ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCII

1895

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME IV.

1° Semestre

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1895

Fisica. — *Studio delle proprietà elastiche dei corpi fondato sull'uso contemporaneo dei metodi statico e dinamico* (1). Nota del dott. M. Cantone, presentata dal Socio Blaserna.

« Lo studio delle proprietà elastiche per mezzo delle oscillazioni ha condotto a risultati i quali stanno in sensibile disaccordo con quelli ottenuti usando il metodo statico, anche quando venga adoperato lo stesso corpo nei due generi di esperienze. Da taluni si è voluto attribuirne la causa ad imperfezione delle misure, non si è escluso però dai più che la natura medesima del processo di deformazione potesse nei due casi portare a valori diversi per le costanti di elasticità, non essendo la legge di Hooke seguita esattamente; anzi tenendo conto di questa circostanza si sono accolti in generale con maggior fiducia i risultati delle ricerche col metodo dinamico, appunto perchè con esse si riesce a determinare le dette costanti, senza bisogno di provocare forti spostamenti delle particelle e quindi senza allontanarsi molto da quella legge.

« Accertata intanto da me la esistenza dei fenomeni d'*isteresi elastica* (2), conveniva trattare la questione da un punto di vista nuovo, importava cioè vedere se partendo dallo studio dei processi ciclici di deformazione fosse possibile avere, coll'uso dei due metodi statico e dinamico, risultati concordanti.

« Nella Nota attuale mi propongo di rendere conto delle ricerche fatte in proposito.

Ho già mostrato in una memoria: *Sull'attrito interno dei metalli* (3) come lo smorzarsi delle oscillazioni dovute a forze elastiche sia da attribuire con grande probabilità al lavoro che si consuma nel corpo per i fenomeni d'isteresi, ed ho fatto vedere ancora in una Nota successiva potersi rappresentare la legge che segue il corpo nel deformarsi per torsione in un ciclo bilaterale, fra limiti non molto estesi di ampiezza, mediante il sistema di equazioni:

$$M = M_1 \cos \alpha \quad , \quad \omega = A \cos (\alpha - \lambda) \; ,$$

essendo M il momento torcente, ω l'angolo di torsione, M_1 il momento massimo impiegato nel ciclo, λ un parametro da cui dipendono nel ciclo che si considera le deviazioni dalla legge di proporzionalità tra M ed ω, ed α una variabile indipendente.

(1) Lavoro eseguito nel Laboratorio di fisica della R. Università di Palermo.

(2) V. Rend. Acc. dei Lincei, 2, 2° sem., p. 246, 295, 339 e 385, 1893; 3, 1° sem., p. 26 e 62, 1894.

(3) V. *Nuovo Cimento*, 1, p. 165 e 190, 1895.

« Mantenendoci i quest'ordine d'idee e restando nel campo della torsione, ammetteremo che nel caso delle oscillazioni la legge di dipendenza fra le M e le ω sia della stessa natura, porremo perciò, prendendo come origine dei tempi l'istante in cui il momento raggiunge il massimo valore dalla parte delle forze torcenti positive:

$$(1) \qquad \mathrm{M} = \mathrm{M}_1 e^{-\frac{\gamma t}{\mathrm{T}}} \cos \frac{2\pi t}{\mathrm{T}} \quad , \quad \omega = \mathrm{A} e^{-\frac{\beta t}{\mathrm{T}}} \cos \frac{2\pi (t - \lambda)}{\mathrm{T}} \, ,$$

dove T denota la durata della oscillazione, e le espressioni esponenziali costituiscono dei *fattori di smorzamento* che noi potremo assumere nella forma data, salvo ad esaminare poi la natura delle costanti γ e β.

