
10	20	80	12,62	11,88
11	10	90	12,21	11,83
12	4	96	11,81	11,81
13	—	100	11,63	11,63

(1) Rend. Acc. Lincei, (5), *32*, 343 (1923).