ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCII

1895

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME IV.

1° Semestre

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1895

« Le curve L e L′ si tagliano in $10p + 4n - \Sigma x_r - 1$ punti. Ora se B è un punto comune ad L e L′, il suo congiuuto B′, deve essere comune ad L e L′. I punti B e B′ possono essere distinti o coincidenti. Se sono distinti, la retta B B′ è una retta di C_n giacente in π, e poichè in π vi sono n rette di C_n, risulta che in un piano qualunque π vi sono $10p + 2n - \Sigma x_r - 1$ punti uniti della superficie focale, e quindi:

« La curva unita della superficie focale è dell'ordine $10p + 2n - \Sigma x_r - 1$.

« Ci riserviamo di sviluppare in un altro lavoro le considerazioni speciali che si riferiscono alle congruenze di secondo e terzo grado ».

Matematica. — *Sopra alcune congruenze di grado* n, *dotate di una curva gobba singolare di ordine* n. Nota di P. Visalli, presentata a nome del Socio Cremona.

Fisica. — *Intorno ad alcune modificazioni dell'areometro di Fahrenheit, e ad una nuova forma di bilancia.* Nota di G. Guglielmo, presentata dal Socio Blaserna.

Queste Note saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

Fisica terrestre. — *Calcolo della posizione dell'ipocentro, del tempo all'origine e della velocità di propagazione dei terremoti.* Nota di F. Bonetti e G. Agamennone, presentata dal Socio Tacchini.

« Se nel calcolare per un dato terremoto la posizione dell'ipocentro, il tempo all'origine e la velocità di propagazione si volesse tener conto adequato di tutte le circostanze, che possono influire più o meno sul fenomeno, s'incontrerebbero gravissime ed attualmente insuperabili difficoltà. Infatti per apprezzare convenientemente queste circostanze occorrerebbe una cognizione della costituzione interna del globo, quale pur troppo oggi non si ha, salvo che nella parte superficialissima: come anche si richiederebbe qualche dato di più sulle cause che danno origine ai terremoti. Queste difficoltà son messe molto bene in evidenza dal Cap. C. E. Dutton nel suo pregevolissimo lavoro sul terremoto di Charleston del 31 agosto 1886 (1), dove egli tratta a fondo

(1) *The Charleston Earthquake of August 31, 1886,* by Capt. Clar. Edw. Dutton — *United States Geological Survey — Ninth annual report 1887-88,* pag. 355-389. Whashington 1889.

la questione della natura delle onde sismiche e del meccanismo della loro propagazione. Ciononostante lo stesso Dutton, coadiuvato dal Newcomb, procede a determinare colla maggiore approssimazione, che può, gli elementi suddetti per il terremoto di Charleston. Ed è infatti da convenire con lui che, anche senza poter risolvere pienamente la questione proposta, si possa però intanto fare qualche primo passo nella sua soluzione, poste, s'intende, alcune ipotesi che la semplifichino.

« Parecchi sono i metodi finora usati o proposti per calcolare gli elementi di un terremoto: ma un metodo generale, che non richieda altra cognizione fuori di quella dell'istante, in cui si avverte la scossa in un numero sufficiente di località, a quanto noi sappiamo, finora non è stato pubblicato. Il Milne (1) ha risoluto il problema di determinare gli elementi di un terremoto mediante la sola cognizione dei tempi d'arrivo della scossa almeno in cinque località; ma ha considerato unicamente il caso particolare, che la superficie terrestre possa ritenersi piana. Quindi evidentemente il suo calcolo non è applicabile a terremoti, in cui si abbiano osservazioni anche a grande distanza dall'epicentro, quali ce le danno i moderni strumenti. Noi invece colle formole, che sviluppiamo in questa Nota vogliamo considerare il problema nella sua generalità.

