ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCI.

1894

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME III.

2° SEMESTRE

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1894

sino pure per y insieme coi sistemi omologhi $\infty^{\nu-3}$ di curve $C^{\tau+3}, \dots, C^{\nu}$, i luoghi di x e di y sono due curve di ordini

$$\sum_1^{\tau+2} n_\rho \left\{ \sum_1^{\nu} n_\rho n_\sigma - \sum_1^{\nu} S r_{\rho b} r_{\sigma b} - \frac{\tau(\tau+1)}{2} \right\} - \frac{(\tau+1)(\tau+2)}{2} \sum_1^{\nu} n_\rho + \frac{\tau(\tau+1)(\tau+2)}{2},$$

$$\sum_1^{\nu} n_\rho \left\{ \sum_1^{\tau+2} n_\rho n_\sigma - \sum_1^{\tau+2} S r_{\rho b} r_{\sigma b} - \frac{(\tau+1)(\tau+2)}{2} \right\} - \frac{\tau(\tau+1)}{2} \sum_1^{\tau+2} n_\rho + \frac{\tau(\tau+1)(\tau+2)}{2};$$

caratteri di queste curve, ecc. — 3° Con gli stessi dati dei due problemi precedenti, solo con la riduzione dei ν sistemi lineari projettivi alla dimensione $\nu + \tau - 2$, si ha un numero finito, che vien determinato, di coppie di punti x, y simili a quelle dei problemi precedenti.

Matematica. — *Le assintotiche delle rigate algebriche di genere qualunque che fanno parte di una congruenza lineare.* Nota di Giulio Pittarelli presentata dal Socio Cremona.

N. 1. *Direttrici distinte.*

« Fu trovato nella prima Nota inserita a pag. 111 di questi Rendiconti, che posta l'eq^e. algebrica

$$\Phi\binom{m \quad n}{\mu\,, \nu} = 0 \tag{1}$$

quella della superficie è

$$\Phi\left(\frac{x_1}{x_2}, \frac{x_3}{x_4}\right) = 0$$

mentre poi le eq^i. delle generatrici sono

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \mu\,, \quad \frac{x_3}{x_4} = \frac{\varphi_3}{\varphi_4} = \nu\,,$$

e quella 9) delle assintotiche A_k

$$Ff^2 - kGg^2 = 0$$

può scriversi, per le segnature adoperate in 10) della Nota predetta

$$\frac{d\mu}{dv}\, \varphi_2{}^2 f^2 - k\, \frac{dv}{dv}\, \varphi_4{}^2 g^2 = 0\,,$$

ed anche posto f e g in luogo di $\varphi_2 f$ e $\varphi_4 g$

$$\frac{d\mu}{dv}\, f^2 - k\, \frac{dv}{dv}\, g^2 = 0\,; \tag{2}$$

mentre per i punti di Φ si hanno le

$$x_1 = f\mu\,, x_2 = f\,, x_3 = gv\,, x_4 = g\,. \tag{3}$$

« Nell'eq^e. 2) possiamo introdurre le derivate della Φ rispetto a μ ed a ν. Abbiamo infatti da 1)

$$4)\qquad \frac{\partial\Phi}{\partial\mu}\frac{d\mu}{dv}+\frac{\partial\Phi}{\partial\nu}\frac{d\nu}{dv}=0$$

onde 2) diviene

$$5)\qquad k\frac{\partial\Phi}{\partial\mu}g^2+\frac{\partial\Phi}{\partial\nu}f^2=0\,.$$

« Vogliamo determinare l'ordine di A_k. Prendendo a tal fine un piano qualunque

$$\alpha_1 x_1+\alpha_2 x_2+\alpha_3 x_3+\alpha_4 x_4=0$$

e sostituendovi i valori 3) di x_i si ha

$$6)\qquad (\alpha_1\mu+\alpha_2)f+(\alpha_3\nu+\alpha_4)g=0:$$

e l'ordine N_1 dell'assintotica A_k sarà il numero delle coppie $u\,,v$ soluzioni comuni, variabili con α_i, delle eq^i. 4) e 6). Intanto poichè la 6) è lineare in u, eliminando tra essa e la 5) il rapporto $f:g$ si ha

$$7)\qquad k(\alpha_1\mu+\alpha_2)^2\frac{\partial\Phi}{\partial\mu}+(\alpha_3\nu+\alpha_4)^2\frac{\partial\Phi}{\partial\nu}=0\,.$$

« Per risolvere questa eq^e. rispetto a v e determinare conseguentemente u razionalmente per mezzo di 6) in funzione di v, si badi che tra μ e ν vale la 1). Allora noi possiamo trovare le coppie $\mu\nu$ comuni alle 7) ed 1) considerate come eq^i. di curve ed il loro numero sarà N_1.

