

ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCI.

1894

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME III.

1° SEMESTRE



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1894

Matematica. — *I numeri di Grassmann in Geometria intrinseca.* Nota di E. CESARÒ, presentata a nome del Socio F. SIACCI.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Fisica. — *Sul magnetismo dei cilindri di ferro.* Nota di M. ASCOLI, presentata dal Socio BLASERNA.

« 8. La questione trattata nelle Note precedenti ⁽¹⁾ mi indusse ad eseguire qualche nuova esperienza, che conferma pienamente le mie considerazioni e di cui qui riferisco i risultati.

« Prima però torna a proposito una osservazione intorno ad un articolo del sig. Ernst Schulz pubblicato nell'*Elektrotechnische Zeitschrift* dell'8 febbraio, e che ho letto dopo la presentazione delle Note precedenti. Ho mostrato in queste (§ 3 e 6) come il vantaggio di sostituire nelle dinamo nuclei cavi ai pieni non poteva sussistere; le esperienze del sig. Schulz confermano pienamente tale mia asserzione; ma non posso accordarmi quanto alla spiegazione del fatto, ossia del disaccordo colle previsioni del sig. Grotrian. Il sig. Schulz crede che la ragione stia nella diversa lunghezza dei nuclei relativamente al diametro; i cilindri del sig. Grotrian sono lunghi, quelli delle dinamo sono molto più corti. Secondo me, la ragione è opposta; il fatto o meglio l'apparenza osservata dal sig. Grotrian dipende dall'aver adoperato cilindri troppo corti; nelle dinamo i nuclei sono corti, ma il circuito magnetico è chiuso in sè stesso; è notissimo che un anello di metallo equivale magneticamente ad un cilindro infinitamente lungo; nelle dinamo il circuito non è così perfetto come in un anello, ma lo è di gran lunga più che in un cilindro lungo tre volte il diametro. Ho già esposto le ragioni di questa interpretazione; la dimostrazione sperimentale e decisiva è data nelle pagine seguenti.

« Ho fatto tre serie di esperienze. Nella prima ho confrontato il magnetismo di un cilindro cavo con quello di uno pieno di ugual sezione e lunghezza, estendendo lo studio a diverse lunghezze.

« Nella seconda ho ripetuto il medesimo confronto per tubi di diverso spessore di parete.

« Nella terza ho trattato direttamente la questione della distribuzione del magnetismo indotto nell'interno di un cilindro di ferro.

« In questa Nota riferisco sulle prime due.

⁽¹⁾ Nel fascicolo di marzo dei Wied. Ann. il sign. Du Bois pubblica osservazioni analoghe a quelle contenute nelle mie Note, presentate il 18 febbraio.

« 9. *Materiale.* I cilindri pieni e vuoti esaminati sono formati di fili di ferro sottili (diametro cm. 0,097) legati strettamente tra loro. Ho già osservato al § 2 come le differenze magnetiche tra corpi così costituiti e corpi compatti siano trascurabili per ricerche di questo genere. Per formare i tubi o cilindri vuoti, sopra un cilindro di legno o una canna di vetro di diametro uguale al diametro interno del tubo da formarsi, infilavo due o più anelli di caoutchouc, e sotto questi facevo passare i fili, uno per volta, parallelamente all'asse del cilindro fino a coprire con uno strato di essi tutta la superficie; al di sopra di questo primo strato ne collocavo uno secondo, un terzo, un quarto, a seconda dei casi. Così risultava un bellissimo tubo compatto che, per i maggiori spessori, avrebbe anche potuto esser sfilato dal cilindro di legno senza sfasciarsi. Con questo metodo si può con tutta facilità scomporre e ricomporre *coll'identico materiale* tubi e cilindri cavi e pieni; riunendo p. e. tra loro tutti i fili formanti un tubo si ha un cilindro pieno dello stesso materiale e della stessa sezione metallica. Questa inoltre, senza bisogno di alcuna misura si può ritenere molto approssimativamente proporzionale al numero dei fili. I fili sono sempre in gran numero e tratti tutti dalla medesima matassa; perciò le piccole differenze magnetiche che possono esistere tra l'uno e l'altro tendono a compensarsi, ciò risulta dalle molte esperienze da me eseguite su tali corpi sia in questo studio sia altrove (1).