*
* *

« Nel nostro calcolo noi partiamo dalle seguenti ipotesi:

1°) che il centro di scuotimento, il quale si trova ad una certa profondità nella massa terrestre, possa considerarsi, ben inteso, in prima approssimazione, come un punto;

2°) che il mezzo, in cui si propagano le scosse, possa, pure in un primo studio del fenomeno, ritenersi come omogeneo ed isotropo; e quindi la propagazione dell'urto si faccia con moto uniforme e per linee rette dall'ipocentro fino alla superficie.

« Prescindiamo anche da qualunque perturbazione possa derivare dal fatto, che il mezzo, in cui avviene originariamente la propagazione dell'urto, è limitato alla superficie della terra, e gliene succede un altro di densità ed elasticità ben diverse.

« Quanto ai due sistemi di onde longitudinali e trasversali, contemplati nella teoria della propagazione di un urto nei corpi solidi elastici, le quali onde si propagano con velocità diverse, è chiaro che il nostro calcolo va applicato ad uno qualunque di questi due sistemi, a piacere. Di più siccome la perturbazione sismica si rivela in ogni località con una serie di movimenti, che ha una durata più o meno lunga, s'intende che dobbiamo riferirci per i tempi ad una stessa fase della perturbazione sismica in tutte le località.

(1) *Earthquakes and other earth movements*. London 1886, pag. 206 e seg.

« Per dare alle nostre formole la massima generalità cominciamo dal supporre che lo scuotimento avvenga in un mezzo indefinito, e che si osservino i tempi, in cui esso giunge a *cinque* punti, comunque disposti nell'interno del mezzo. Si vuol determinare: 1°) la posizione del centro di scuotimento; 2°) il tempo t, in cui ha avuto origine al detto centro la scossa (tempo all'origine); 3°) la velocità v di propagazione dell'urto, che supponiamo, come si è detto, costante.

« Siano $a_0\ b_0\ c_0$, $a_1\ b_1\ c_1$, $a_2\ b_2\ c_2$, $a_3\ b_3\ c_3$, $a_4\ b_4\ c_4$, le coordinate rettangolari delle località, in cui si determina l'istante d'arrivo delle vibrazioni: d_0, d_1, d_2, d_3, d_4 le rispettive distanze dal centro di scuotimento x, y, z: t_0, t_1, t_2, t_3, t_4 gl'istanti, in cui lo scuotimento giunge ai suddetti punti: si avrà

$$(\alpha) \qquad d^2_s = (a_s - x)^2 + (b_s - y)^2 + (c_s - z)^2 = v^2\,(t_s - t)^2$$

« Di queste equazioni ne abbiamo cinque; e sottraendo la prima dalle altre, allo scopo di fare sparire i quadrati di x, y, z e t, si avranno le quattro equazioni seguenti in x, y, z ed u:

$$(\beta) \qquad \begin{aligned} A_1 x + B_1 y + C_1 z + \Theta_1 u &= M_1 \\ A_2 x + B_2 y + C_2 z + \Theta_2 u &= M_2 \\ A_3 x + B_3 y + C_3 z + \Theta_3 u &= M_3 \\ A_4 x + B_4 y + C_4 z + \Theta_4 u &= M_4 \end{aligned}$$

dove

$$\begin{aligned} &A_s = 2(a_s - a_0) &&\Theta_s = t^2_s - t^2_0 - 2(t_s - t_0)t &&u = v^2 \\ &B_s = 2(b_s - b_0) &&M_s = (a^2_s + b^2_s + c^2_s) - (a^2_0 + b^2_0 + c^2_0) && \\ &C_s = 2(c_s - c_0) && && \end{aligned}$$

