ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCI.

1894

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME III.

2° SEMESTRE

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1894

« Consideriamo ora sopra una generatrice $v =$ costante il punto u_d in cui essa taglia la direttrice rettilinea e il punto u_k dove taglia l'assintotica A_k. Poichè pel primo punto si ha $f = 0$ e pel secondo punto si ha la 13), così l'eq.^{i} complessiva dei due punti sarà

$$14) \qquad 2Fgf + (kF - G)f^2 = 0 .$$

« I parametri u, u_1 della coppia coniugata armonica alla 14) saranno ligati dall'eq.^{e} polare

$$15) \qquad F(g_1 f + f_1 g) + (kF - G) f_1 f = 0 .$$

« Questa permette di scrivere l'eq^e. del piano tangente nel punto u, v co' parametri u_1, v. Da essa infatti si trae

$$Ff(g_1 + kf_1) - (Gf - Fg) f_1 = 0$$

ed eliminando con l'aiuto di essa il rapporto $\dfrac{Gf - Fg}{Ff}$ dalla 11) si ha per l'eq^e. del piano tangente

$$(g_1 + kf_1)(\varphi_2 y_1 - \varphi_1 y_2) - f_1(\varphi_3 y_2 - \varphi_2 y_3 + \varphi_1 y_4) = 0 .$$

« Or questa è l'eq^e. del piano polare del punto $u_1 . v$ rispetto al complesso. Da questo istante noi possiamo trarre per la superficie di Cayley le stesse conclusioni che per quelle a direttrici distinte; soltanto quì la trasformazione è data dalla 15) con la curva unita 14). È inutile trascrivere queste conclusioni. Soltanto faccio osservare che, analogamente alla 14^{bis}) della Nota precedente possiamo quì scrivere

$$x_1 = -\eta_4 , \; x_2 = \eta_3 , \; x_3 = -\eta_2 + k\eta_4 , \; x_4 = \eta_1 - k\eta_3$$

che è la più generale reciprocità che muta l'assintotica A_k e la superficie in se stessa (¹) ».

Elettrotecnica. — *Sull'impiego dell'elettrometro a quadranti come strumento differenziale* (²). Nota dell'ing. RICCARDO ARNÒ, presentata dal Socio G. FERRARIS.

« Siano A, B e C tre punti di un circuito in cui agisce una forza elettromotrice e siano A e B le estremità di una resistenza r inserita nel circuito stesso. Se, per mezzo della variazione di tale resistenza, si fanno successivamente variare le due differenze di potenziali $V_A - V_B$ e $V_B - V_C$, esistenti rispettivamente fra i punti A, B e B, C, è sempre possibile, per mezzo di

(¹) Un caso particolare fu trovato a proposito delle 5) e 7); esso corrisponde a $k = 0$.

(²) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Elettrotecnica del R. Museo industriale italiano in Torino.

una sola esperienza, con un elettrometro a quadranti ordinario, che non ha bisogno di essere tarato, e con un metodo di riduzione allo zero, di constatare quando, corrispondentemente ad un determinato valore della resistenza AB, quelle due differenze di potenziali risultano uguali fra di loro.

« Se si pongono infatti i due punti A e C rispettivamente in comunicazione con le due coppie Q_1, Q'_1, e Q_2, Q'_2 di quadranti opposti dell' elettrometro ed il punto B in comunicazione con l'ago h dell'elettrometro stesso, e se si indica con W il momento della coppia deviatrice, si può scrivere:

$$W = k\left[(V_A - V_B)^2 - (V_C - V_B)^2\right],$$

ove k è una costante. Donde si vede che $W = 0$, e che non si ha quindi alcuna deviazione dell'equipaggio mobile dell'apparecchio, allorquando

$$V_A - V_B = \pm (V_B - V_C).$$

« Dunque la condizione necessaria e sufficiente perchè le due differenze di potenziali in questione siano uguali è che, pur facendo le connessioni di cui si è detto, l'ago dell'elettrometro rimanga nella sua posizione di equilibrio.

« È facile dimostrare, e ciò è più importante, che il metodo ora esposto si applica anche allorquando si tratta di constatare l'uguaglianza di due differenze di potenziali alternative efficaci $V_A—V_B$ e $V_B—V_C$, esistenti rispettivamente fra i punti A, B e B, C di un circuito in cui agisce una forza elettromotrice alternativa.