« Giova per questo rendere omogenee le equazioni; avremo allora:

$$8)\qquad \Phi\equiv\Phi\left(\overset{m}{\mu}\,,\overset{n}{\nu}\,,\overset{m+n}{\lambda}\right)=0$$

$$9)\qquad k(\alpha_1\mu+\alpha_2\lambda)^2\frac{\partial\Phi}{\partial\mu}+(\alpha_3\nu+\alpha_4\lambda)^2\frac{\partial\Phi}{\partial\nu}=0$$

Posto $N=m+n$, si vede subito che la Φ è una curva di ordina N con due punti multipli, l'uno in $\mu=\lambda=0$ secondo m, l'altro $\nu=\lambda=0$ secondo n (s'intende nell'ipotesi più generale intorno ai coefficienti di Φ). E corrispondentemente intanto la superficie

$$\Phi\left(\frac{x_1}{x_2}\,,\frac{x_3}{x_4}\right)=0$$

sarà dell'ordine N con le rette $x_1=x_2=0\,,x_3=x_4=0$ rispettivamente m^{pla} ed n^{pla}. Una sezione piana di questa superficie può intendersi rappresentata dalla stessa curva Φ; perciò diremo indifferentemente curva Φ o superficie Φ; e se quella possiede altrove altri punti doppî in numero di δ, questa avrà δ altre generatrici doppie, ed il genere p dell'una o dell'altra sarà

$$p=\frac{(N-1)(N-2)}{2}-\frac{m(m-1)}{2}-\frac{m(n-1)}{2}-\delta$$

$$10)\qquad =(m-1)(n-1)-\delta=mn-N-\delta+1$$

« La curva 9) è intanto dell'ordine $N' = N + 1$, ciò ch'è evidente. Vediamo piuttosto com'essa si comporti rispetto ai punti multipli ed ai punti doppì. Ora la curva $\frac{\partial \Phi}{\partial \nu} = 0$ è la prima polare rispetto a Φ del punto $\lambda = \mu = 0$, ed ha, perciò, in quel punto la stessa moltiplicità m con le stesse tangenti di Φ, mentre invece nel punto $\lambda = \nu = 0$ ha la moltiplicità $n - 1$ e non con le stesse tangenti di Φ. Analogamente si dica per $\frac{\partial \Phi}{\partial \mu} = 0$.

Le parti $(\alpha_1 \mu + \alpha_2 \lambda)^2 \frac{\partial \Phi}{\partial \mu}$, $(\alpha_3 \nu + \alpha_4 \lambda)^2 \frac{\partial \Phi}{\partial \nu}$ sono, per tanto, rispettivamente di dimensione $(m+1)^{ma}$ in $\mu : \lambda$ ed n^{ma} in $\nu : \lambda$, e di dimensione $(n+1)^{ma}$ in $\nu : \lambda$ ed m^{ma} in $\mu : \lambda$; perciò nell'aggregato 9) i punti $\mu = \lambda = 0$, $\nu = \lambda = 0$ sono multipli secondo m ed n; ed anzi la forma omogenea in $\mu : \lambda$ che dà le m tangenti nel primo punto multiplo è quella che si trova in $\frac{\partial \Phi}{\partial \nu}$, cioè è la stessa di quella che si trova in Φ, e così deve dirsi per le n tangenti nel punto $\nu = \lambda = 0$. Infine i δ punti doppî di Φ sono semplici per $\frac{\partial \Phi}{\partial \mu}$, $\frac{\partial \Phi}{\partial \nu}$ e semplici per l'aggregato 9).

« Segue da questa analisi che il numero dei punti come alle 1) e 9), cioè l'ordine dell'assintotica A_k è

11) $\quad N_1 = N(N+1) - m^2 - n^2 - m - n - 2\delta = 2(mn - \delta)$.

e per 10)

12) $$N_1 = 2(p + N - 1).$$

Ora il secondo membro è eguale, come si sa, alla classe K di una (sezione piana di Φ) curva piana d'ordine N e genere p: dunque

13) $$N_1 = K \text{ (1)}$$

In particolare se $p = 0$, onde $\delta = (m-1)(n-1)$ si ha

$$N_1 = 2(N-1) = 2(m+n-1)$$

risultato dovuto a Cremona (Annali di Mat. 1867 pag. 253).

