

ATTI  
DELLA  
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCI.

1894

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME III.

2° SEMESTRE



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1894

« 7. Per giustificare l'*in generale* con cui abbiamo creduto accompagnare gli enunciati precedenti, supponiamo, p. es., che su  $\varphi$  sia  $H_1$  l'armonico di  $A_3$  ed  $H_2$  l'armonico di  $A_4$  rispetto ad  $A_1 A_2$ ; allora evidentemente sarà:

$$\Omega_1 \equiv \begin{matrix} A_1 & A_2 & A_3 & A_4 & A_5 \\ A_2 & A_1 & A_4 & A_3 & A_5 \end{matrix} \begin{pmatrix} H_1 & H_2 \\ H_2 & H_1 \end{pmatrix}$$

un'omografia che cangia  $S$  in sè stessa; e sarà perciò allora  $\Omega_1 \Omega$  un'altra omografia, diversa dalla  $\Omega$ , che cangia  $S$  in  $S'$ .

**Elettricità.** — *Sulla determinazione delle costanti dielettriche col mezzo delle oscillazioni rapide* (1). Nota del dott. ADOLFO CAMPETTI, presentata dal Corrispondente NACCARI.

1. Allorquando, adottando la disposizione di Lecher, si siano determinati i nodi delle oscillazioni elettriche che si propagano lungo i fili secondari, si osserva facilmente che qualunque cambiamento, sia della capacità, sia dell'autoinduzione del primario o del secondario porta con sè un cambiamento nel sistema delle onde, cambiamento che si rende manifesto collo spostamento dei nodi. A questo proposito si hanno, fra le altre, esperienze di Cohn ed Heerwagen (2), Salvioni (3), Ebert e Wiedemann (4).

« Approfittando di tali fenomeni, ho pensato che si potrebbero facilmente determinare o confrontare la capacità di dati condensatori in queste condizioni, ed avere quindi un metodo abbastanza semplice di determinare costanti dielettriche per durate di carica così brevi. Ma prima di occuparmi di tale argomento credo opportuno di far vedere come ci si possa render conto dello spostamento dei nodi prodotto dall'inserire una capacità in un punto qualunque del secondario. A tale scopo basterà, come in caso analogo ha fatto anche il Salvioni, partire dai due postulati richiamati e giustificati dal Cohn ed Heerwagen (l. c.) e cioè: a) *L'energia dei due sistemi (fili e condensatore) ha una somma indipendente dal tempo*; b) *La differenza di potenziale tra le estremità dei fili attaccati al condensatore è uguale alla differenza di potenziale tra le lastre del condensatore*; ed applicare poi al nostro sistema le espressioni date dagli autori per la differenza di potenziale

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di Fisica dell'Università di Torino.

(2) Cohn e Heerwagen, Wied. 43, 1891.

(3) Salvioni, Rendiconti dei Lincei 1892.

(4) Ebert und Wiedemann, Wied. Ann. 48, 1893.

tra due punti affacciati dai fili e per la energia elettrica e magnetica del sistema. Queste sono

$$\begin{aligned} \Phi &= 2B \log \frac{b}{a} \operatorname{sen} nt \operatorname{sen} mz && \text{con } m = \frac{2\pi}{\lambda} \\ W &= \frac{B^2}{4} \log \frac{b}{a} \operatorname{sen} \frac{2mz}{m} \cos^2 nt + A && n = \frac{2\pi}{T} \end{aligned}$$

ove B è costante, A indipendente dal tempo  $t$ ,  $z$  la lunghezza contata sul filo,  $b$  la distanza,  $a$  il raggio di fili secondari,  $\lambda$  e T la lunghezza d'onda e la durata d'oscillazione (completa). — Nel nostro caso si ponga il condensatore di capacità C alla distanza  $x$  dell'ultimo nodo di un sistema, il qual nodo disti di  $l$  dall'estremo dei fili; e sia  $d$  la distanza (fissa) del condensatore da questo estremo: l'equazione da verificare sarà

$$\frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{1}{2} C \Phi^2(x) + W(l) \right\} = 0$$

la quale, poichè in ogni caso  $l = n + d$ , ci dà

$$(\alpha) \quad C \log \frac{b}{a} \operatorname{sen} \frac{2\pi x}{\lambda} = \frac{\lambda}{8\pi} \operatorname{sen} \frac{4\pi(x+d)}{\lambda}$$

che fornisce per ogni valor di C una relazione tra  $x$  e  $\lambda$ .