« 10. *Metodo.* Ho adottato il metodo balistico, colle disposizioni generali già citate nel § 2. La spirale magnetizzante era lunga cm. 30,5 e portava 44 spire per centimetro; il suo campo, senza nucleo, si poteva ritenere per buon tratto uniforme. Al centro di ciascun cilindro era collocata una spirale indotta congiunta col galvanometro balistico; questa era per lo più avvolta sopra il cilindro stesso, talvolta invece sopra un tubo di vetro nel quale il cilindro si introduceva. La deviazione balistica era sempre ottenuta mediante l'inversione della corrente primaria data da 30 elementi Daniell in serie di debolissima resistenza (circa ohm. 0,4 per elemento). L'inversione era sempre ripetuta due volte in senso opposto; il risultato è la media delle due letture, sempre concordanti quando si adottino le precauzioni descritte nella Nota citata al § 2. Le spirali indotte erano composte di filo di rame isolato del diametro metallico di cm. 0,03; quelle adoperate nelle due prime serie di esperienze erano composte di 32 spire sopra due strati, quelle della terza di 20 spire sopra un solo strato. La loro resistenza era piccolissima (circa ohm. 0,4) rispetto a quella totale del circuito secondario (circa 417 ohm.) per modo che bastava che le loro lunghezze fossero approssimativamente uguali, per poter ritenere costante la resistenza totale.

« I numeri che si riferiscono alla terza serie furono tutti moltiplicati pel rapporto $\frac{32}{20}$ per renderli senz'altro confrontabili con quelli delle altre

(1) V. *L'Elettricista* 1893, pag. 138 e 201.

due. Inoltre, siccome nei diversi casi, per ridurre le deviazioni nei giusti limiti, era necessario introdurre delle resistenze nel circuito indotto (fino a 2000 ohm.), si son ridotti tutti i numeri alla resistenza minima, dividendoli per rapporto tra questa e la totale.

« Ho anche determinato approssimativamente il coefficiente di riduzione in misura assoluta cgs. nel modo già indicato al § 2; questo coefficiente è 3.86 per la I e II serie, 16.54 per la III. Ho però creduto inutile di fare tale riduzione nelle tabelle riportate in seguito.

« Le misure furono fatte tutte al centro del nucleo; per uno studio più completo sarebbe necessario eseguirle anche in diversi punti della lunghezza; ma pel nostro scopo bastano quelle fatte.

« 11. *Correzione pel campo.* La deviazione balistica dà il flusso totale passante attraverso l'elica secondaria. Ossia, se indichiamo con S' la sezione di questa, con S quella del ferro, con I il valor *medio* dell'intensità magnetica in questa sezione, con B quello dell'induzione magnetica e con H quello della forza magnetizzante, la detta deviazione misura $4\pi IS + HS'$, oppure, essendo $B = 4\pi I + H$, $BS + H(S - S')$. Quindi, se si vuol misurare B , dalla quantità osservata si deve sottrarre il termine $H(S - S')$, se si vuol misurare I , il termine HS' . Ma, nell'un caso e nell'altro, H deve essere il valor medio della f. m. *vera*, non quello della primitiva, cioè di quella che si ha nel rocchetto senza nucleo. Perciò, se per H si prendesse la forza calcolata colle formole valevoli per un rocchetto senza nucleo, cioè per HS' il valore ottenuto al galvanometro balistico quando si tolga il nucleo e si lasci la stessa elica indotta, si commetterebbe un errore, che, nel caso di nuclei corti come il nostro, sarebbe gravissimo. Per la medesima ragione non è giusto di sottrarre dal momento magnetico di un elettro-magnete, quello dell'elica magnetizzante senza nucleo, per ottenere quello del solo ferro; quando il ferro è introdotto, l'elica magnetizzante primitiva, per così dire, non esiste più; ne esiste una affatto diversa.

« Per determinare la correzione $H(S - S')$ ho proceduto nel modo seguente. Anzitutto ho determinato la deviazione balistica data da un'elica uguale a quelle adoperate nelle esperienze, ma senza nucleo; il valore della deviazione, ridotto come ho detto sopra, è, in parti della scala 44.4; senza nucleo, tale valore sarebbe esattamente proporzionale all'area dell'elica. Il diametro di questa era di cm. 2,24. Per eliche aventi i diametri uguali a quelli del vuoto interno dei tubi (tenuto conto dello spessore del filo formante l'elica), cioè cm.:

1.59	1.76	1.94	2.11
------	------	------	------

si avrebbero avute le deviazioni:

22.1	27.4	33.3	39.4
------	------	------	------

ottenute dalla precedente moltiplicandola pel rapporto dei quadrati dei diametri.