« La risoluzione del sistema (β) di equazioni ci fornirà l'espressione di x, y, z, u in funzione di quantità note e di t. Si avrà cioè

$$x = \begin{vmatrix} M_1 & B_1 & C_1 & \Theta_1 \\ M_2 & B_2 & C_2 & \Theta_2 \\ M_3 & B_3 & C_3 & \Theta_3 \\ M_4 & B_4 & C_4 & \Theta_4 \end{vmatrix} : D \quad y = \begin{vmatrix} A_1 & M_1 & C_1 & \Theta_1 \\ A_2 & M_2 & C_2 & \Theta_2 \\ A_3 & M_3 & C_3 & \Theta_3 \\ A_4 & M_4 & C_4 & \Theta_4 \end{vmatrix} : D \quad z = \begin{vmatrix} A_1 & B_1 & M_1 & \Theta_1 \\ A_2 & B_2 & M_2 & \Theta_2 \\ A_3 & B_3 & M_3 & \Theta_3 \\ A_4 & B_4 & M_4 & \Theta_3 \end{vmatrix} : D$$

$$u = \begin{vmatrix} A_1 & B_1 & C_1 & M_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 & M_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 & M_3 \\ A_4 & B_4 & C_4 & M_4 \end{vmatrix} : D, \quad \text{essendo } D = \begin{vmatrix} A_1 & B_1 & C_1 & \Theta_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 & \Theta_3 \\ A_3 & B_3 & C_3 & \Theta_3 \\ A_4 & B_4 & C_4 & \Theta_4 \end{vmatrix}$$

« Si vede facilmente che queste espressioni si possono porre sotto la forma

$$(\gamma) \qquad x = \frac{P_1 + Q_1 t}{R + St} \quad y = \frac{P_2 + Q_2 t}{R + St} \quad z = \frac{P_3 + Q_3 t}{R + St} \quad u = \frac{P_4}{R + St}$$

essendo P_s, Q_s, R_s, S coefficienti noti.

« Introducendo le (γ) in una qualunque delle (α) si giunge ad un'equazione di terzo grado in t. Questa ci fornirà tre valori di t, dei quali uno sempre reale. Sostituendo nelle (γ) un valore di t, si avranno i valori delle x, y, z, u, e dal valore di u finalmente quello di v.

« Dal caso più generale scendiamo ad alcuni casi particolari.

« CASO I. — Supponiamo che i punti d'osservazione siano tutti sopra una sfera. In tal caso l'origine delle coordinate si ponga al centro della sfera, di cui diciamo r il raggio. Sarà per conseguenza

$$a^2_s + b^2_s + c^2_s = a^2_0 + b^2_0 + c^2_0 = r^2$$

quindi $M_s = 0$; e l'equazioni (β) si riducono alle seguenti:

$$\begin{aligned} A_1 x + B_1 y + C_1 z + \Theta_1 u &= 0 \\ A_2 x + B_2 y + C_2 z + \Theta_2 u &= 0 \\ A_3 x + B_3 y + C_3 z + \Theta_3 u &= 0 \\ A_4 x + B_4 y + C_4 z + \Theta_4 u &= 0 \end{aligned}$$

« Dividendo per u, sostituendo a Θ_s il suo valore, e ponendo $\frac{x}{u} = \xi$, $\frac{y}{u} = \eta$, $\frac{z}{u} = \zeta$, si avranno le equazioni:

$$(\delta) \qquad \begin{aligned} A_1 \xi + B_1 \eta + C_1 \zeta - 2(t_1 - t_0)t + (t^2_1 - t^2_0) &= 0 \\ A_2 \xi + B_2 \eta + C_2 \zeta - 2(t_2 - t_0)t + (t^2_2 - t^2_0) &= 0 \\ A_3 \xi + B_3 \eta + C_3 \zeta - 2(t_3 - t_0)t + (t^2_3 - t^2_0) &= 0 \\ A_4 \xi + B_4 \eta + C_4 \zeta - 2(t_4 - t_0)t + (t^2_4 - t^2_0) &= 0 \end{aligned}$$

« La risoluzione di queste ci darà i valori di ξ, η, ζ e t.

« Ora poichè $x = u\xi$, $y = u\eta$, $z = u\zeta$, sostituendo queste espressioni, unitamente al valore t già noto, in una qualunque delle (α), si giunge alla seguente equazione di secondo grado in u:

$$(\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2)\, u^2 - \left\{ 2(a_s \xi + b_s \eta + c_s \zeta) + (t_s - t)^2 \right\} u + r^2 = 0$$

« Ricavato un valore di u da questa equazione, diverranno note le x, y, z, e la v.

