ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI

ANNO CCCXXI

1924

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXXIII.

1° SEMESTRE.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1924

RENDICONTI
DELLE SEDUTE
DELLA REALE ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI
Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 30 maggio 1924.

V. Volterra, Presidente.

MEMORIE E NOTE DI SOCI

Matematica. — *Riduzione dei principii di relatività ai loro elementi logici e psicologici.* Nota del Corrisp. F. Severi [1].

La relatività del tempo è stata di recente contestata (da Bergson, La Rosa, ecc.) anche dal punto di vista logico e psicologico. Qualche passo poco felice del libriccino divulgativo di Einstein ha dato spiegabile appiglio a tali critiche. Ho creduto perciò che sarebbe forse stata utile l'analisi logico-psicologica dei principii della relatività e la loro formulazione esplicita in postulati. Rinviando ad altro luogo più ampie considerazioni, mi limito a presentar questo sistema di postulati e a dedurne la trasformazione di Lorentz (t. L.), che sintetizza la cinematica relativistica. Da notarsi che alla t. L. in una dimensione s'arriva senza intervento del fenomeno luminoso. Qualora poi si ammetta l'inesistenza di contrazioni trasversali di un corpo rigido in moto (rettilineo, uniforme), ne consegue, sempre senza ipotesi alcuna sulla luce, la t. L. in tre dimensioni.

1. Assumo come concetti primitivi le nozioni di *sensazioni contemporanee* e *successive* e quella di *ritmo delle sensazioni*, che si riconnette sopratutto alle delicate funzioni ritmiche dell'orecchio [2]. Da esse nasce il concetto astratto di *tempo psicologico*, di cui il ritmo delle sensazioni fornisce un modo naturale di misura. La possibilità di sensazioni identiche in tempi diversi permette di considerare le sensazioni a prescindere dall'ele-

[1] Presentata nella seduta del 18 maggio 1924.

[2] Queste nozioni, nei loro rapporti col tempo e collo spazio, sono state considerate da Ardigò e da Enriques.

mento temporale, che entra come costitutivo in ciascuna di esse. I dati che così s'ottengono, elaborati dall'intelletto, conducono, come ben si sa, alla nozione astratta di spazio, circa il quale noi poniamo il

Postulato 1°. Lo spazio geometrico, vuoto e immobile rispetto a un dato osservatore, apparisce a questo euclideo.

Per constatare l'immobilità rispetto a sè, di questo o di quel punto, non occorre che l'osservatore abbia fissato un modo di misura del tempo. Si tratta infatti di verificare l'invarianza delle distanze al decorrere del tempo (psicologico) dell'osservatore.

Come procedere ora ad una misura fisica del tempo? L'osservatore constata in certi fenomeni naturali una regolarità, un ritmo, accordantesi con quello che sente dentro di sè. Così, se un pendolo batte, l'orecchio giudica isocrone le sue oscillazioni.

Un qualunque fenomeno naturale, il cui ritmo s'accordi, in via immediata o mediata, con quello delle sensazioni dell'osservatore, viene da questo assunto come *fondamentale* per la misura del tempo. Il moto fondamentale è *uniforme* per definizione. Un *orologio* è un istrumento animato di moto uniforme, nei confronti col moto fondamentale. Esso misura il tempo rispetto ad un prescelto intervallo unità.

Definita la misura del tempo nel luogo dell'osservatore, si tratta di estenderla a tutti i punti dello spazio in quiete. Sia A l'osservatore considerato e B un altro osservatore, in quiete con lui, il quale, al pari di A, sia munito di un orologio. Suppongasi dapprima che i due orologi siano vicinissimi, così che le loro indicazioni possano essere simultaneamente seguìte, con opportuno dispositivo, da un medesimo osservatore. Allora A potrà verificare, per ognuno degli istanti del proprio orologio, se l'altro fornisca o no la stessa indicazione. Per A questo confronto riducesi ogni volta ad un giudizio di simultaneità o meno di due sensazioni. Se le sensazioni, che corrispondono a eguali indicazioni dei due orologi, son sempre simultanee, i due orologi diconsi *identici* per A.