« Questa relazione è assai complicata ; solo quando C sia abbastanza piccolo,  $\lambda$  abbastanza grande e si prenda pure  $d$  assai grande, si potrà dire che, aumentando C, il nodo si avvicinerà al condensatore. Ammettendo per semplicità di ragionamento che si tratti di un nodo unico nel secondario, si potrà dire che l'inserire una capacità tra i fili corrisponde ad aumentare la loro lunghezza di guisa che la prima parte del sistema (cioè palline dall'eccitatore, fili adduttori, lastre primarie, lastre secondarie coi fili sino al nodo) che secondo le idee di Cohn, Herwagen e Salvioni è in risonanza colla parte rimanente del secondario, deve, per mantenere questa risonanza, aumentare la sua lunghezza d'onda e quindi ha luogo uno spostamento del nodo, finchè il compenso sia stabilito. †

« In modo analogo al precedente si potrebbe esaminare l'influenza di un condensatore sopra un nodo successivo: ma nelle esperienze eseguite non si è fatto uso della formola ( $\alpha$ ) e si è proceduto un po' diversamente come vedremo poi.

« Prima però diciamo qualche cosa sullo scopo del presente lavoro.

« È noto che la teoria elettromagnetica della luce porta come conseguenza alla relazione  $n^2 = d$  fra il quadrato dell'indice di rifrazione e la costante dielettrica di un dato mezzo; e si sa pure che tale relazione non è verificata se non per gli isolanti più perfetti, quando per  $n$  si prenda l'indice ottico e per  $d$  il valore calcolato coi metodi usuali. Dopo le esperienze di Hertz vari sperimentatori cercarono di determinare l'indice di rifrazione di varie sostanze

per i raggi elettrici: e, senza parlare dei metodi adoperati, ricorderò che così è stato trovato da Ellinger <sup>(1)</sup>  $n = 4,9$  per l'alcool a 96% e  $n = 8,7$  per l'acqua; da Rubens <sup>(2)</sup>  $n = 2,05$  (olio di ricino);  $n = 1,71$  (olio di oliva);  $n = 1,49$  (petrolio); da Cohn <sup>(3)</sup>  $n = 8,50$  per l'acqua: da U. Yule <sup>(4)</sup> infine  $n = 8,33$  per l'acqua,  $n = 5,17$  per l'alcool a 95%. Ora, è vero che facendo il quadrato dell'indice di rifrazione ottenuto per es. per l'acqua e l'alcool, si ottengono numeri non molto distanti dalla costante dielettrica determinata con lente oscillazioni, ma quando si noti che per es.: Lecher <sup>(5)</sup> ha trovato che per alcune sostanze, come vetro, petrolio, la costante dielettrica aumenta crescendo il numero delle alternazioni, si vede come una completa verificaione della  $n^2 = d$  sia ancora molto dubbia: e per conseguenza non mi è parso inutile di tentare di determinare direttamente, anche per liquidi poco isolanti, la costante dielettrica a mezzo delle oscillazioni Hertziane; tanto più che finora non si hanno che alcune misure di I. I. Thomson per il vetro, lo zolfo e l'ebanite, di Lecher per il vetro e il petrolio, e di Blondot ancora per il vetro. Quanto all'acqua, le esperienze di Lecher devono essere state affette da una causa di errore, perchè egli trova per la costante dielettrica dell'acqua un valore infinito.

\* Nelle mie esperienze i liquidi sottoposti ad esperienza sono stati: petrolio comune, benzolo, olio di oliva, alcool iso-butilico, alcool metilico, alcool etilico ed acqua, non che alcune soluzioni di acido cloridrico nell'acqua e negli alcool.

