

ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCI.

1894

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME III.

2° SEMESTRE



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1894

« Notevoli fra gli spazii che favoriscono le deformazioni elastiche sono quelli che hanno nulla la prima curvatura media. Solo in tali spazii può esistere un *sistema assintotico* ortogonale. Assumendo questo come sistema di riferimento, sono nulle tutte le curvature \mathfrak{K} , e dalle formole (9) e (10) si ha

$$a_{ij} = - \sum_k \mathfrak{e}_{ik} \mathfrak{e}_{jk},$$

quindi

$$U = - \frac{1}{2} \sum (\mathfrak{e}_{1k} u_1 + \mathfrak{e}_{2k} u_2 + \mathfrak{e}_{3k} u_3 + \dots)^2.$$

« Abbiamo visto che, sopra una superficie, la perdita di energia è proporzionale al quadrato dello spostamento ed alla curvatura totale della superficie nel punto che si considera. Per uno spazio qualunque avviene qualche cosa di analogo. Immaginiamo infatti che lo spazio sia riferito al suo *sistema di curvatura*. Sono allora nulle tutte le torsioni \mathfrak{e} , e dalle (10) si ha $a_{ij} = 0$. Dalle (9) si vede che a_{ii} è la somma delle curvature totali di tutte le superficie coordinate che contengono la linea q_i . Ora, rappresentando con u_{ij} la proiezione dello spostamento sulla superficie $q_i q_j$, e con α_{ij} la curvatura totale di questa, l'eguaglianza (11) diventa

$$U = \frac{1}{2} \sum \alpha_{ij} u_{ij}^2.$$

La perdita di energia elastica in uno spazio ad n dimensioni è dunque uguale alla somma delle perdite dovute alle $\frac{1}{2} n(n-1)$ superficie di curvatura ».

Elettricità. — *Sul ritardo della polarizzazione nei dielettrici* (1). Nota di RICCARDO ARNÒ, presentata dal Socio G. FERRARIS.

« Ewing e Miss Klaassen (2) hanno dimostrato: 1° che il lavoro w consumato per l'isteresi magnetica nel ferro si può rappresentare, in funzione dell'induzione magnetica b , per mezzo di una relazione della forma

$$w = kb^\varepsilon,$$

ove ε e k hanno valori che variano col variare dei limiti di b ; 2° che le variazioni dell'esponente ε corrispondono ai passaggi dall'uno all'altro dei successivi stati nel processo della magnetizzazione, e che precisamente i valori relativamente elevati di ε corrispondono agli stati iniziale e finale, ove la permeabilità magnetica è piccola, mentre in corrispondenza degli stati inter-

(1) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Elettrotecnica del R. Museo industriale italiano in Torino.

(2) *The Electrician* 13 aprile 1894, p. 668: *Magnetic qualities of iron*.

medi, ove è maggiore la permeabilità magnetica, i valori di ϵ diventano notevolmente più piccoli (1).

« D'altra parte, da una serie di esperienze, i cui risultati sono esposti in alcune Note precedenti (2), io fui condotto a stabilire: 1° che in un cilindro dielettrico, collocato in un campo elettrico rotante, avviene una dissipazione di energia, poichè il cilindro si trova soggetto ad una coppia che tende a farlo rotare nella direzione del campo stesso; 2° che la relazione tra l'energia dissipata W nel cilindro dielettrico e l'induzione elettrostatica B , in un punto qualunque del campo rotante, è della forma

$$W = KB^x,$$

ove x e K hanno valori che variano col variare dei limiti di B ; 3° che per la carta paraffinata l'esponente di B , nella relazione tra W e B , è rispettivamente uguale a 1,83; 1,65; 1,90, secondo che i valori di B , con cui si sperimenta, sono compresi fra 0,06 e 0,17; 0,95 e 2,65; 9,90 e 14,58 unità elettrostatiche C. G. S.