Ma occorre poter trasferire il giudizio d'identità degli orologi da A a B; e ciò si fa mediante il

Postulato 2° (della simiglianza degli osservatori). Due eventi vicinissimi ad A, B, i quali dieno luogo a sensazioni simultanee o successive per l'un osservatore, dànno luogo a sensazioni simultanee o risp. successive (nello stesso ordine temporale) per l'altro. Un moto, accordantesi col ritmo delle sensazioni di A, s'accorda pure col ritmo delle sensazioni di B.

Segue che i due orologi, identici per A, lo sono pure per B; che un moto, uniforme per l'un osservatore, lo è pure per l'altro; ecc.

Se i due osservatori A, B son lontani, s'immaginerà intercalata fra i due, lungo il segmento AB, una successione di osservatori, tali che due consecutivi sieno vicinissimi. S'arriva così a definire l'identità degli orologi di osservatori lontani e si prolunga a tutto lo spazio in quiete con A, il tempo locale di A.

2. Consideriamo adesso due osservatori A, B, di cui l'uno, B, muovasi di moto rettilineo uniforme, rispetto ad A, lungo un regolo rigido r, avente l'origine O vicinissima ad A. Il regolo r è graduato coll'unità di misura di A: graduazioni positive a destra di A (nel verso del moto di B), negative a sinistra. Vicino ad ogni graduazione pensiamo un osservatore, in quiete con A, munito d'un orologio identico a quello di A. Infine l'osservatore B si trascini dietro un regolo r', rigido rispetto a lui, scorrente lungo r e di origine O′, vicinissima a B. L'intuizione ci conduce ad enunciare il

Postulato 3°. Il regolo r' apparisce rigido anche ad A.

Che cosa significa la *rigidità* di un corpo mobile, come r'? Essa equivale alle seguenti condizioni indipendenti:

1) La distanza di due punti M′, N′, comunque fissati su r', apparisce ad A indipendente dal tempo t; cioè due degli osservatori scaglionati lungo r, i quali si vedan passare dinanzi i due punti nello stesso istante, hanno fra di loro, lungo r, una distanza indipendente da t (ma una sede dipendente invece da t). Questa è la distanza costante dei due punti M′, N′, quale apparisce ad A.

2) Segmenti di r', eguali rispetto a B, appariscono eguali anche ad A. Ne segue che, detta v la velocità costante di B rispetto ad A, *tutti i punti di r' hanno la stessa velocità v, rispetto ad* A.

3. Nelle consuete deduzioni della t. L., si afferma qui, senz'altro, che A muovesi rispetto a B colla stessa velocità v (in valore assoluto), con cui B muovesi rispetto ad A. Conviene analizzare quest'affermazione.

Per un certo tempo, anteriore all'istante $t = 0$ dell'orologio di A, i due osservatori sieno stati fermi nello stesso luogo ($O = O'$) ed abbiano ivi constatata l'identità delle loro unità di misura lineare. Inoltre B abbia graduato il proprio regolo r', come r. L'osservatore B parta all'istante $t = 0$ di A. Allora la graduazione zero di r' impiega il tempo $t = 1/v$ per andare dalla graduazione zero alla graduazione 1 di r. Ma la conoscenza di t non implica affatto che si conosca il tempo τ registrato dall'orologio di A fra l'istante $t = 0$ e l'istante in cui A si vede passar davanti la graduazione -1 di r'. Ciascuna delle affermazioni $\tau = t$, $\tau < t$, $\tau > t$ è logicamente compatibile (e indipendente) coi 3 postulati. La scelta dell'una o dell'altra dipende in modo esclusivo da un accertamento sperimentale, e non già da alcuna imperiosa ragione logica.