\* 2. La disposizione delle mie esperienze per quel che riguarda il primario e il secondario era quella di Lecher: le lastre erano di zinco di 40 centimetri di lato: i fili secondari del diametro di 1<sup>mm</sup>,4 partendo dal centro delle lastre secondarie si piegavano fino a raggiungere dopo 30 centimetri la distanza di cent. 31,5 che mantenevauo poi per tutta la lunghezza rimanente (cent. 455). Alle estremità dei fili si trovavano due piccole bottiglie di Leida, costituite da due tubetti di vetro ricoperti di stagnola; l'armatura interna essendo costituita dal filo stesso; le armature esterne erano in comunicazione l'una con una coppia di quadranti, l'altra coll'altra coppia di quadranti e coll'ago di un elettrometro Edelmann situato a qualche metro di distanza. Quando un ponte mobile scorrevole sui fili si trovava in un nodo, si aveva all'elettrometro un massimo di deviazione; e la determinazione di questo massimo si poteva fare con molta esattezza. In tali condizioni e per una distanza delle lastre di 16 centimetri si avevano ben distinti quattro nodi alle distanze 15, 125, 264, 364. Inserendo un condensatore alla distanza 100 (cioè dopo il

(1) Ellinger, Wied. Ann. 45 e 46, 1892.

(2) Arons e Rubens, Wied. Ann. 42, 1891.

(3) Cohn, Wied. Ann. 45, 1892.

(4) U. Yule, Phil. Mag. 1893, e Wied. Ann. 1893.

(5) Lecher, Wied. Ann. 1891, 42.

primo nodo che è isolato nel secondario e cui corrisponderebbe una lunghezza d'onda  $\lambda = 1760$ ) si avevano spostamenti del nodo verso il condensatore e cioè

capacità	nodo
1,83	17
2,60	19

come la teoria faceva prevedere. Nelle misure eseguite si trovò più opportuno di appendere alle estremità dei fili due lastre di zinco di 150 centimetri quadrati: in tal modo il sistema di onde si cambiava (i nodi apparivano a 7, 145, 275, 366) in modo che all'elettrometro si avevano deviazioni maggiori.

\* Per eseguire il confronto delle capacità si procedette così. Si inseriva tra due punti opposti dei fili (per es. alla distanza 100) un condensatore formato da due dischi di ottone perfettamente piani, dei quali si poteva variare a piacere la distanza: la capacità di questo condensatore si calcolava colla formula di Kirchhoff (Ges. Abh. pag. 112)

$$C = \frac{r^2}{4e} + \frac{r}{4\pi} \left\{ -1 + \log \left[ \frac{16\pi(e+d)r}{e^2} \right] + \frac{d}{e} \log \frac{e+d}{d} \right\}$$

ove  $r$  è il raggio del disco,  $d$  il suo spessore, ed  $e$  la distanza dei due dischi. La tavola seguente contiene nella prima linea le capacità calcolate, nella seconda le posizioni del secondo nodo: si scelse questo a preferenza degli altri perchè il massimo appariva più marcato.

0	8,9	15,9	24,9	32,9	39,0	65,2	88,8	119,5
145	138	133	131	128	124	115	110,5	105,5

\* Nello stesso punto del secondario si inserisce allora un condensatore costituito da due cilindri di vetro sottile ad assi coincidenti, ricoperti per una certa porzione della loro superficie laterale (esterna per il maggiore, interna per il minore) di stagnola: si determinava poi la posizione del nodo quando lo spazio compreso fra i condensatori era vuoto o ripieno del liquido in esame. Di qui si avevano le capacità nei due casi e quindi la costante dielettrica. Il primo condensatore aveva le seguenti dimensioni:

Diametro del cilindro esterno di stagnola 9,21. Distanza delle armature 1,28.

Diametro del cilindro interno di stagnola 6,65.

Parte occupata dal vetro 0,24. Idem dall'aria 1,04.