« CASO II. — Se oltre al supporre che le località siano, come nel caso antecedente, situate tutte sopra una sfera, si suppone di più noto il punto (a_0, b_0, c_0), in cui il raggio passante per il centro di scuotimento incontra la superficie della sfera, il problema si semplifica notevolmente: poichè basterà ora conoscere i tempi t_1, t_2, t_3, di tre sole località $a_1\, b_1\, c_1$, $a_2\, b_2\, c_2$, $a_3\, b_3\, c_3$.

(ε) « Infatti si ha $\frac{x}{a_0} = \frac{y}{b_0} = \frac{z}{c_0}$, ovvero $x = z\frac{a_0}{c_0}$, $y = z\frac{b_0}{c_0}$.

« L'equazioni fondamentali (α) si riducono dunque alle seguenti:

$$(\zeta)\qquad \begin{aligned} \left(\frac{r}{c_0}\right)^2 z^2 - \frac{2}{c_0}(a_1 a_0 + b_1 b_0 + c_1 c_0) z + r^2 &= v^2 (t_1 - t)^2 \\ \left(\frac{r}{c_0}\right)^2 z^2 - \frac{2}{c_0}(a_2 a_0 + b_2 b_0 + c_2 c_0) z + r^2 &= v^2 (t_2 - t)^2 \\ \left(\frac{r}{c_0}\right)^2 z^2 - \frac{2}{c_0}(a_3 a_0 + b_3 b_0 + c_3 c_0) z + r^2 &= v^2 (t_3 - t)^2 \end{aligned}$$

« Sottraendo la prima di queste equazioni dalla seconda e dalla terza, e ponendo $\frac{z}{v^2} = w$ (η), si hanno le due equazioni in w e t.

$$\frac{1}{c_0}\Big\{(a_1 - a_2) a_0 + (b_1 - b_2) b_0 + (c_1 - c_2) c_0\Big\} w + (t_2 - t_1) t = \frac{t^2_2 - t^2_1}{2}$$
$$\frac{1}{c_0}\Big\{(a_1 - a_3) a_0 + (b_1 - b_3) b_0 + (c_1 - c_3) c_0\Big\} w + (t_3 - t_1) t = \frac{t^2_3 - t^2_1}{2}$$

« Da queste si ricavano i valori di w e t. Introducendo poi in una qualunque delle (ζ), p. e. nella prima, il valore trovato di t e l'espressione $z = wv^2 = wu$, in cui w è già noto, si giunge all'equazione di secondo grado in u:

$$\left(\frac{rw}{c_0}\right)^2 u^2 - \left\{\frac{2w}{c_0}(a_1 a_0 + b_1 b_0 + c_1 c_0) + (t_1 - t)^2\right\} u + r^2 = 0$$

« Traendo da questa un valore di u, e tenendo conto della (η), si conoscono i valori di v e di z: quindi finalmente le (ε) ci daranno x ed y.

« Caso III. — Il problema diviene ancora più semplice, supponendo che il punto (a_0 b_0 c_0) sia esso stesso il centro di scuotimento. In questo caso, oltre la conoscenza della posizione del detto centro, basta che il tempo dell'arrivo della scossa sia stato determinato in due sole località. Infatti dette δ_1 e δ_2 le distanze dei punti a_1 b_1 c_1, a_2 b_2 c_2 da a_0 b_0 c_0, si ha direttamente

$$\delta_1 = \sqrt{(a_1 - a_0)^2 + (b_1 - b_0)^2 + (c_1 - c_0)^2} = v(t_1 - t)$$
$$\delta_1 = \sqrt{(a_2 - a_0)^2 + (b_2 - b_0)^2 + (c_2 - c_0)^2} = v(t_2 - t)$$

« Queste equazioni non sono altro che le (ζ), quando vi si faccia $z = c_0$. Ponendo $\omega = \frac{1}{v}$, sarà:

$$\delta_1\, \omega + t = t_1$$
$$\delta_1\, \omega + t = t_2$$

donde si ricaveranno i valori di ω e di t, che risolvono il problema.