« Cerchiamo adesso il numero dei punti cuspidali, sull'una e sull'altra delle due direttrici multiple, punti da' quali partono, com'è noto, generatrici singolari della superficie Φ.

« Per quelli posti, ad esempio, sulla direttrice multipla m^{pla} deve aversi (Nota I) $G = \frac{dv}{dv} = 0$ ovvero per 4) $\frac{\partial \Phi}{\partial \mu} = 0$.

(1) Vedasi Voss (Math. Annalen Bd. VII, 1875, pag. 79), al quale, io credo, si deve il teorema espresso in 13); Picard, *Application de la Théorie des complexes linéaires*, Annales de l'École normale sup. 1877, pag. 325.

Il numero de' punti sarà dato dalle soluzioni comuni a questa eq^{e}. polare ed alla 1). Chiamando $\varkappa_m$ quel numero, e ricordando le osservazioni precedenti intorno a quella polare, si ha

$$\begin{aligned}\varkappa_m &= \mathrm{N}(\mathrm{N}-1)-n^2-n-m(m-1)-2\delta \\ &= 2(mn-p-\delta)=2(p+m-1);\end{aligned}$$

e sulla direttrice multipla n^{pla}

$$\varkappa_n = 2(p+n-1).$$

Somando e chiamando $\varkappa$ la somma

14) $$\varkappa = 2(\mathrm{N}+2p-2).$$

« In questi punti la curva A_k possiede altrettante tangenti stazionarie ed altrettanti piani stazionarî (Cremona e Voss, loco citato), che, ben s'intende, sono comuni a tutte le A_k.

« Se sopra una rigata d'ordine n e genere p è posta una curva γ d'ordine ν e genere π, multipla per la superficie secondo h e tagliante in k punti qualunque generatrice rettilinea della rigata, tra il numero y delle generatrici tangenti a γ ed il numero η dei punti di γ per ciascun dei quali escono due generatrici coincidenti (punti cuspidali di γ), si hanno le due relazioni

15) $$\begin{aligned} y &= 2\nu\, h(k-1)-k(k-1)n \\ \eta - y &= 2k(p-1)-2h(\pi-1) \end{aligned}$$

che il Segre pubblicò in questi Rendiconti il 3 luglio 1887.

« Per applicare queste formule nel nostro caso si osservi da prima che che $k=2$, poi che l'assintotica A_k che vogliamo considerare come curva γ è semplice sulla superficie, perchè per ogni suo punto non passa che una generatrice di Φ, vi passa infatti la retta che, per esso, si appoggia alle due rette multiple; dunque $\eta=0$. Posto poi $n=\mathrm{N}$, $\nu=\mathrm{N}_1$, la prima delle due relazioni dà, tenendo presenti le 12) e 14),

$$y = 2\mathrm{N}_1 - 2\mathrm{N} = 2(\mathrm{N}+2p-2) = \varkappa.$$

« Onde non vi sono altre generatrici tangenti alle assintotiche oltre alle generatrici singolari, ed i punti di contatto sono distribuiti così che $\varkappa_m$ sono sulla retta m^{pla} e $\varkappa_n$ sull'n^{pla}.

« Eliminando poi y tra le 15) dove si sia posto $\eta=0$, si ha

16) $$\pi = (k-1)\nu + k(p-1) - \frac{k(k-1)}{2}n + 1,$$

che nel nostro caso dà

17) $$\pi = \mathrm{N}_1 + 2(p-1) - \mathrm{N} + 1$$

ossia

$$\pi = \mathrm{N}+4p-3 \quad = m+n+4p-3$$

pel genere dell'assintotica A_k.