« Questi risultati, posti a confronto con quelli delle esperienze di Ewing e Miss Klaassen sulle proprietà magnetiche del ferro, pongono in chiaro l'analogia che sembra sussistere fra la legge dell'isteresi magnetica nei corpi magnetici e la legge del fenomeno che sto studiando nei corpi dielettrici, e fanno prevedere: 1° che il fenomeno della rotazione di un cilindro dielettrico in un campo elettrico rotante sia dovuto ad un ritardo con cui la polarizzazione del dielettrico segue la rotazione del campo elettrico, precisamente come in un campo magnetico rotante un cilindro di ferro, sezionato per modo che in esso non si possono produrre correnti di Foucault, si pone in rotazione in grazia del ritardo col quale la magnetizzazione del ferro segue la rotazione del campo magnetico; 2° che i valori dell'esponente x , nella relazione tra W e B , abbiano a corrispondere a stati diversi nel processo della polarizzazione e che, analogamente a quanto succede nella magnetizzazione dei corpi magnetici, i valori di x relativamente più grandi abbiano a corrispondere agli stati iniziale e finale, e quelli relativamente più piccoli agli stati intermedi.

(1) Per il campione di ferro sperimentato e per valori di b compresi fra 200 e 500; 500 e 1.000; 1.000 e 2.000; 2.000 e 8.000; 8.000 e 14.000 unità elettromagnetiche C. G. S. è stato infatti trovato ϵ rispettivamente uguale a 1,9; 1,68; 1,55; 1,475; 1,70.

(2) Rendiconti, fascicoli del 16 ottobre 1892, p. 284; 30 aprile 1893, p. 341; 12 novembre 1893, p. 260; 18 marzo 1894, p. 272; 17 giugno 1894, p. 585: *Campo elettrico rotante e rotazioni dovute all'isteresi elettrostatica. — Sulla dissipazione di energia in un campo elettrico rotante e sulla isteresi elettrostatica. — Ricerche quantitative sulla dissipazione di energia nei corpi dielettrici in un campo elettrico rotante. — Esperienza con un sistema di condensatori a coibente mobile. — Sulla legge della dissipazione di energia nei dielettrici sotto l'azione di campi elettrici di debole intensità.*

« Una serie di nuove ricerche, i cui risultati sono riassunti in questa Nota, confermano tali previsioni.

« Gli apparecchi usati ed il cilindro dielettrico sperimentato sono quelli stessi che servirono alle ricerche, i cui risultati sono esposti nell'ultima delle mie Note sovraccitate. La frequenza della corrente alternativa era uguale a 40. La distanza fra le lastre, racchiudenti lo spazio in cui si generava il campo elettrico rotante, era di 4,4 cm. e la distanza dello specchio dalla scala di 2660 mm. Il cilindro dielettrico sperimentato era di carta paraffinata, aveva l'altezza di 26 mm., il diametro esterno di 30 mm., la grossezza di 1 mm., ed il peso di 2,011 grammi.

« In tali condizioni ed in corrispondenza di settanta valori diversi dell'induzione elettrostatica B , compresi fra 0,030 e 5,30 unità elettrostatiche C. G. S. (1), si eseguirono altrettante esperienze, le quali vanno raggruppate a dieci a dieci in sette serie di esperimenti, ciascuna delle quali si riferisce ad una determinata sensibilità dell'apparecchio. Ad ottenere poi, per ognuna di tali serie di esperimenti, lo stesso peso nelle misure, ho disposto, per mezzo di trasformatori di conveniente rapporto di trasformazione, le cose in guisa che il valore dell'induzione elettrostatica in unità elettrostatiche C. G. S. si avesse a dedurre, in ogni esperimento, della misura, fatta per mezzo di un voltmetro di Cardew, di una differenza di potenziale sempre compresa fra gli stessi limiti (40 e 112 volt.).

« Nelle prime colonne della seguente tabella sono indicati i risultati dei miei esperimenti, per ciascuno dei quali sono registrate, rispettivamente nella seconda, terza e quarta colonna, la differenza di potenziale alternativa efficace V indicata dal voltmetro, l'induzione elettrostatica B e la lettura d fatta col canocchiale. Quest'ultima, a cui è proporzionale il lavoro W in erg fatto dalle forze elettriche deviatrici nell'unità di tempo, si riferisce, a seconda dei limiti di B fra cui si è sperimentato, a sette sensibilità diverse dello strumento, ottenute col variare sia il peso P sostenuto dalla sospensione bifilare, sia la lunghezza della medesima, sia la distanza superiore a ed inferiore b fra i due fili costituenti la sospensione stessa (2).