* * *

« Le varie formole date di sopra per punti di osservazione posti tutti alla superficie di una sfera sono quelle da applicare al caso pratico dei terremoti, nei quali l'ipocentro può stare ad una profondità più o meno grande, e le località, dove si osservano i tempi d'arrivo delle scosse, sono tutte sopra la superficie terrestre (1). Ma in questo caso pratico, se tenessimo conto della reale struttura del nostro globo, non potremmo più a rigore supporre la sua massa omogenea, come abbiamo fatto fin qui nelle nostre formole. Tanto la densità, come l'elasticità possono variare lungo il tragitto dell'onda sismica, sia per la diversa costituzione dei materiali attraversati, sia per l'aumento della pressione colla profondità. Quindi a rigore non si potrebbe più ammettere il cammino rettilineo dell'urto sismico dal centro di scuotimento ad una qualunque delle località considerate. È chiaro dunque che i valori che si possono ottenere applicando le nostre formole, vanno presi in pratica solo come prima approssimazione e con riserva, conforme appunto alle fatte riflessioni.

« Abbiamo veduto che tanto nel caso più generale di località comunque poste nell'interno di una massa indefinita, quanto nel caso particolare di località poste tutte sopra una sfera (caso I), è necessario di conoscere i tempi d'arrivo delle scosse almeno in cinque località. Quando invece si supponga nota la posizione del raggio, su cui si trova il centro di scuotimento, o in altre parole, si conosca la posizione dell'epicentro, (caso II) sono necessari solamente i tempi di tre località; i quali finalmente si riducono a due, ove si supponga il movimento propagarsi dall'epicentro stesso, cioè a dire, l'ipocentro coincidente coll'epicentro (caso III) (2). Siccome però di fatto si ha quasi sempre un numero ben più grande del necessario di località, dove sono stati osservati i suddetti tempi, si capisce facilmente che per utilizzare tutti questi dati sovrabbondanti si potrà ricorrere al metodo dei minimi quadrati.

* * *

« Si potrebbe il problema della determinazione degli elementi di un terremoto considerare anche da un altro punto di vista, supponendo cioè che per una particolare struttura del nostro globo la scossa abbia origine, e si propaghi efficacemente solo nello strato più superficiale della terra, seguendo con moto uniforme gli archi di circolo massimo e non le corde; o almeno supponendo che esista, fra le altre, una particolare forma di vibrazione sismica, la quale per una ragione qualsiasi costituisca un fenomeno proprio del detto strato superficiale, ed irraggi dall'epicentro con velocità costante lungo i circoli massimi. Il calcolo degli elementi del terremoto, basato unicamente sull'osservazione dei tempi in diverse località, esige in questo secondo modo di

(1) Le coordinate cartesiane delle diverse località si deducono dalle coordinate geografiche colle note formole trigonometriche, ed il calcolo è facilissimo, quando si scelga per origine degli assi il centro della terra, per piano xy il piano dell'equatore, e quindi l'asse terrestre per asse delle z.

(2) A questo caso ci avviciniamo nella pratica, quando l'ipocentro è da ritenersi ad una profondità relativamente assai piccola.

vedere un processo diverso da quello tenuto fino qui da noi nell'ipotesi della propagazione rettilinea, e speriamo di aver agio di trattare anche sotto quest' altro punto di vista il nostro problema.

« È certo che lo studio di un terremoto anche in questa seconda ipotesi è importantissimo per più ragioni. Primieramente perchè da qualche tempo i livelli astronomici, sismometrografi ecc. hanno accennato l'esistenza di onde sismiche a lento periodo, che si mostrano alla superficie con una specie di larghissimo increspamento della medesima, e si vuole da alcuni che queste onde abbian fatto persino l'intero giro del globo. Ora parrebbe che fosse questo appunto un caso di quel movimento puramente superficiale, che abbiam detto. In secondo luogo qualora i dati di osservazione per un terremoto fossero in numero maggiore del necessario, sottoponendoli al calcolo tanto nell'ipotesi della propagazione rettilinea, lungo le corde, quanto nell'ipotesi della propagazione lungo gli archi di circolo massimo, il miglior accordo fra i valori calcolati ed osservati potrebbe metterci sulla via per decidere quale delle due ipotesi si accosti più alla realtà.