« Di questa curva adunque conosciamo l'ordine N_1 e la classe ch'è pure N_1 ed il genere π, perciò le formole notissime di Cayley darebbero gli altri numeri caratteristici, i quali sono poi a due a due reciproci. Per es. il rango r, ch'è la classe del cono proiettante l'assintotica d'ordine N_1 e genere π, è dato da

18) $$r = 2\,(N_1 + \pi - 1) = 6N + 12\,(p - 1).$$

N. 2. *Direttrici coincidenti.*

« Per avere quì una superficie del tipo di quelle di Cayley [1], posto

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \mu\,, \quad \frac{\varphi_3}{\varphi_2} = \nu$$

bisognerà supporre tra μ e ν un'eq^e. algebrica della forma seguente

$$\left.\begin{aligned} \Phi\begin{pmatrix} m+n & n \\ \mu\,, & \nu \end{pmatrix} \equiv p_0\left(1\,,\mu\right)^{m+n} + p_1\left(1\,,\mu\right)^{m+n-2}\nu + p_2\left(1\,,\mu\right)^{m+n-4}\nu^2 + \dots + \\ + p_{n-1}\left(1,\mu\right)^{m-n+2}\nu^{n-1} + p_n\left(1\,,\mu\right)^{m-n}\nu^{n} = 0 \end{aligned}\right\} m \geqq n.$$

dove in generale il simbolo $(1\,,\mu)^p$ indica un polinomio in μ di grado p. Eliminando μ e ν con l'aiuto delle 7) o delle 10) della Nota II, si ha l'eq^e. tangenziale o puntuale di Φ.

« Volendo determinare l'ordine (classe) dell'assintotica A_k in questo caso, bisogna considerare le eq^i. $\Phi = 0$,

$$2Fg + (kF - G)\,f = 0$$

dell'assintotica in coordinate curvilinee (Nota II eq^e. 13)), e la:

$$(\alpha_1\varphi_1 + \alpha_2\varphi_2 + \alpha_3\varphi_3)\,f + (\alpha_3\varphi_1 + \alpha_4\varphi_2)\,g = 0$$

che risulta sostituendo nell'eq^e. di un piano $\alpha_x = 0$ le coordinate x_i di un punto della curva data delle espressioni 4) della Nota II.

« Intanto ricordiamo che

$$F = \varphi_2\varphi'_1 - \varphi_1\varphi'_2 \quad , \quad -G = \varphi_2\varphi'_3 - \varphi_3\varphi'_2$$

ovvero

$$F = \varphi_2^2\frac{d}{dv}\left(\frac{\varphi_1}{\varphi_2}\right) = \varphi_2^2\frac{d\mu}{dv} \quad , \quad G = -\varphi_2^2\frac{d}{dv}\left(\frac{\varphi_3}{\varphi_2}\right) = -\varphi_2^2\frac{d\nu}{dv}$$

onde le eq^i. da considerare sono

$$\Phi = 0 \quad , \quad 2\frac{d\mu}{dv}\,g + \left(k\frac{d\mu}{dv} + \frac{d\nu}{dv}\right)f = 0$$

$$(\alpha_1\mu + \alpha_2 + \alpha_3\nu)\,f + (\alpha_3\mu + \alpha_4)\,g = 0\,,$$

[1] Nelle formole (5) e (8) della Nota a pag. 149, che chiamerò Nota II, si contengono tipi più generali di quelli di Cayley, ch'io non ho studiati.

le quali, eliminando il rapporto $f:g$, si riducono alle due

$$\Phi = 0 \ , \quad 2(\alpha_1 \mu + \alpha_2 + \alpha_3 \nu) \frac{d\mu}{dv} - \left(k \frac{d\mu}{dv} + \frac{d\nu}{dv}\right)(\alpha_3 \mu + \alpha_4) = 0$$

alla seconda delle quali possiamo sostituire l'altra

$$19) \quad \Big[2(\alpha_1 \mu + \alpha_2 + \alpha_3 \nu) - k(\alpha_3 \mu + \alpha_4)\Big] \frac{\partial \Phi}{\partial \nu} + (\alpha_3 \mu + \alpha_4) \frac{\partial \Phi}{\partial \mu} = 0$$

in virtù della

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \mu} \frac{d\mu}{dv} + \frac{\partial \Phi}{\partial \nu} \frac{d\nu}{dv} = 0 \, .$$

Bisogna trovar le soluzioni comuni alla 19) ed alla $\Phi = 0$.