« L'adottare il sistema delle (1) corrisponde ad ammettere una differenza di fase fra le variazioni di M e di ω, la quale, pur essendo suggerita dall'indole dei fenomeni d'isteresi, nella ipotesi che il corpo venga abbandonato a sè dopo averlo sottoposto all' azione di forze gradatamente crescenti, deve ritenersi, almeno per quanto riguarda il principio del moto oscillatorio, come puramente fittizia, giacchè in tal caso non può supporsi che al massimo di ω non corrisponda il massimo di M. Però la ipotesi potrebbe essere conforme alla realtà se invece di arrivare alla deformazione estrema con forze crescenti, vi giungessimo con un impulso dato al filo nello stato di riposo, in quanto è probabile che coll'aumentare della torsione una parte via via maggiore di molecole, assumendo le proprietà caratteristiche dei fluidi e quindi senza presentare reazioni elastiche, subiscano spostamenti oltre la posizione cui sarebbero pervenute qualora la rottura dei legami non si fosse verificata, in guisa da rendersi possibile una deformazione ancora nel senso primitivo quando le forze elastiche per la reazione delle parti rimanenti hanno raggiunto il massimo valore. Se così stessero le cose, il concetto da cui è partito l'Ewing nella denominazione dei fenomeni da lui studiati nel magnetismo non sarebbe nel campo della elasticità del tutto fittizio, ma avrebbe fondamento sulla realtà.

« Senza insistere oltre in tali considerazioni, ci contenteremo di trovare teoricamente la durata di oscillazione partendo da una legge relativa ai fenomeni d'isteresi molto vicina alla vera, per cui l'attuale studio senza avere la pretesa di risolvere in modo rigoroso il problema del moto dei sistemi elastici, è da riguardarsi come un tentativo di un nuovo metodo d'indagine.

« Cominceremo dal vedere a quali condizioni devono soddisfare i parametri β, γ, λ e T. Servirà a tal uopo la relazione generale:

$$-\frac{d^2\omega}{dt^2} = \frac{\mathrm{M}_1}{\mathrm{I}} e^{-\frac{\gamma t}{\mathrm{T}}} \cos \frac{2\pi t}{\mathrm{T}} \, ,$$

in cui I denota il momento d'inerzia della massa oscillante. Sostituendo per ω il valore dato dalla (1) si avrà:

$$(2)\quad Ae^{-\frac{\beta t}{T}}\left\{\frac{4\pi^2-\beta^2}{T^2}\cos\frac{2\pi(t-\lambda)}{T}-\frac{4\pi\beta}{T^2}\operatorname{sen}\frac{2\pi(t-\lambda)}{T}\right\}=\frac{M_1}{I}e^{-\frac{\gamma t}{T}}\cos\frac{2\pi t}{T}.$$

« Una prima equazione si ottiene ponendo nella (2) $t=\lambda$. Risulta allora:

$$(3)\qquad Ae^{-\frac{\beta\lambda}{T}}\frac{4\pi^2-\beta^2}{T^2}=\frac{M_1}{I}e^{-\frac{\gamma\lambda}{T}}\cos\frac{2\pi\lambda}{T}$$

da cui si ricava:

$$(4)\qquad T=\sqrt{\frac{IAe^{-\frac{\beta\lambda}{T}}}{M_1}\,\frac{4\pi^2-\beta^2}{\cos\frac{2\pi\lambda}{T}}\,e^{\frac{\gamma\lambda}{T}}}$$

« Se poi facciamo nella (2) $t=T+\lambda$ si ha:

$$Ae^{-\frac{\beta\lambda}{T}}e^{-\beta}\frac{4\pi^2-\beta^2}{T^2}=\frac{M_1}{I}e^{-\frac{\gamma\lambda}{T}}e^{-\gamma}\cos\frac{2\pi\lambda}{T},$$

la quale relazione non può coesistere colla (3), a meno che non si abbia $e^{-\beta}=e^{-\gamma}$, ossia:

$$(5)\qquad \beta=\gamma.$$

« Se in fine si pone nella (3) $t=\frac{T}{4}$, avremo:

$$Ae^{-\frac{\beta}{4}}\left(\frac{4\pi^2-\beta^2}{T^2}\operatorname{sen}\frac{2\pi\lambda}{T}-\frac{4\pi\beta}{T^2}\cos\frac{2\pi\lambda}{T}\right)=0,$$