Poichè ad A la distanza fra le graduazioni -1 e 0 di r' apparisce eguale a $v\tau$, mentre per B questa distanza è $1 = vt$, così $\lambda = \tau/t$ esprime *la lunghezza dell'unità di misura di* B, *quale apparisce ad* A. La deformazione lorentziana si presenta dunque come una possibilità logica, a prescindere da ogni ipotesi sulla luce, bastando anzi por mente alla misura del tempo per uno solo dei due osservatori.

4. Volendo ora considerare la misura del tempo anche per B, si deve in primo luogo, in conformità dell'intuizione fisica del moto e della perfetta reciprocità delle impressioni, che ricevono i due osservatori, enunciare il

POSTULATO 4°. Se B muovesi, rispetto ad A, di moto rettilineo uniforme, esso giudica reciprocamente che A si muova, rispetto a lui, di moto rettilineo uniforme. A ciascuno dei due osservatori l'unità di misura dell'altro apparisce alterata nello stesso rapporto.

Ne segue che r è rigido anche per B. Indicati inoltre con v' la velocità di A rispetto a B e con t'_0 il tempo segnato dall'orologio di B, all'atto della partenza da $O = O'$, si può mutar l'origine dei tempi e la marcia dell'orologio di B, in guisa che risulti $t'_0 = 0$, $v' = -v$. Fatte queste scelte, si dirà che l'orologio di B è *identico* a quello di A. Come rilevasi dalle successive formule (7), questa definizione, per $v = 0$, riducesi alla nozione d'identità di due orologi in quiete relativa (n. 1).

Detto E un evento, che accada lungo $r = r'$, il quale abbia coordinate (x, t) rispetto ad A ed (x', t') rispetto a B, la x verrà eguale alla somma delle distanze OO′, O′E, quali appariscono ad A. Sicchè

$$x = vt + \lambda x', \quad \text{ovvero:} \quad (1)\ x' = \frac{x - vt}{\lambda}.$$

Mutando le veci dei due osservatori, si trova similmente

$$x = \frac{x' + vt'}{\lambda}. \tag{2}$$

L'eliminazione di x' fra le (1), (2), porge

$$t' = \frac{1}{\lambda}\left(t + \frac{\lambda^2 - 1}{v}\, x\right); \tag{3}$$

e similmente

$$t = \frac{1}{\lambda}\left(t' - \frac{\lambda^2 - 1}{v}\, x'\right). \tag{4}$$

5. Sia ora C un punto di coordinate (x, t) rispetto ad A, ed (x', t') rispetto a B, mobile lungo r, con velocità costante u, rispetto ad A; e sia u' la velocità di C rispetto a B, quale vien misurata da quest'ultimo osservatore. Dalle (1) (3) seguono le

$$\frac{dx'}{dt} = \frac{u - v}{\lambda}, \quad \frac{dt'}{dt} = \frac{1}{\lambda}\left(1 + \frac{\lambda^2 - 1}{v}\, u\right) \tag{5}$$

e quindi

$$u' = \frac{u - v}{1 + \dfrac{\lambda^2 - 1}{v}\, u}. \tag{6}$$

Dunque u' è costante; cioè ogni moto, uniforme rispetto ad A, lo è pure rispetto a B, come quando A, B erano in quiete reciproca.

La prima delle (5), scritta la forma $\frac{d(\lambda x')}{dt} = u - v$, ci dice che *per la velocità del punto mobile* C, *rispetto a* B, *quale la misura l'osservatore* A, *vale la legge galileiana di composizione* (cosa pressochè evidente a priori), mentre la (6) prova che tale legge non vale, finchè $\lambda \neq 1$, se la stessa velocità vien apprezzata da B. La legge galileiana diventa pur essa relativa all'osservatore.