(1) Per ottenere valori dell'induzione elettrostatica molto diversi fra di loro, ho adoperato, nei miei esperimenti, trasformatori con un rapporto di trasformazione rispettivamente da 1 a 2, 1 a 4, 1 a 18, 1 a 250.

(2) Nella tabella è indicata per ciascuna serie di esperienze, corrispondente ad una determinata sensibilità dell'apparecchio, la temperatura t con cui le esperienze stesse furono eseguite.

N°		V in volt.	B in unità elettrosta- tiche C. G. S.	d in mm. osservato	d in mm. calcolato	Δ	= %	
I	P = 5,575 gr.	1	40	0,030	11,7	11,30	+ 0,40	+ 3,4
	l = 31,5 cm.	2	48	0,036	16,1	15,79	+ 0,31	+ 1,9
	a = 0,075 cm.	3	56	0,042	20,3	20,99	- 0,69	- 3,4
	b = 0,075 cm.	4	64	0,048	26,1	26,84	- 0,74	- 2,8
	t = 22° C.	5	72	0,054	32,6	33,33	- 0,73	- 2,2
	—	6	80	0,060	40	40,52	- 0,52	- 1,3
	—	7	88	0,066	48,5	48,22	+ 0,28	+ 0,6
	x = 1,843	8	96	0,072	57,2	56,65	+ 0,55	+ 1,0
	—	9	104	0,078	66	65,72	+ 0,28	+ 0,4
	K = 327,593	10	112	0,084	77	75,29	+ 1,71	+ 2,2
II	P = 11,438 gr.	11	40	0,060	18	17,31	+ 0,69	+ 3,8
	l = 30,4 cm.	12	48	0,072	23,4	24,15	- 0,75	- 3,2
	a = 0,075 cm.	13	56	0,084	30,8	32,03	- 1,23	- 4,0
	b = 0,075 cm.	14	64	0,096	39,8	40,90	- 1,10	- 2,8
	t = 20° C.	15	72	0,108	50	50,70	- 0,70	- 1,4
	—	16	80	0,120	61,2	61,55	- 0,35	- 0,6
	—	17	88	0,132	73,2	73,46	- 0,26	- 0,4
	x = 1,830	18	96	0,144	85,6	85,86	- 0,26	- 0,3
	—	19	104	0,156	100,4	99,50	+ 0,90	+ 0,9
	K = 287,240	20	112	0,168	113,2	113,87	- 0,67	- 0,6
III	P = 11,438 gr.	21	40	0,120	18,4	17,38	+ 1,02	+ 5,5
	l = 30 cm.	22	48	0,144	25,2	24,58	+ 0,62	+ 2,5
	a = 0,15 cm.	23	56	0,168	31,6	32,97	- 1,37	- 4,3
	b = 0,15 cm.	24	64	0,192	39,6	42,52	- 2,92	- 7,4
	t = 23° C.	25	72	0,216	50,4	53,18	- 2,68	- 5,5
	—	26	80	0,240	62,4	65,08	- 2,68	- 4,3
	—	27	88	0,264	73,8	78,24	- 4,44	- 6,0
	x = 1,905	28	96	0,288	86,8	92,03	- 5,23	- 6,0
	—	29	104	0,312	101	107,30	- 6,30	- 6,2
	K = 385,782	30	112	0,336	115	123,47	- 8,47	- 7,4
IV	P = 11,438 gr.	31	40	0,270	24	23,02	+ 0,98	+ 4,1
	l = 30 cm.	32	48	0,324	32	31,61	+ 0,39	+ 1,2
	a = 0,30 cm.	33	56	0,378	40	41,36	- 1,36	- 3,4
	b = 0,30 cm.	34	64	0,432	50	52,20	- 2,20	- 4,4
	t = 26° C.	35	72	0,486	63	64,06	- 1,06	- 1,7
	—	36	80	0,540	76	77,05	- 1,05	- 1,4
	—	37	88	0,594	91	90,83	+ 0,17	+ 0,2
	x = 1,743	38	96	0,648	106	105,80	+ 0,20	+ 0,2
	—	39	104	0,702	123	121,76	+ 1,24	+ 1,0
	K = 352,513	40	112	0,756	142	138,44	+ 3,56	+ 2,5
V	P = 11,438 gr.	41	40	0,54	30	28,87	+ 1,13	+ 3,8
	l = 30 cm.	42	48	0,65	40	39,67	+ 0,33	+ 0,8
	a = 0,55 cm.	43	56	0,76	51	51,95	- 0,95	- 1,9
	b = 0,55 cm.	44	64	0,87	63	65,60	- 2,60	- 4,1
	t = 26° C.	45	72	0,98	79	80,53	- 1,53	- 1,9
	—	46	80	1,09	97	96,90	+ 0,10	+ 0,1
	—	47	88	1,20	115	114,28	+ 0,72	+ 0,6
	x = 1,747	48	96	1,31	134	133,15	+ 0,85	+ 0,6
	—	49	104	1,42	155	153,29	+ 1,71	+ 1,1
	K = 445,096	50	112	1,53	177	174,34	+ 2,66	+ 1,5