« Dicendo infatti w il momento della coppia deviatrice in un determinato istante, alla fine di un certo tempo t, e v_a, v_b, v_c rispettivamente i valori dei potenziali in A, B, C nel medesimo istante, si può scrivere:

$$w = k\left[(v_a - v_b)^2 - (v_c - v_b)^2\right].$$

Ciò posto, moltiplicando ambo i membri di questa equazione per dt ed integrando fra i limiti O e T, ove T è il periodo della forza elettromotrice alternativa, si ha:

$$\int_0^T w\,dt = k\left[\int_0^T (v_a - v_b)^2\,dt - \int_0^T (v_c - v_b)^2\,dt\right],$$

od ancora, dividendo ambo i membri per T:

$$\frac{1}{T}\int_0^T w\,dt = k\left[\frac{1}{T}\int_0^T (v_a - v_b)^2\,dt - \frac{1}{T}\int_0^T (v_c - v_b)^2\,dt\right].$$

Indicando quindi con W il valore medio del momento della coppia deviatrice, si ha finalmente:

$$W = k\left[(V_A - V_B)^2 - (V_C - V_B)^2\right],$$

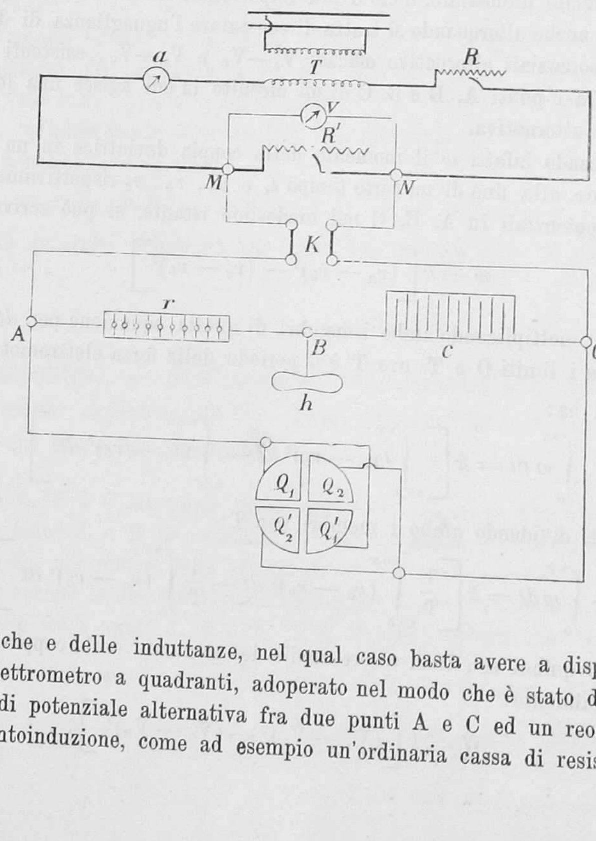
dalla quale equazione si deduce che $W = O$ quando

$$V_A - V_B = \pm (V_B - V_C).$$

« Dunque anche in questo caso la condizione necessaria e sufficiente perchè le due differenze di potenziali alternative efficaci di cui si tratta siano uguali è che non si abbia alcuna deviazione dell'equipaggio mobile dello strumento.

« Il modo stesso, con cui è stata dimostrata l'applicabilità del metodo nel caso di differenze di potenziali alternative, pone in evidenza un fatto notevole, quello cioè che il metodo stesso, lungi dall'essere soltanto applicabile nel caso in cui la forza elettromotrice che si prende a considerare sia sinusoidale, è affatto generale e quindi rigorosamente applicabile qualunque sia la legge con cui varia la forza elettromotrice medesima in funzione del tempo.

« Il metodo suesposto, che molto opportunamente si potrebbe denominare *metodo dell'elettrometro differenziale*, può ricevere varie utili applicazioni, tra le quali, per esempio, quelle che si riferiscono alla misura delle capacità



elettrostatiche e delle induttanze, nel qual caso basta avere a disposizione, oltre all'elettrometro a quadranti, adoperato nel modo che è stato detto, una differenza di potenziale alternativa fra due punti A e C ed un reostato AB privo di antoinduzione, come ad esempio un'ordinaria cassa di resistenza.

« Per sperimentare, dopo aver disposto quest'ultima tra i due punti A e C ed in serie col condensatore o con la spirale, di cui si deve determinare rispettivamente la capacità e l'induttanza, si pongono i due punti A e C in comunicazione con ciascuna coppia di quadranti opposti dell'elettrometro ed il punto B in comunicazione con l'ago dell'elettrometro stesso. Così disposte le cose, in generale l'equipaggio mobile dell'apparecchio devierà di un certo angolo, ma si potrà sempre far variare per tentativi la resistenza AB fino a che l'ago ritorni nella sua posizione di equilibrio. Dal valore r della resistenza, che si trova inserita tra A e B quando tale condizione è soddisfatta, si deduce allora immediatamente la capacità c del condensatore o l'induttanza L della spirale, su cui si esperimenta.

