ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCI.

1894

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME III.

1° SEMESTRE

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1894

Meccanica. — *Sulla legge di razionalità rispetto alle proprietà elastiche dei cristalli.* Nota di CARLO SOMIGLIANA, presentata dal Socio BELTRAMI.

Matematica. — *Sulla linea elastica.* Nota del dott. ORAZIO TEDONE, presentata dal Socio BIANCHI.

Queste Note saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

Meccanica. — *Attrazione di una piramide retta a base regolare sul centro della base.* Nota del dott. NAZZARENO PIERPAOLI, presentata dal Socio BLASERNA.

« In una Nota precedente [1] ho data la formola generale dell'attrazione di una piramide retta a base regolare, nonchè di un cono circolare retto, di densità uguale ad uno, sopra un qualunque punto dell'altezza, deducendone come casi particolari l'attrazione sul vertice e sul centro della base; e calcolai allora quale rapporto doveva aversi tra l'altezza ed il perimetro della base perchè l'attrazione sul vertice fosse massima.

« A completare siffatte ricerche ho voluto calcolare anche quale valore deve avere questo stesso rapporto perchè sia massima l'attrazione sul centro della base, e scopo della presente Nota è appunto quello di esporre i risultati ottenuti in questo riguardo.

« Dalla Nota ricordata risulta che l'attrazione di una piramide retta a base regolare sul centro di quest'ultima può mettersi sotto la forma:

$$1)\qquad A_B = 2\pi \frac{\frac{H}{R}\cos\frac{\pi}{n}}{\cos^2\frac{\pi}{n}+\left(\frac{H}{R}\right)^2}\left\{\frac{H}{R}\log\frac{1+\operatorname{sen}\frac{\pi}{n}}{\cos\frac{\pi}{n}} - \right.$$

$$\left. -\frac{\frac{H}{R}\operatorname{sen}\frac{\pi}{n}}{\sqrt{1+\left(\frac{H}{R}\right)^2}}\log\left(\frac{H}{R}\cdot\frac{\frac{H}{R}+\sqrt{1+\left(\frac{H}{R}\right)^2}}{\sqrt{1+\left(\frac{H}{R}\right)^2}-1}\right)+\frac{\pi}{n}\cos\frac{\pi}{n}\right\}R$$

[1] Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, vol. II, fasc. 3°, 1° semestre, pag. 130.

in cui $\frac{H}{R}$ è il rapporto fra l'altezza della piramide ed il raggio del circolo circoscritto alla base, ed n il numero delle faccie laterali.

« Ho preferito anche in questo caso calcolare il rapporto $\frac{H}{R}$ anzichè il rapporto $\frac{H}{P}$ tra l'altezza ed il perimetro, e ciò per maggiore semplicità. Del resto quest'ultimo rapporto si deduce facilmente dal primo colla relazione

$$\frac{H}{P} = \frac{H}{R} \frac{1}{2n \operatorname{sen} \frac{\pi}{n}} .$$

« Inoltre il volume della piramide medesima è espresso da

$$V = \frac{1}{3} n R^3 \left(\frac{H}{R}\right) \operatorname{sen} \frac{\pi}{n} \cos \frac{\pi}{n} , \tag{2}$$

quindi la condizione del massimo

$$\frac{\partial A_B}{\partial H} \frac{\partial V}{\partial R} - \frac{\partial A_B}{\partial R} \frac{\partial V}{\partial H} = 0 \tag{3}$$

conduce direttamente alla seguente espressione:

$$F\left(\frac{H}{R}\right) = \frac{H}{R} \frac{5 \cos^2 \frac{\pi}{n} - \left(\frac{H}{R}\right)^2}{\cos^2 \frac{\pi}{n} + \left(\frac{H}{R}\right)^2} \log \frac{1 + \operatorname{sen} \frac{\pi}{n}}{\cos \frac{\pi}{n}} - \frac{\frac{H}{R} \operatorname{sen} \frac{\pi}{n}}{\sqrt{1 + \left(\frac{H}{R}\right)^2}} \left\{ \frac{\cos^2 \frac{\pi}{n} - \left(\frac{H}{R}\right)^2}{\cos^2 \frac{\pi}{n} + \left(\frac{H}{R}\right)^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{2 - \left(\frac{H}{R}\right)^2}{1 + \left(\frac{H}{R}\right)^2} \right\} \log \left(\frac{H}{R} \cdot \frac{\frac{H}{R} + \sqrt{1 + \left(\frac{H}{R}\right)^2}}{\sqrt{1 + \left(\frac{H}{R}\right)^2} - 1} \right) + 2 \frac{\pi}{n} \cos \frac{\pi}{n} \frac{\cos^2 \frac{\pi}{n} - 2 \left(\frac{H}{R}\right)^2}{\cos^2 \frac{\pi}{n} + \left(\frac{H}{R}\right)^2} +$$

$$\left. + \frac{\frac{H}{R} \operatorname{sen} \frac{\pi}{n}}{1 + \left(\frac{H}{R}\right)} \left\{ 2 - 4 \frac{H}{R} + \frac{\left(\frac{H}{R}\right)^2}{\sqrt{1 + \left(\frac{H}{R}\right)^2} - 1} - \frac{1}{\frac{H}{R} + \sqrt{1 + \left(\frac{H}{R}\right)^2}} \right\} \right. = 0$$

Ottenuta così la condizione alla quale deve soddisfare il rapporto $\frac{H}{R}$ perchè l'attrazione sia un massimo, sono passato a calcolare questo rapporto per alcuni valori particolari di n, e precisamente per $n = 3, 4, 5, 6, 8, 10$, e nella tabella che segue sono riportati questi valori alla seconda colonna, mentre nella terza colonna ho trascritti i valori corrispondenti del rapporto fra l'altezza ed il perimetro. I valori poi della quarta colonna, cioè le attrazioni esercitate sul centro della base da queste diverse piramidi, li ho dedotti

dalla 1), sostituendo in essa per i diversi valori di n i rispettivi valori di $\frac{H}{R}$, dopo di avervi messo al posto di R quel valore che si ricava dalla 2). Il valore di cotale attrazione massima viene così espresso in funzione del volume V della piramide che si suppone dato.