« Resa omogenea questa con lo scrivere

$$\Phi\left(\overset{m+n}{\mu}, \overset{n}{\nu}, \overset{m+n}{\lambda}\right) = p_0 \left(\lambda, \mu\right)^{m+n} + p_1 \left(\lambda, \mu\right)^{m+n+2} \nu\lambda + \dots$$
$$+ p_{n-1} (\lambda, \mu)^{m-n+2} \nu^{n-1} \lambda^{n-1} + p_n (\lambda, \mu)^{m-n} \nu^n \lambda^n = 0 \, ,$$

la 19) si scriverà

$$20) \quad \Big[2(\alpha_1 \mu + \alpha_2 \lambda + \alpha_3 \nu) - k(\alpha_3 \mu + \alpha_4 \lambda)\Big] \frac{\partial \Phi}{\partial \nu} + (\alpha_3 \mu + \alpha_4 \lambda) \frac{\partial \Phi}{\partial \mu} = 0$$

La curva $\Phi = 0$ è dell'ordine $m + n = \mathrm{N}$, ha nel punto $\mu = \lambda = 0$ la moltiplicità secondo il numero m, con la tangente $\lambda = 0$ comune ad $n = \mathrm{N} - m$ rami. Ponendo $\nu = 1$ e facendo la trasformazione quadratica, usata in questi casi, $\mu = \mu_1$, $\lambda = \lambda_1 \mu_1$, si ha una curva d'ordine $m + 2n$, che, ordinata secondo potenze crescenti, comincia col gruppo di termini

$$a_0 \lambda_1^n + a_1 \lambda_1^{n-1} \mu + \dots + a_n \mu_1^n \, ,$$

e che ha dunque nel punto $\lambda_1 = \mu_1 = 0$ la moltiplicità n con n tangenti tra loro distinte, il che equivale, com'è noto, ad $\frac{n(n-1)}{2}$ punti doppî.

« Adunque nella curva primitiva Φ si ha nel punto $\mu = \lambda = 0$ un punto m^{plo} al quale siasi accostato un punto n^{plo} equivalente ad $\frac{n(n-1)}{2}$ punti doppi (punto m^{plo} $(+n)^{plo}$ secondo il simbolo di Cayley).

« Se, intanto, δ è il numero di punti doppî che la Φ può altrove possedere (e conseguentemente la sup. Φ avrà δ generatrici doppie), il genere p di Φ (o della superficie) è

$$p = \frac{(\mathrm{N}-1)(\mathrm{N}-2)}{2} - \frac{m(m-1)}{2} - \frac{n(n-1)}{2} - \delta$$
$$= (m-1)(n-1) - \delta = mn - \delta - \mathrm{N} + 1 \, .$$

come precedentemente nel n. 1.

« Studiamo adesso la curva 20). Essa passa semplicemente per i δ punti doppî di Φ. Infatti per ogni punto siffatto $\frac{\partial \Phi}{\partial \nu}$ e $\frac{\partial \Phi}{\partial \mu}$ svaniscono al 1° ordine.

« La curva $\frac{\partial \Phi}{\partial \nu} = 0$ è la prima polare del punto multiplo $\lambda = \mu = 0$ perciò questo punto è multiplo per essa secondo lo stesso numero m e con le stesse tangenti, tra le quali la $\lambda = 0$ tangente comune ad n rami; mentre i punti doppî sono semplici. L'eq^e. 20), ordinata secondo le potenze di ν, comincia col termine

$$2\alpha_3 \nu \frac{\partial \Phi}{\partial \nu} ;$$

onde anche la 20) ha la singolarità suddetta. Non giova considerare la polare $\frac{\partial \Phi}{\partial \mu} = 0$, perchè il punto $\nu = \lambda = 0$ non è sulla curva, essendo il risultato della sostituzione $p_0 (o, \mu)^{m+n}$. che non può essere nullo a meno che non sia $p_0 = 0$ o non sia zero il coefficiente di μ^{m+n} nella forma $(\lambda, \mu)^{m+n}$. E ciò non è, altrimenti l'eq^e. della curva si abbasserebbe. Inoltre la 20) ha lo stesso ordine N di Φ; dunque il numero dei loro punti comuni, cioè l'ordine (la classe) dell'assintotica A_k è

$$N_1 = N^2 - m^2 - n^2 - n - 2\delta = 2mn - n - 2\delta$$

ovvero anche

21) $$N_1 = 2p + 2N - n - 2 = 2(p + N - 1) - n .$$

« Il secondo membro è appunto la classe della curva Φ, chè, rispetto a quella della curva a punti multipli distiti, la classe soffre la diminuzione del numero n de' punti di diramazione.