\* Siccome tra le due armature la parte occupata dal vetro è piccola di fronte alla distanza loro, è facile vedere come si possa introdurre la correzione dovuta alla presenza del vetro tra le armature stesse, prendendo 3 per sua costante dielettrica, ed osservando che una differenza anche notevole nel valore di questa costante non porterebbe nel valore finale della costante dielettrica  $d$  del liquido che un errore dell'ordine di quelli dell'esperienze, finchè si tratti di liquidi a costante dielettrica bassa.

« *Petrolio*. Densità a 18°: 0,801. Temperatura di ebollizione tra 165° e 175°.

1<sup>a</sup> Esp. Capacità del condensatore vuoto  $C_1 = 26,2$  — Capacità del condensatore ripieno di petrolio . . .  $C_2 = 49,1$ . Di qui si deduce

$$d = 2,03.$$

2<sup>a</sup> Esp.  $C_1 = 27,4$   $C_2 = 50,7$  onde  $d = 1,98$ .

« Come media si ha dunque  $d = 2,01$ .

« *Benzolo*.

1<sup>a</sup> Esp.  $C_1 = 25$   $C_2 = 53,5$  onde  $d = 2,33$ .

2<sup>a</sup> Esp.  $C_1 = 26,2$   $C_2 = 55$  onde  $d = 2,29$ .

« In media dunque  $d = 2,31$ .

« *Olio di oliva*. Densità 0,915 a 18°.

1<sup>a</sup> Esp.  $C_1 = 24,9$   $C_2 = 64$  onde  $d = 2,84$

2<sup>a</sup> Esp.  $C_1 = 24,9$   $C_2 = 65$  onde  $d = 2,97$ .

« In media quindi  $d = 2,91$ .

« 3. Per le altre sostanze di costante dielettrica maggiore la capacità di questo condensatore sarebbe troppo grande: ne costruisco per ciò tre altri dello stesso tipo, ma col cilindro interno più piccolo; e, per evitare l'errore dovuto ai bordi delle armature, al disopra e al disotto di queste attacco un'altra striscia di stagnola a poca distanza (3 millimetri). La capacità di questi condensatori vuoti non può dedursi con sufficiente esattezza dello spostamento del nodo; ma si calcola dalla formola data per questo caso da J. J. Thomson (1) e cioè

$$C = \frac{l}{2 \log \frac{r_2}{r_1}} \left\{ 1 + \frac{b}{l} \left[ 1 - \frac{2}{\pi} \operatorname{arccotang} 2 \frac{b}{(r_2 - r_1)} + \frac{2(r_2 - r_1)}{\pi b} \log \left( 1 + \frac{b^2}{4(r_2 - r_1)^2} \right) + \frac{r_2 - r_1}{4r_1} \right] \right\}$$

ove  $r_1$  e  $r_2$  sono i raggi dei cilindri esterno ed interno,  $l$  l'altezza per cui sono rivestiti di stagnola,  $b$  la distanza dell'armatura dalle striscie superiore e inferiore.

« Le capacità di ciascuno dei tre condensatori che chiamerò I, II, III risultano allora  $c_1 = 5,26$   $c_2 = 1,83$   $c_3 = 0,682$ . In questi condensatori la distanza delle armature (sempre qualche centimetro) era molto grande rispetto allo spessore totale del vetro (cent. 0,18): perciò la correzione da introdurre nei varî casi è sempre molto piccola.

« *Alcool isobutilico*. Densità a 0° riferita all'acqua a 0°: 0,8200. Lossen trova nelle stesse condizioni la densità compresa fra 0,816 e 0,818.

(1) J. J. Thomson, Philosoph. Trans. 181. 1890.

« Per maggiore sicurezza ed anche come riprova dei risultati precedenti, la determinazione si fa in due modi: 1°. Confrontando la capacità del condensatore pieno di alcool con quella calcolata per il condensatore vuoto. 2°. Confrontando la prima di dette capacità con quella che il condensatore stesso possiede quando sia ripieno di petrolio. Si ha così:

« Esperienze col condensatore I. Si ottiene col primo metodo  $d = 20,3$ : col secondo 19,8; media  $d = 20,1$ .

« Esperienze col condensatore II. Si ottiene col primo metodo  $d = 18,9$ : col secondo  $d = 19,6$ ; media  $d = 19,3$ .