6. Il concetto d'identità di due orologi, in reciproco moto rettilineo uniforme, assume carattere transitivo, mercè il

Postulato 5°. Se B, C si muovono di moto uniforme rispetto ad A, lungo la retta r, e ciascuno di essi ha un orologio identico a quello di A (n. 4), gli orologi di B, C risultano identici tra loro (e quindi le velocità reciproche di B, C sono eguali, in valore assoluto, poichè già si sa (n. 5) che B, C risultano in reciproco moto uniforme).

Questi 5 postulati son validi tanto nella cinematica classica ($\lambda = 1$) quanto nella relativistica ($\lambda < 1$). La loro compatibilità risulta a priori appunto dalla loro validità nella meccanica classica, che l'esperienza secolare ci assicura non esser contraddittoria. Il loro insieme costituisce, nell'àmbito cinematico, una precisa delimitazione del *principio galileiano di relatività*.

Ritorniamo alle ipotesi del n. 5. Per il post. 5° la velocità di B, relativa a C (apprezzata da C) eguaglia $-u'$. Scambiando le veci di B, C rispetto ad A, in virtù della (6), viene $-u' = \frac{v-u}{1 + \frac{\mu^2 - 1}{u} v}$, in cui μ è la lunghezza dell'unità di misura di C, apprezzata da A. Il confronto delle due espressioni di u' porta alla relazione $\frac{1-\lambda^2}{v^2} = \frac{1-\mu^2}{u^2}$. Se ne deduce che, considerati tutti gli osservatori in reciproco moto uniforme lungo r, l'espressione $\frac{1-\lambda^2}{v^2} = \frac{1}{c^2}$, calcolata in relazione ad una coppia di tali osservatori, è invariante al mutar della coppia. Introdotta la costante c ($c = \infty$ per $\lambda = 1$; c reale, positiva per $\lambda < 1$; c immaginaria per $\lambda > 1$), le (1) (3), (6) diventano

$$(7) \qquad x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad t' = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad u' = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}},$$

l'ultima delle quali prova che *havvi una ed una sola velocità misurata da una medesima costante c rispetto a tutti gli osservatori, in reciproco moto uniforme su r*. Inoltre la velocità stessa risulta una velocità limite.

7. Consideriamo infine le cose in 3 dimensioni. All'uopo occorrono i seguenti postulati:

Postulato 6°. Se un regolo s', rigido per l'osservatore B, vien trascinato da B in guisa che scivoli in un piano fisso, restando perpendicolare ad r, l'osservatore A giudica pur esso il regolo s' rigido e perpendicolare ad r.

Postulato 7°. La velocità della luce nel vuoto è indipendente dalla velocità della sorgente e dalla direzione della propagazione (che è rettilinea).

Postulato 8°. Ciascuno degli osservatori A, B, in reciproco moto rettilineo uniforme (dotati di unità di misura e di orologi identici), ottiene, nel proprio ambiente, il medesimo valore per la velocità della luce, emessa da una sorgente in quiete con lui.

Il post. 7° consegue dal modo con cui si è considerato per tanto tempo il fenomeno luminoso, come vibrazione dell'etere. Nella relatività einsteiniana esso è un dato fisico primitivo, a prescindere dall'etere. I postulati introdotti possono interpretarsi a volontà nel mondo dell'etere lorentziano o nel mondo einsteiniano.

Il post. 8° estende alla propagazione della luce il principio galileiano: è il così detto *primo principio di relatività* accettato da tutti i fisici, relativisti o no.

Si verifica subito, sulla scorta dei postulati, che la costante c delle formule (7) è la velocità della luce e si ottiene così il *secondo principio di relatività*.