N°		V in volt.		B in unità elettrosta- tiche C. G. S.	d in mm. osservato	d in mm. calcolato	Δ	= %.
VI	P = 35,528 gr.	51	40	0,94	29	27,98	+ 1,02	+ 3,5
	l = 30 cm.	52	48	1,13	38	37,86	+ 0,14	+ 0,4
	a = 0,55 cm.	53	56	1,32	48	48,94	- 0,94	- 2,0
	b = 0,55 cm.	54	64	1,51	59	61,11	- 2,11	- 3,6
	t = 27° C.	55	72	1,70	73	74,28	- 1,28	- 1,8
	—	56	80	1,89	89	88,99	+ 0,41	+ 0,5
	—	57	88	2,08	105	103,65	+ 1,35	+ 1,3
	x = 1,663	58	96	2,27	121	119,89	+ 1,11	+ 0,9
	—	59	104	2,46	138	137,08	+ 0,92	+ 0,7
	K = 509,251	60	112	2,65	156	154,95	+ 1,05	+ 0,7
VII	P = 81,935 gr.	61	40	1,88	30	30,03	- 0,03	- 0,1
	l = 32 cm.	62	48	2,26	41,5	40,77	+ 0,73	+ 1,8
	a = 0,85 cm.	63	56	2,64	53	52,84	+ 0,16	+ 0,3
	b = 0,50 cm.	64	64	3,02	64,5	66,13	- 1,63	- 2,5
	t = 27° C.	65	72	3,40	80	80,57	- 0,57	- 0,7
	—	66	80	3,78	96	96,27	- 0,27	- 0,3
	—	67	88	4,16	112	112,82	- 0,82	- 0,7
	x = 1,681	68	96	4,54	130	130,69	- 0,69	- 0,5
	—	69	104	4,92	149	149,66	- 0,66	- 0,4
	K = 518,240	70	112	5,30	172	169,40	+ 2,60	+ 1,5

« Se in un sistema di due assi coordinati ortogonali si portano come ascisse i valori di $\log B$ e come ordinate i valori di $\log W$, ricavati, per uno qualunque dei sette gruppi di esperimenti, dalla precedente tabella, si trovano punti, il luogo geometrico dei quali è, con sufficiente approssimazione, una linea retta. Ciò dimostra che i valori medesimi soddisfano ad una relazione della forma

$$W = KB^x,$$

ove x e K sono, per ciascuna serie di esperimenti, delle costanti, le quali furono determinate col metodo dei minimi quadrati e registrate nella tabella precedente. A dette costanti corrispondono valori di W tali che per essi d assume i valori registrati nella quinta colonna della tabella. Le differenze Δ e le corrispondenti percentuali si trovano rispettivamente indicate nelle due ultime colonne della tabella stessa ».