« Il genere π è poi eguale a p, perchè l'assintotica ed una sezione piana qualunque sono punteggiate proiettivamente per mezzo delle generatrici delle superficie. E d'altra parte la 16) dà precisamente $\pi = p$ se $k = 1$.

« Troviamo il numero dei punti cuspidali. Per questi abbiam le soluzioni comuni alle eq^i.

$$\Phi = 0 , \quad \frac{\partial \Phi}{\partial \nu} = 0 .$$

« Or calcolando effettivamente $\frac{\partial \Phi}{\partial \nu}$ si trova

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \nu} = \lambda \left\{ p_1 (\lambda, \mu)^{m+n-2} + \cdots + (n-1) p_{n-1} (\lambda, \mu)^{m-n+1} \nu^{n-2} \lambda^{n-2} + n p_n (\lambda, \mu)^{m-n} \nu^{n-1} \lambda^{n-1} \right\} .$$

« Il fattore λ eguagliato a zero darebbe quei valori di v per i quali anche μ dovrebbe esser nullo dovendo esser $\Phi = 0$, e le eq^i. 5) o 8) delle generatrici (Nota II) riescirebbero indeterminate. Bisogna adoperare dunque il fattore in $\}\ \{$. Or quel fattore, eguagliato a zero, rappresenta una curva d'ordine $N - 2$ con un punto $(m-1)^{plo}$ $(+ (n-1)^{plo})$ e con δ punti semplici. Onde il numero $\varkappa$ richiesto de' punti comuni a questa curva ed alla $\Phi = 0$, sarà

$$\varkappa = \mathrm{N}(\mathrm{N}-2) - m(m-1) - n(n-1) - (n-1) - 2\delta\,,$$

$$\varkappa = 2(mn - \delta) - \mathrm{N} - n + 1$$

ed anche, introducendo il genere,

$$\varkappa = 2p + m - 1. \tag{22}$$

Finalmente il rango r sarà dato dalla relazione (analoga a 18))

$$r = 2(\mathrm{N}_1 + p - 1) = 4(p + \mathrm{N} - 1) - 2n + 2p - 2$$

cioè

$$r = 6p + 4\mathrm{N} - 2n - 6$$
$$= 6p + 2\mathrm{N} + 2m - 6\text{ ».}$$

Geologia. — *Appunti sulla costituzione geologica dell'Isola di Candia*. Nota del dott. V. Simonelli, presentata dal Socio Capellini.

« La magistrale *Description physique de l'île de Crète* (1) di Vittorio Raulin ed i *Travels and Researches in Crete* (2) del capitano Spratt, son le due sole opere che trattino estesamente della geologia di Candia, riferendo osservazioni originali. I torbidi politici pronti sempre a scoppiare e le difficoltà d'ogni maniera che si oppongono all'accesso nell'interno, son forse i motivi principali che hanno tenuto lontani da quell'isola i geologi od hanno fatto sì che non si discostassero troppo dalla regione littoranea.

« Visitai Candia nell'estate dell'anno scorso in compagnia del dott. Antonio Baldacci, botanico, e del dott. Giacomo Cecconi, che si occupava di ricerche zoologiche. Le nostre escursioni incominciarono dall'Akrotiri del Capo Maleka e da quella parte della costa nord che rimane compresa fra la Canea ed il promontorio di Grabusa, per continuare nell'interno delle eparchie di Kisamos e di Kidonia, fino ai monti che le separano da quella di Selinon. Passammo in seguito all'ampia zona che si estende fra il mare e la catena delle Montagne Bianche (Aspro-vouna) e salimmo in questa fino alla stupenda dolina di Omalos ed alla vetta del Monte Spathi (2110 m. l. d. m.) (3). Percorsa anche tutta la regione intorno a Retimo e l'eparchia di Milopotamon fino ai suoi confini occidentali e separatomi dai compagni che stavano per tornare in Italia, visitai le pittoresche gole di Sphakia e d'Agios Vasilios, l'isolotto di Gavdos, lontano circa 25 chilometri dalla costa sud, ed il gruppo montuoso del Psiloriti, compiendo la faticosa ascensione dell'Ida (2491 m.). E,

(1) Bordeaux, 1869.
(2) London, 1865.
(3) Misura barom. dell'autore, come anche la maggior parte di quelle citate in seguito.