« Detta infatti I l'intensità efficace della corrente alternativa si può scrivere:

$$V_A - V_B = r\,I\,.$$

Inoltre, incominciando a considerare il caso della misura della capacità elettrostatica di un condensatore, si ha pure, trattando la forza elettromotrice alternativa che agisce nel circuito come sinusoidale:

$$V_B - V_C = \frac{1}{2\pi n c}\,I\,,$$

ove π è il rapporto della circonferenza al diametro, ed n la frequenza della corrente alternativa. E poichè, quando l'ago dell'elettrometro è a zero:

$$V_A - V_B = V_B - V_C\,,$$

si deduce immediatamente:

$$r = \frac{1}{2\pi n c}\,,$$

ossia:

$$c = \frac{1}{2\pi n r}\,.$$

Se r è espresso in ohm, c risulta espresso in farad. Volendo invece c espresso, come torna più comodo nella pratica, in microfarad, si scriverà:

$$c = \frac{10^6}{2\pi n r}\,.$$

« Nel caso della misura dell'induttanza di una spirale si ha invece, trattando ancora come sinusoidale la forza elettromotrice alternativa che agisce nel circuito e dicendo r' la resistenza reale della spirale che si considera:

$$V_B - V_C = \sqrt{r'^2 + 4\pi^2 n^2 L^2}\;I\,.$$

E quindi:

$$\sqrt{r'^2 + 4\pi^2 n^2 L^2} = r\,,$$

donde si ricava:

$$L = \frac{1}{2\pi n}\sqrt{r^2 - r'^2}\,.$$

Se r ed r' sono espressi in ohm, L risulta espresso in henry.

« Come esempio di applicazione del metodo suesposto credo utile dare i risultati di due esperienze, che ho eseguite, per verificare l'esattezza del metodo stesso, sopra due condensatori a mica, l'uno di $^1/_3$ microfarad della Casa Elliott di Londra e l'altro di $^1/_2$ microfarad della Casa Carpentier di Parigi.

« La forza elettromotrice alternativa, necessaria per produrre la differenza di potenziale alternativa efficace $V_A - V_C$, necessaria per i miei esperimenti, era generata nella spirale secondaria di un trasformatore Ganz T, la spirale primaria del quale era alimentata dalla corrente alternativa fornita da un alternatore Thury della Società Piemontese di Elettricità. Come si vede dalla figura, le cose erano disposte in guisa che, pur avendo fra le estremità della spirale secondaria di T una differenza di potenziale costante, si potesse, mediante due reostati R ed R', variare a piacimento la differenza di potenziale alternativa efficace $V_A - V_C$, rappresentata dalla differenza di potenziale fra le estremità M ed N del reostato R' e misurata per mezzo di un voltometro di Cardew v. In a è rappresentato un amperometro, in K un interruttore a mercurio, in r una cassa di resistenza della Casa Carpentier, in c il condensatore da sperimentare, in Q_1, Q'_1 e Q_2, Q'_2 le due coppie di quadranti opposti di un elettrometro a quadranti di Mascart ed in h l'ago dell'elettrometro stesso, supposto, per maggior chiarezza della figura, portato fuori dell'apparecchio. La lettura era fatta col metodo di Thomson con specchio concavo e scala trasparente, la cassa metallica dello strumento era posta in comunicazione con la terra e tutti gli apparecchi erano, per mezzo di blocchi di paraffina e di lastre di ebanite, accuratamente isolati.

« Le esperienze furono eseguite con una differenza di potenziale alternativa efficace fra i due punti A e C uguale a 100 volt. La frequenza della corrente alternativa era 42. In tali condizioni l'ago dell'elettrometro rimaneva nella sua posizione di equilibrio in corrispondenza di un valore di r uguale a 11.180 ohm per il condensatore di $^1/_3$ microfarad, ed uguale a 7.820 ohm per il condensatore di $^1/_2$ microfarad.

« Si ricava quindi, nel primo caso:

$$c = 0{,}339 \text{ microfarad},$$

e nel secondo caso:

$$c = 0{,}485 \text{ microfarad}.$$

« E poichè, tanto nella prima quanto nella seconda esperienza, si osservava una deviazione sensibile dell'immagine luminosa sulla scala allorquando si faceva variare la resistenza r di 10 ohm, ne risulta che le approssimazioni con cui quei risultati furono ottenuti sono di 0,0004 microfarad (0,12 %) per la prima esperienza e 0,0006 microfarad (0,12 %) per la seconda esperienza ».