da cui:

$$(6)\qquad \operatorname{tg}\frac{2\pi\lambda}{T}=\frac{4\pi\beta}{4\pi^2-\beta^2},$$

ed attesa la piccolezza di β e λ:

$$(7)\qquad \frac{2\pi\lambda}{T}=\frac{\beta}{\pi}.$$

« Questo risultato ci dice che se una differenza di fase esiste in realtà fra le variazioni di M e di ω, essa tende a sparire con β. Sarebbe invero azzardato il supporre che il *decremento logaritmico* β, il quale quando si parta da grandi ampiezze diminuisce in modo assai marcato col diminuire della elongazione, abbia per limite inferiore lo *zero*, ma atteso il fatto che anche operando fra limiti di ampiezza assai ristretti (¹) il valore di β è per

(¹) V. W. Voigt, *Bestimmung der Constanten der Elasticität und Untersuchung der innern Reibung für einige Metalle.* Göttingen 1892.

ciascuna serie di oscillazioni sempre decrescente, quella ipotesi non sarebbe del tutto priva di base, ed allora si verrebbe per la (7) alla conseguenza di aversi un ritorno alle condizioni di struttura iniziali per la natura stessa del lavorio subìto dal corpo durante il moto oscillatorio. Del resto, ammesso pure che λ non raggiunga il limite *zero*, si manifesterebbe sempre nel filo la tendenza a questo ritorno, rimanendo solo effetti residui dello spostamento di fase, effetti che potrebbero forse anche spiegarci i fenomeni di *accomodazione* (1).

« Al principio di ogni ciclo dinamico corrisponderà un valore massimo di ω tale che per esso si abbia:

$$\frac{d}{dt}\left\{e^{-\frac{\beta t}{T}}\cos\frac{2\pi\,(t-\lambda)}{T}\right\}=0$$

ossia:

$$\operatorname{tg}\frac{2\pi\,(t-\lambda)}{T}=-\frac{\beta}{2\pi};$$

e poichè β è assai piccolo il valore del tempo relativo a questo massimo ci verrà dato, tenendo conto della (7), dalla formola:

$$t_1=\frac{\beta T}{4\pi^2},$$

onde si avrà per il massimo cercato, che indicheremo con ω_1, nei limiti di approssimazione cui ci siamo attenuti:

$$\omega_1=A\,\frac{4\pi^2-\beta^2}{4\pi^2}\left(1-\frac{\beta^2}{8\pi^2}\right) \tag{8}$$

« Se infine teniamo presenti le (4), (5), (6) ed (8), avremo con grande approssimazione:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{I\omega_1}{M_1}}\left(1+\frac{\beta^2}{16\pi^2}\right).$$

« Perveniamo così ad una espressione per T che differisce apparentemente da quella ammessa nella ipotesi che si abbiano reazioni elastiche proporzionali agli spostamenti delle particelle solo per la introduzione del fattore $\left(1+\frac{\beta^2}{16\pi^2}\right)$, il quale fu trovato per i diversi fili tanto vicino all'unità da rendersi superfluo il tenerne conto; ma deve notarsi che nel radicale invece del noto rapporto $\frac{\omega}{M}$ comparisce il valore di questa espressione che corrisponde ai massimi di ω e di M relativi alla oscillazione che si consi-

(1) V. Rend. Acc. Lincei, 2, 2° sem., p. 385.

dera, onde risulta la durata T uguale a quella che si avrebbe ammettendo lungo il ciclo dinamico una legge di proporzionalità fra le ω e le M con una costante uguale ad $\frac{\omega_1}{M_1}$.

« La soluzione del problema riguardante il moto oscillatorio dei sistemi elastici si riduce pertanto alla ricerca del rapporto $\frac{\omega_1}{M_1}$ per le singole oscillazioni. Vediamo come si possa procedere in tale ricerca.