Tutto ciò coll'inversione di una corrente primaria di amp. 1.10, cioè in un campo di 64.16 c. g. s.

« Ho poi determinato direttamente il flusso passante nel vuoto interno dei diversi tubi, avvolgendo un'elica indotta uguale alla precedente sopra i cilindri di legno formanti il vuoto stesso, e costruendo sopra all'elica stessa i tubi nel modo detto al § 9. Colla medesima corrente ho trovato pel primo e l'ultimo tubo della lunghezza di 10 cm. i valori

1.4 e 4.5

che danno la correzione esatta da farsi alle letture per ottenere il valore di BS. Come si vede la correzione è ridotta da 22.1 a 1.4 e da 39.4 a 4.5 ed è diventata quasi insensibile rispetto ai valori che darò in seguito. Per ottenere I, si dovrebbe sottrarre anche la parte HS'; questa per i nuclei pieni si dedurrebbe nel modo detto al § 5 e sarebbe piccolissima; per i vuoti non si può dedurla che approssimativamente, ritenendo che il suo valore stia a quello relativo ad un cilindro pieno di ugual lunghezza e sezione metallica come stanno fra di loro le intensità magnetiche indotte da una stessa corrente nei due corpi. Il rapporto tra queste si ottiene dai numeri della prima serie, non corretti. Tale correzione però nella massima parte dei casi è trascurabile ed a ogni modo non può avere nessuna influenza sull'indole dei risultati.

« 12. *I Serie.* Ho mostrato (§ 2), e mostrerò direttamente più innanzi, come una serie di tubi di diversa sezione metallica si comporti in modo analogo ad una serie di cilindri pieni di ugual sezione. Ma non vi può essere identità di andamento, perchè la reazione di un corpo indotto sul campo induttore non dipende solo dalla sezione ma anche dalla forma del corpo. Ma al diminuire di questa reazione anche tale differenza diminuirà, tendendo ad annullarsi insieme alla reazione stessa che ne è la causa. La reazione diminuisce all'aumentare della lunghezza del nucleo in rapporto al diametro; si può dunque prevedere che diminuirà anche la differenza tra il magnetismo di un tubo e di un cilindro pieno di ugual sezione metallica, e che, per corpi molto lunghi, la differenza sarà nulla. Nella I serie di esperienze ho esaminati 4 tubi formati, nel modo detto sopra, di un solo strato di fili di ferro tutti dello stesso diametro esterno e composti tutti di 67 fili, ma di diverse lunghezze, cioè di cm. 6.5, 10, 20, 30. Dopo eseguita la misura sopra ciascun tubo, riunivo i medesimi 67 fili in un fascio cilindrico che sottoponevo a misura con un'elica indotta uguale; era così assicurata l'uguaglianza perfetta della sostanza e della sezione dei due corpi confrontati. Il diametro metallico dei cilindri risultava di 8 mm. e la loro lunghezza relativa al diametro stesso 8.1, 12.5, 25.0, 37.5. Su ciascun corpo ho sperimentato con 5 correnti magnetizzanti diverse.

« I risultati sono raccolti nella tabella VII.

TABELLA VII.

<i>i</i>	<i>l</i> = 6.5					<i>l</i> = 10				
	T	C	T'	C'	$\frac{T'}{C'}$	T	C	T'	C'	$\frac{T'}{C'}$
0.010	37.1	23.2	36.0	22.5	1.60	56.7	37.5	55.5	36.7	1.51
0.025	100.9	60.1	99.3	59.2	1.68	165.1	101.8	163.3	100.7	1.62
0.050	217.3	124.4	215.0	213.7	1.75	368.8	219.0	366.3	364.8	1.68
0.080	357.7	202.9	354.2	352.2	1.76	601.4	361.3	597.8	595.6	1.66
0.110	496.9	281.4	492.4	489.9	1.77	834.0	506.0	829.5	826.7	1.65

<i>i</i>	<i>l</i> = 20					<i>l</i> = 30				
	T	C	T'	C'	$\frac{T'}{C'}$	T	C	T'	C'	$\frac{T'}{C'}$
0.010	109.1	75.8	101.0	70.4	1.47	222.6	165.8	204.4	151.8	1.34
0.025	372.0	—	360.0	—	—	752.3	542.5	729.3	522.5	1.39
0.050	842.3	576.8	837.2	832.1	1.46	1326.0	1133.0	1292.4	1105.0	1.17
0.080	1330.0	—	1312.0	—	—	1440.0	1410.0	1402.5	1376.0	1.02
0.110	1480.0	1273.5	1458.4	1255.5	1.16	1496.0	1484.0	1456.0	1416.0	1.02

Coefficienti di riduzione in misura assoluta: per le f. m. 58.3 per il flusso 3.86.