Dai postulati 6°, 7°, 8° deducesi inoltre l'inesistenza di contrazioni trasversali. Invero, l'osservatore A sia munito d'un altro regolo rigido s, graduato come r, uscente da O e perpendicolare ad r; similmente s' esca da O′ e sia graduato come r'. Nell'istante t_0, quando B passa dinanzi alla graduazione M di r, scocchi una scintilla in O′, da un apparecchio in quiete con B. Quando la fronte del raggio luminoso raggiunge la graduazione 1 di s', l'orologio di A segni t ed O′ si trovi dinanzi alla graduazione N di r. Ponendo nella seconda delle (7) $x = vt$ e $x = vt_0$, si ha $t' = t\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$, $t'_0 = t_0\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$; e dunque, da quando la scintilla è scoccata, al momento in cui la luce raggiunge la graduazione 1 di s', per B corre il tempo $t' - t'_0 = (t - t_0)\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$. E poichè $t' - t'_0 = \frac{1}{c}$, risulta $t - t_0 = \frac{1}{\sqrt{c^2 - v^2}}$. Per l'osservatore A il fenomeno luminoso, cui ha dato origine la scintilla, si svolge in modo che il raggio luminoso, che raggiunge la graduazione 1 di s', si muove con velocità c percorrendo il segmento MP, essendo P la posizione di tal graduazione rispetto ad A, nello istante t considerato. Onde, se A giudica NP di lunghezza μ, poichè $\mathrm{MN} = v(t - t_0)$, $\mathrm{MP} = c(t - t_0)$, risulta, in base al teorema di Pitagora,

$$\mu = (t - t_0)\sqrt{c^2 - v^2},$$

cioè $\mu = 1$. Non c'è pertanto contrazione trasversale e le (7) possono completarsi aggiungendo le $y' = y$, $z' = z$, e ottenendosi infine la t. L. in 3 dimensioni.

8. Al postulato 7° si sostituisca il

POSTULATO 7° *bis*. La velocità della luce nel vuoto si compone colla velocità della sorgente secondo la legge galileiana,

lasciando immutati tutti gli altri. Si ottengono allora gli elementi logici fondamentali della cinematica di Ritz. Da essi traesi facilmente $\lambda = 1$ e quindi l'invarianza delle lunghezze anche in senso longitudinale, e l'assoluto del tempo. Viceversa, ammessi i postulati 1°, ..., 6°, 8° e l'invarianza delle dimensioni di un corpo mobile di moto traslatorio uniforme, ne derivano, come necessarie conseguenze, l'ipotesi balistica e la meccanica classica.

Chimica. — *Sui gas nobili delle esalazioni vulcaniche.* Memoria di A. PIUTTI ed E. BOGGIO-LERA.

Questo lavoro sarà pubblicato nei volumi delle *Memorie*.

Farmacologia. — *Nuove osservazioni farmacologiche con il solfo* (1). Nota del Socio L. SABBATANI (2).

L'azione farmacologica, terapeutica e in rarissimi casi anche tossica del solfo dipende in primo tempo e direttamente dalla formazione di acido solfidrico, che si ha sempre, qualunque sia lo stato allotropico, la forma fisica, cristallina, amorfa o colloidale dello solfo, e qualunque sia la via, ed il modo col quale viene applicato od introdotto negli animali d'esperimento, nell'uomo e negli ammalati.

Ciò è notissimo, e ben pochi sono quei terapisti che, tratti in inganno da alcune parvenze sperimentali, affacciano ancora oggi qualche dubbio e qualche riserva; non forse a torto, perchè in realtà fino ad ora la dimostrazione di questo passaggio dello zolfo ad acido solfidrico nell'animale vivo si è avuta solo indirettamente dai prodotti di eliminazione in cui compare il solfidrico, o si è dedotta per analogia da esperienze in vitro. Ch'io sappia, una dimostrazione diretta non è ancora stata data; ma si può avere, parmi, facile e sicura.

Il problema era questo. Negli esperimenti farmacologici ordinarî, mentre si applica e si inietta del solfo (sopra una mucosa, sotto la pelle, nei muscoli, nelle sierose, nelle vene o nelle arterie) iniettare contemporaneamente

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di Farmacologia della R. Università di Padova.
(2) Presentata nella seduta del 13 aprile 1924.