« Riguardo poi al cono circolare retto, siccome l'attrazione da esso esercitata sul centro della base è data da

$$B_B = 2\pi \frac{\frac{H}{R}}{1+\left(\frac{H}{R}\right)^2}\left\{1+\frac{H}{R}-\frac{\frac{H}{R}}{\sqrt{1+\left(\frac{H}{R}\right)^2}}\log\left(\frac{H}{R}\cdot\frac{\frac{H}{R}+\sqrt{1+\left(\frac{H}{R}\right)^2}}{\sqrt{1+\left(\frac{H}{R}\right)^2}-1}\right)\right\}R$$

ed il volume è espresso da

$$V = \frac{1}{3}\pi R^3\left(\frac{H}{R}\right),$$

la condizione del massimo ([3]) ci dà senz'altro:

$$\left\{2+5\frac{H}{R}-4\left(\frac{H}{R}\right)^2-\left(\frac{H}{R}\right)^3\right\}+$$

$$+\frac{\frac{H}{R}}{\sqrt{1+\left(\frac{H}{R}\right)^2}}\left\{4\left(\frac{H}{R}\right)^2-5\right\}\log\left(\frac{H}{R}\cdot\frac{\frac{H}{R}+\sqrt{1+\left(\frac{H}{R}\right)^2}}{\sqrt{1+\left(\frac{H}{R}\right)^2}-1}\right)+$$

$$+\frac{H}{R}\left\{2-4\frac{H}{R}+\frac{\left(\frac{H}{R}\right)^2}{\sqrt{1+\left(\frac{H}{R}\right)^2}-1}-\frac{1}{\frac{H}{R}+\sqrt{1+\left(\frac{H}{R}\right)^2}}\right\}=0$$

e l'ultima linea della tabella in corrispondenza al valore $n=\infty$ si riferisce appunto al cono.

TABELLA.

$n=$	$\frac{H}{R}=$	$\frac{H}{P}=$	$A_B=$
3	1,727872	0,3325291	2,472312. $\sqrt[3]{V}$
4	2,162760	0,3823255	2,515545 »
5	2,362074	0,4018600	2,524552 »
6	2,470430	0,4117384	2,527438 »
8	2,578400	0,4211052	2,529143 »
10	2,628500	0,4253002	2,529588 »
∞	2,717741	0,4325420	2,529885 »

« Nota. - L'attrazione di un cono circolare retto sul centro della base può porsi anche sotto la forma:

$$B_B = 2\pi\, H \operatorname{sen} \alpha \left\{ \cos\alpha + \operatorname{sen}\alpha - \operatorname{sen}\alpha \,.\, \cos\alpha \log. \left[\cot \frac{\alpha}{2} \,.\, \cot \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2} \right) \right] \right\}$$

in cui α è l'angolo formato dall'asse con l'apotema del cono, e sotto questa forma corrisponde a quella trovata dal Lampe (1).

« Nel Minchin (2) si trova invece

$$B_B = 2\pi\, H \operatorname{sen} \alpha \left\{ \cos\alpha + \operatorname{sen}\alpha - \operatorname{sen}\alpha \,.\, \cos\alpha \left[1 + \log.\cot \frac{\alpha}{2} \cot \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2} \right) \right] \right\}$$

ma evidentemente quell'unità in parentisi non può essere che un errore di stampa ».

Fisica. — *Sopra la distribuzione del magnetismo indotto nel ferro.* Nota di M. Ascoli, presentata dal Socio Blaserna.

« 1. Nell'ultimo fascicolo degli Annali di Wiedemann per il 1893, il sig. O. Grotrian (3) espone i risultati di una serie molto accurata di esperienze, colla quale, riprendendo gli studi del Feilitzsch (1850) studia la questione della *penetrazione* del magnetismo indotto nel ferro da un rocchetto magnetizzante. Il risultato, concorde con quello del Feilitzsch, è che la magnetizzazione si limita in gran parte agli strati superficiali, cioè non *penetra* che a piccola profondità.

« Questa conclusione è basata sopra una falsa interpretazione dei risultati sperimentali.

« Credo utile farlo notare e dimostrarlo perchè il fatto, se fosse vero, sarebbe molto importante.

« Le esperienze del sig. Grotrian sono fatte sopra un cilindro di ferro pieno, lungo 10 cm. circa e del diametro di 3, e sopra cilindri cavi dello stesso ferro, della stessa lunghezza, ma aventi pareti di diverso spessore. Il Mm (momento magnetico) del cilindro pieno si trova di molto poco superiore, specie per non grandi f. m. (forze magnetizzanti) a quello dei tubi a parete sottile; ciò significa che la massa centrale non ha quasi effetto sul Mm, cioè (secondo il Grotrian) non si magnetizza. Quest' ultima deduzione è erronea.

« L'aggiunta della massa centrale, cioè l'aumento della sezione *metallica* del corpo, ha per conseguenza un grande aumento del magnetismo libero e

(1) Verhandlungen der physikalischen Gesellschaft in Berlin, Band III, 1884, p. 48.
(2) Minchin. Statics, vol. 2, pag. 260.
(3) *Der Magnetismus eiserner Hohl-und Vollcylinder.* W. A. 1893, n. 12, p. 705.