« Nella colonna *i* sono scritte le intensità in unità assolute c. g. s., T e C sono i numeri osservati, e già ridotti nel modo detto al § 10; il primo si riferisce ai tubi, il secondo ai fasci cilindrici di ugual sezione e lunghezza; T' e C' sono gli stessi valori corretti come è detto al § precedente. È facile vedere che, facendo o trascurando queste correzioni, il risultato non varia; perciò l'approssimazione con cui queste sono determinate è sufficiente. Nelle colonne $\frac{T'}{C'}$ sono scritti i rapporti. Per tutte le intensità *la* e specialmente per le maggiori, questi rapporti al crescere della lunghezza, tendono manifestamente verso l'unità. Così si verifica in modo chiarissimo che il magnetismo dei tubi e quello dei cilindri di ugual sezione tendono a diventare uguali al crescere della lunghezza cioè al diminuire della reazione. Se, specie per le intensità minori, anche per *l* = 30 cioè $\frac{l}{d} = 37.5$ non si è ancora molto vicini all'uguaglianza (il rapporto $\frac{T'}{C'}$ è 1.34), ciò è dovuto al fatto che per tale lunghezza

la reazione è ancora molto grande; infatti dalle linee del § 5 si deduce che la f. m. dal valore è ridotta nel rapporto di 10 e 3.3 circa. E pur naturale che per le maggiori intensità il rapporto $\frac{T'}{C'}$ tenda più rapidamente all'unità, perchè l'intensità magnetica tende al valor di saturazione.

« Dimostrato così che la differenza magnetica tra tubi e cilindri pieni, dipende dalla diversa reazione sul campo, e che tende ad annullarsi quando questa si annulli, segue che lo stesso risultato si otterrà diminuendo la reazione in altro modo, come ad esempio foggiano il nucleo a circuito chiuso o quasi chiuso come nelle dinamo. La dimostrazione sperimentale di questa conseguenza si può ritenere contenuta nelle esperienze sopra citate del sig. Schulz (v. § 8). Sarebbe facile dimostrare anche direttamente che il circuito di una dinamo equivale ad un cilindro di lunghezza molto considerevole rispetto al diametro, sebbene i nuclei degli elettro-magneti sieno molto corti⁽¹⁾.

« 13. *II Serie.* Nella serie precedente la notevole differenza tra il magnetismo dei tubi e dei cilindri di piccola lunghezza è spiegata dalla piccolezza dello spessore della parete del tubo rispetto al diametro del cilindro. È naturale che adoperando tubi di maggior spessore ed uguale diametro esterno, la differenza diminuirà. Ho fatto qualche esperienza con 4 tubi diversi formati di 1, 2, 3 e 4 strati di fili. Ne raccolgo i risultati nella tabella VII, anche perchè con queste esperienze vengono ripetute, sotto altra forma, quelle del sig. Grotrian. Alle esperienze sui 4 tubi nella tabella sono aggiunte quelle sopra un cilindro pieno, di uguale diametro esterno, formato anch'esso con fili di ferro. Tutti i cilindri sono lunghi 10 cm. ed hanno il diametro esterno di 2,24; i dati circa il cilindro pieno sono ricavati dalla III serie di cui riferirò in seguito. In questa si ripetono anche le misure sopra i quattro tubi formati con altrettanti fili. Nella tabella VII sono scritte le medie dei valori ottenuti. Per mostrare la esattezza delle misure, riporto i valori delle due serie fatte sul tubo di 4 strati, ossia di 230 fili:

	$i = 0.110$	0.080	0.050	0.025	0.010
II serie	871.0	626.0	385.0	185.7	71.2
III "	879.0	629.0	386.0	185.7	71.2
medie	875.0	627.5	385.5	185.7	71.2

La concordanza è perfetta, quando si consideri che tra l'una e l'altra serie il tubo fu sfasciato e rifatto con altri fili. Pel cilindro pieno (377 fili) ho 4 misure altrettanto concordanti.

⁽¹⁾ In alcune esperienze sopra una piccola dinamo coi nuclei lunghi 2 diametri, ho trovato un circuito magnetico equivalente a quello di un cilindro di 20 diametri circa.