« È noto che, se non si va a deformazioni esagerate, sopprimendo d'un tratto il carico torcente il corpo oscillando si riporta ad una configurazione vicinissima a quella da cui è partito prima di essere deformato, specialmente ad accomodazione innoltrata. È da pensare adunque che i cicli compiuti in tal caso fra limiti gradatamente decrescenti tendano a far ritornare il corpo allo stato iniziale, presso a poco per la stessa via che esso avrebbe seguito arrivando alla deformazione massima con una serie di cicli bilaterali le cui ampiezze aumentino man mano ripassando in senso opposto per gli stessi valori di prima, e poichè sappiamo essere in tal caso i cicli rappresentati da cappî i quali fanno capo alla curva che dà l'andamento della deformazione per forze crescenti con continuità, siamo indotti a ritenere che anco in un filo oscillante per le forze elastiche le curve relative ai vari cicli facciano capo alla stessa linea.

« Ed a conferma di un tal modo di vedere varrebbero talune esperienze da me compiute con un filo di nichel. Ho trovato infatti che producendo sul corpo in esame una serie di cicli statici bilaterali tra le forze estreme: *24*, *— 22*, *20*, *— 18*, *16*, *— 14*, *12* ecc., le deformazioni avute per le forze: *24*, *20*, *16*, *12* ecc., coincidevano sensibilmente con quelle relative agli stessi carichi quando si andava direttamente da *zero* a *24*.

« Segue da tutto ciò che per la verifica della teoria avanti esposta converrà assumere per $\frac{\omega_1}{M_1}$ i valori forniti dalle ricerche col metodo statico, e se i risultati dell'esperienza andranno d'accordo con quelli dei nostri calcoli, avremo ragione di credere che la ipotesi ora fatta non sia del tutto arbitraria.

« Esaminiamo adunque se il valore di T dedotto dalla nuova teoria è d'accordo con quello ricavato sperimentalmente. Ricorreremo per tale raffronto alle ricerche intraprese in occasione dello studio sull'attrito interno dei metalli, servendoci oltre che della parte riguardante i cicli statici e lo smorzamento delle oscillazioni di alcune esperienze compiute allora per indagare come varia T al diminuire dell'ampiezza, e delle quali non si è reso conto nelle precedenti pubblicazioni.

« In queste ultime esperienze vennero da me compiute le misure del tempo e delle elongazioni nel modo che verrò ad esporre. Messo ad oscillare il filo colla rapida soppressione del carico torcente e preso l'andamento del cronometro, passavo al cannocchiale e marcavo l'istante in cui si vedea coincidere per la prima volta la posizione di massimo spostamento a destra col filo del cannocchiale. Siccome intanto la misura del tempo non permetteva che si potesse apprezzare esattamente questa posizione, le letture relative alle ampiezze si cominciavano con una, e per fili oscillanti con grande rapidità con due, oscillazioni di ritardo rispetto all'istante marcato, e si limitavano a tre successive escursioni nei due sensi. Si avea così il mezzo di eseguire varie serie di queste misure coll'intervallo di *5* o di *10* oscillazioni, a seconda dei valori di T, durante il moto oscillatorio fino a che le ampiezze consentivano misure esatte del tempo.

« Esperienze cosiffatte fornivano i valori medî di T nei predetti intervalli; occorreva dunque ricercare le corrispondenti ampiezze che io voglio sin d'ora denotare con (ω_1). Per questo cominciavo dal completare le serie relative alle elongazioni servendomi delle serie analoghe di cui feci uso nello studio dell'attrito interno, nelle quali partendo dagli stessi limiti di forze torcenti si erano ottenute con continuità le escursioni a destra ed a sinistra per un numero piuttosto grande di oscillazioni [1], ed avute così le ω_1 corrispondenti ai valori segnati del tempo, si deducevano prendendo le successive medie i valori di (ω_1).