« Quindi media definitiva  $d = 19,7$ .

« *Alcool etilico*. Qui le misure si fanno confrontando al solito la capacità del condensatore pieno di alcool etilico con quella del condensatore vuoto o con quella del condensatore stesso pieno di alcool isobutilico. L'alcool adoperato è a 97 %.

« Condensatore II. Si ottengono per la costante dielettrica i due valori  $d = 25$ ;  $d = 24,4$  in media 25,0.

« Condensatore III. Si ottiene confrontando colla capacità del condensatore vuoto  $d = 24,6$ ; quindi come media finale  $d = 24,8$ .

« *Alcool metilico*. Distillato sopra solfato di rame assume la densità 0,800 a 18°; sarebbe dunque a 97,5% circa.

« Condensatore II. Si ottengono per la costante dielettrica i due valori 31,9 e 30,5 onde in media  $d = 31,2$ .

« *Acqua distillata*. Condensatore III. Confrontando la capacità del condensatore pieno di acqua con quella del condensatore vuoto si ottiene come costante dielettrica dell'acqua  $d = 69,4$ ; confrontando invece colla capacità del condensatore pieno di alcool metilico si ottengono in due esperienze i valori  $d = 73,6$   $d = 70,8$ . In media si ha dunque per l'acqua  $d = 71,3$ .

4°. Dai risultati sopra riferiti apparisce intanto come questo metodo possa servire bene, quando si vogliono determinare costanti dielettriche con durate di carica molto brevi; le differenze, per altro non troppo grandi, fra i valori trovati nelle diverse esperienze per i liquidi di costante dielettrica più elevata, sono in parte da attribuire a imperfetta costruzione dei miei condensatori, per cui da una esperienza all'altra si avevano leggeri spostamenti nella posizione relativa degli assi dei due cilindri.

« Non mi pare si possa parlare di una variazione della costante dielettrica colla durata di carica, salvo forse per l'acqua; basta a tal uopo confrontare i miei valori di  $d$  con quelli noti per altra via; ad ogni modo un aumento della costante dielettrica coll'aumentare il numero delle alternative (come apparirebbe dal citato lavoro di Lecher) mi pare si possa escludere. Quanto poi alla relazione  $n^2 = d$ , si può confrontare la tabella che segue, nella quale  $n$  rappresenta l'indice di rifrazione del mezzo per i raggi elettrici, ( $n^2$ ) la media dei quadrati dei vari valori di  $n$ ,  $d$  il valore della costante dielettrica

secondo le mie esperienze: i nomi degli sperimentatori cui sono dovuti i vari valori di  $n$  sono nell'ultima colonna.

	$n$	$(n^2)$	$d$	
Petrolio . . .	1,40	1,96	2,01	Arons e Rubens
Alcool etilico	5,17 4,9	25,4	24,8	Yule-Ellinger
Acqua . . . .	8,38 8,53 8,9	72,6	71,3	Yule-Cohn-Ellinger

« 5. Ho anche voluto determinare per alcuni dei liquidi studiati l'influenza che ha sulla costante dielettrica una data quantità di un elettrolito disciolto. Perciò ho disciolto acido cloridrico gassoso e secco negli alcool etilico, metilico, isobutilico e nell'acqua, e ho determinata la costante dielettrica di ciascuna soluzione rispetto a quella del liquido puro; da questa si ottiene poi la costante rispetto all'aria.

	Al. is. 1 <sup>a</sup>	Al. is. 2 <sup>a</sup>	Al. et.	Al. met.	Acqua 1 <sup>a</sup>	Acqua 2 <sup>a</sup>	Acqua 3 <sup>a</sup>
Contenuto di HCl per 1000 in peso	1,32	13,2	0,02	0,02	0,006	0,02	0,04
$d$	31,2	39,2	26,3	32,5	73,5	75,6	79,9

« Come si vede dunque, anche in questo caso una quantità di acido cloridrico che innalza molto la conducibilità del liquido, fa variare di poco la costante dielettrica. A questo proposito si vedano i lavori di Bouty <sup>(1)</sup> e quelli già citati di Cohn e U. Yule che hanno pure riconosciuto come piccole quantità di un elettrolito disciolto nell'acqua (solfato di zinco, cloruro di sodio) aumentino di poco l'indice di rifrazione del liquido per i raggi elettrici.