« Finalmente, come dichiareremo meglio in una Nota che fa seguito alla presente, supposto anche che l'urto si propaghi nell'interno della massa terrestre in linea retta, con velocità costante, è però certo che, lungo la superficie la velocità, diciam così, apparente di propagazione (quella che chiameremo *velocità superficiale*) non può essere costante, ma variabile con legge determinata. Così anche la velocità ottenuta dividendo l'arco di circolo massimo per il tempo impiegato a percorrerlo, cioè la velocità superficiale *media*, deve variare pur essa. Se invece il fenomeno è superficiale, le velocità vera e media dovranno coincidere ed essere costanti ambedue, salva sempre la questione di perturbazioni irregolari, dovute all'eterogeneità dei materiali attraversati. Dal calcolo dunque delle velocità, quando ben inteso, il progresso delle osservazioni sismiche sarà in grado di fornirci una determinazione sufficientemente esatta delle ore delle scosse, potrà derivare molta luce tanto sul meccanismo di propagazione dell'urto sismico, quanto anche, se si voglia, sulla costituzione interna dello sferoide terrestre.

« Comunemente dai sismologi le distanze dei punti di osservazione, sia dall'epicentro, sia uno dall'altro, vengono contate sui circoli massimi passanti per l'epicentro, e si ritiene la velocità del terremoto rappresentata dai quozienti di queste distanze per le differenze dei relativi tempi. Questo modo di procedere non dà a rigore altro che la velocità media superficiale, la quale, come abbiamo osservato, se l'ipocentro è profondo, e l'urto sentito alla superficie proviene direttamente da esso in linea retta, sarà diversa dalla velocità di propagazione nella massa terrestre, che è la cercata. Però se l'ipocentro è vicinissimo alla superficie, e i punti d'osservazione sono a distanze da esso tali, che la differenza tra l'arco e la corda sia trascurabile; le due ipotesi della propagazione rettilinea e della propagazione per archi di circolo massimo condurranno a risultati sensibilmente identici, o meglio le differenze potranno essere in pratica sopraffatte da variazioni accidentali. È per questo che uno di noi (Agamennone) nel calcolare col metodo di Dutton e Newcomb la velocità di parecchi terremoti, ad ipocentro probabilmente pochissimo profondo, e nei quali la distanza della località più lontana dall'ipocentro si aggira sui 2000 km., ha creduto di non allontanarsi dal modo di procedere comune. Infatti per tale massima distanza l'arco non supera la corda che di pochi chilometri. D'altronde gli errori di osservazione nei tempi sono ancor tali, per i terremoti finora studiati, da rendere impossibile per ora il porre in evidenza le variazioni suaccennate di velocità ».

Chimica. — *Sulla costruzione della nicotina.* Nota di G. Oliveri, presentata dal Socio Paternò.

Mineralogia. — *Sopra alcuni minerali di Su Poru fra Tonni e Correboi in Sardegna — La tormalina della zona arcaica di Caprera.* Note di D. Lovisato, presentate dal Socio Struever.

Queste Note saranno pubblicate nei prossimi fascicoli.

MEMORIE
DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

N. Nicoli. *Sull'efflusso dei gas, dei vapori e dei liquidi soprariscaldati sotto forti pressioni.* Presentata dal Socio Cerruti.

A. Porro. *Un'altra ipotesi sulla formazione della grandine.* Presentata dal Segretario.

PERSONALE ACCADEMICO

Il Presidente annuncia con rammarico all'Accademia la perdita da questa fatta nella persona del Socio straniero Tchebichef Pafnutij, mancato ai vivi il 16 dicembre 1894; apparteneva il defunto Socio all'Accademia sino dal 16 dicembre 1883.