« La correzione rispetto al campo (v. § 11) è sempre piccolissima, il suo massimo valore, quello pel tubo di 4 strati, è, per le solite 5 correnti:

2.8 2.2 1.5 1.1 0.8.

Sebbene senza effetto, nei numeri della tabella VII ne è tenuto conto.

TABELLA VIII.

CILINDRI CAVI.						
s	f	0.010	0.025	0.050	0.080	0.110
1	66	55.7	163.1	361.5	594	824
2	127	64.1	176.7	377.8	618	860
3	185	68.2	181.3	383.1	626	870
4	230	70.8	185.1	384.8	627	874
pieno	377	73.6	187.3	382.5	619	855
CILINDRI PIENI.						
	66	37.0	102.3	219.2	358.5	497.9
	127	47.4	125.5	262.2	428.7	592.5
	185	52.9	141.1	293.2	478.5	664.9
	230	59.9	155.9	320.3	519.6	724.3
	377	73.6	187.3	382.5	619.5	855.0
Coefficiente di riduzione in misura assoluta: per le f. m. 58.3 per il flusso 3.86.						

« I rapporti delle sezioni sono quelli dei numeri f di fili. Nella seguente tabella sono raccolti i rapporti tra i numeri ottenuti pei tubi e pei cilindri di ugual sezione.

1.	1.50	1.59	1.64	1.65	1.66
2.	1.35	1.56	1.43	1.43	1.45
3.	1.28	1.28	1.29	1.30	1.31
4.	1.18	1.22	1.20	1.20	1.20
pieno	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

« Al crescere dello spessore della parete questi rapporti tendono rapidamente all'unità, come era da prevedersi. Si comprende perciò che se si ripetessero le esperienze della I serie con maggiori spessori della parete, i rapporti $\frac{T'}{C'}$ della tabella VII si accosterebbero molto più rapidamente all'unità.

« I dati relativi ai tubi dimostrano a evidenza la piccolezza dell'aumento del magnetismo all'aumentare della sezione; anzi risulta che, passando dai tubi al cilindro pieno, si ha una diminuzione invece che un aumento. Questo fatto, inesplicabile con l'ipotesi del Grotran, si spiega benissimo ammettendo che il grande aumento della reazione non sia compensato dall'aumento relativamente minore della sezione.

« Ma i dati relativi ai cilindri pieni mostrano un andamento analogo, sebbene meno spiccato; l'aggiunta di strati superficiali va producendo nel flusso aumenti man mano decrescenti e sempre assai minori di quello che vorrebbe il rapporto delle sezioni. Dal primo all'ultimo cilindro pieno, la sezione varia nel rapporto di 1 a 6 circa; mentre il flusso non arriva mai a raddoppiare, specie poi per le intensità maggiori esaminate.

« Se dalle esperienze sui tubi si potesse concludere che il magnetismo è tutto concentrato negli strati superficiali di un cilindro, da quelle sui cilindri pieni si verrebbe dunque, come ho osservato al § 2, alla conclusione opposta, cioè che il magnetismo è concentrato specialmente nelle regioni più interne. La contraddizione è eliminata dalla esposta interpretazione del fenomeno ».

Fisica. — *Sull'assorbimento dei raggi di forza elettrica nei conduttori* (1). Nota di A. GARBASSO, presentata dal Corrispondente NACCARI.

« Si sa che il procedimento seguito da Maxwell nell'edificare la sua teoria, una volta introdotto il concetto di spostamento dielettrico, fu quello di estendere ai dielettrici, convenientemente generalizzate, alcune proprietà dei metalli: ora è successo questo fatto curioso che, mentre per il caso dei corpi non conduttori la teoria si è verificata nel modo più completo, per ciò che riguarda i metalli essa si trova, apparentemente, in difetto.

« Uno studio particolarmente interessante dal punto di vista teorico è quello delle proprietà ottiche dei metalli: l'importanza di queste ricerche dipende da ciò che nelle diverse serie di fenomeni elettromagnetici che conosciamo è questa la sola, o quasi, in cui la forza elettrica entra nelle equazioni per sé e per la sua derivata, in altri termini le correnti di conduzione e quelle di spostamento hanno qui dei valori paragonabili.

« Quando si introduce nelle equazioni il termine che corrisponde alla corrente di conduzione, esse non sono più integrabili con funzioni circolari, bensì con espressioni della forma

$$e^{-as} \sin b(s - Vt); \quad (*)$$

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di fisica dell'Università di Bonn.