« Però è ben manifesto che l'influenza dell'elettrolito disciolto è ben diversa da un solvente all'altro; senza voler fare osservazioni quantitative ricordiamo solo che secondo Kablukoff <sup>(2)</sup> la conducibilità dell'acido cloridrico nell'alcool isobutilico è circa trenta volte più piccola di quella nell'alcool metilico e qualche centinaio di volte minore di quella nell'acqua.

« A questo proposito si confrontino questi risultati colle idee espresse da Nernst (*Dielektricitätskonstante und chemische Gleichgewicht*) <sup>(3)</sup>.

<sup>(1)</sup> Bouty, Ann. de Ch. et de Phys. 27, 1892.

<sup>(2)</sup> Kablukoff, Zeit. für phys. Chemie, 1889, IV.

<sup>(3)</sup> Nernst, Zeit. für phys. Chemie, 1894, XIII.



« In conclusione: 1°. Ho mostrato che col metodo adoperato si possono determinare facilmente costanti dielettriche anche per liquidi poco isolanti e per brevi durate di carica (1).

« 2°. La relazione  $n^2 = d$  può ritenersi completamente verificata, quando  $n$  e  $d$  siano calcolati in condizioni analoghe.

« 3°. Anche per oscillazioni rapide la costante dielettrica di un dato liquido varia poco, quando, coll'aggiunta di una sostanza disciolta si aumenti, anche notevolmente, la sua conducibilità ».

**Fisica.** — *Ulteriori esperienze sopra un nuovo tipo d'igrometro.* Nota di G. AGAMENNONE e F. BONETTI, presentata dal Socio BLASERNA.

« Nel Rendiconto del 18 settembre 1892 (2) fu inserita una nostra Nota, nella quale descrivemmo un nuovo igrometro destinato a campionare gli ordinari igrometri di uso meteorologico. Riportammo nella detta Nota parecchie esperienze fatte da noi sul nostro apparecchio, le quali provavano che l'esattezza dei risultati ottenuti era soddisfacente per lo scopo prefisso. Solamente notammo che in quelle poche esperienze, nelle quali a bella posta ottenevamo per una stessa massa d'aria la precipitazione del vapore a due temperature successivamente più basse, presentavasi una rimarchevole anomalia, consistente in ciò che l'umidità assoluta cercata sembrava dipendere dalla temperatura di raffreddamento, e precisamente diminuiva coll'abbassarsi di questa, invece di risultare presso a poco la medesima, come ci aspettavamo.

« Nel confronto dell'aria umida, da studiare, coll'aria secca del recipiente sinistro  $R_1$  si poteva temere che l'anomalia dipendesse dal non essere quest'aria perfettamente secca. Infatti, finchè la temperatura di raffreddamento è tale che il residuo di vapore in  $R_1$  resta abbastanza lontano dal punto di saturazione, l'aria in esso contenuta si comporta, per quanto riguarda il modo di funzionare del nostro apparecchio, sensibilmente come se fosse perfettamente secca. Quando invece la temperatura si abbassi sotto il punto di saturazione, o vi si avvicini di troppo, si comprende facilmente che deve prodursi un'anomalia precisamente nel senso osservato. Questo sospetto veniva

(1) Il confronto di due capacità colle oscillazioni elettriche potrebbe farsi in molti altri modi; per esempio: in un punto qualunque si divida in due ciascuno dei fili del secondario: si avranno così quattro fili, dei quali quelli provenienti da lastre opposte potranno essere riuniti alle estremità. Fra due punti opposti dei fili dopo la divisione in due non esisterà alcuna differenza di potenziale, sia lasciando le cose come si è detto, sia quando fra le coppie opposte siano inserite capacità uguali ecc.

(2) Rendic. della R. Accademia dei Lincei. Vol. 1°, 2° sem. 1892, serie 5ª, fasc. 6°, pag. 216.