« A dir vero sarebbe stato più rigoroso riferirsi alle ampiezze relative agli istanti medî degl'intervalli sopra menzionati, ma siccome $\frac{\omega}{M}$ varia poco in un campo ristretto di deformazioni poteva bastare che le (ω_1) fossero determinate come ora si disse. Avute le (ω_1) si ricorreva al diagramma che dava, in base all'esperienze col metodo statico e per forze crescenti con continuità, le $\frac{\omega_1}{M_1}$ in funzione delle ω_1 e si cercavano le ordinate in corrispondenza dei diversi valori di (ω_1).

« Il calcolo di T potè estendersi fino ad un limite di ampiezza non molto piccolo, perchè quel diagramma era tracciato a partire dal punto relativo al primo dei pesi torcenti adoperati nell'esperienze col metodo statico, e per tal peso si produceva una deformazione superiore alle ampiezze cui ci si arrestava nelle ricerche col metodo dinamico; e siccome la nostra verifica era basata sulla conoscenza esatta dei rapporti $\frac{\omega_1}{M_1}$, non si credè opportuno ricavare le durate inerenti alle più piccole ω_1 usando valori di $\frac{\omega_1}{M_1}$ ottenuti per estrapolazione.

« Il momento d'inerzia della massa oscillante venne determinato con due serie di esperienze eseguite entro limiti di ampiezza assai ristretti con un

(1) Fu trovato che l'accordo fra le serie di elongazioni avute a partire dalla stessa lettura iniziale era assai soddisfacente.

filo di nichel crudo. Il sistema di cui qui parliamo era tutto di bronzo e costituito, come altra volta fu detto (¹), di una ruota con sei raggi portante un albero centrale con una puleggia, e di due anelli aventi diametro esterno uguale a quello della ruota. Determinata la durata di oscillazione del filo, tanto nel caso del carico completo quanto togliendo l'anello superiore, colla conoscenza del peso e delle dimensioni di quest' ultimo si potè dedurre il momento d'inerzia del sistema completo.

Debbo però far rilevare che il valore di T in ciascuna di quelle due serie fu trovato decrescente dal principio al termine del moto oscillatorio, non ostante si fosse partiti in entrambi i casi da piccole ampiezze, se non che si trattava qui di variazioni poco notevoli, per cui bastò prendere come valori delle due durate le medie ottenute fra limiti uguali di ω_1. In tal modo si ebbe:

$$I = 2{,}039{,}200.$$

« Per il nostro metodo di verifica non era necessario che fossero note le dimensioni del filo oscillante, tuttavia, siccome nelle letture delle ampiezze si fece uso di uno specchio collocato lungo il filo ad una distanza dall'estremo superiore che indicheremo con l, il calcolo di $\frac{\omega_1}{M_1}$ richiedeva che le elongazioni relative ad l fossero ridotte ai valori corrispondenti alla lunghezza totale L mediante il fattore $\frac{L}{l}$, e poichè la l e la L, a causa delle saldature agli estremi del filo, non si potevano determinare con grande esattezza non era improbabile che i valori calcolati di T, atteso quanto ora si è detto, riuscissero per ciascun filo alterati nella stessa misura. Ma per l'indole dell'attuale studio non costituiva questa circostanza un grave inconveniente, giacchè per vedere se l'esperienze coi metodi statico e dinamico conducono a risultati concordanti, bastava che al variare dell'ampiezza le variazioni dei valori calcolati ed osservati di T fossero uguali.

« Ciò appunto parmi si possa dedurre dalla seguente tabella che contiene tutti i risultati cui sono giunto. Nelle successive colonne di essa si hanno rispettivamente le indicazioni dei diversi fili cimentati, le ampiezze ω_1 computate in minuti primi e per un centimetro del filo, i valori di T avuti dall'esperienza, quelli di T_1 dedotti dai calcoli (²), e finalmente le differenze Δ fra le T e le corrispondenti T_1.

(¹) V. *Nuovo Cimento,* 1, p. 165.

(²) Nel calcolo di T_1 non si tenne conto della resistenza dell' aria, trattandosi di un'azione che non poteva influire in modo apprezzabile sul valore della durata nei limiti di approssimazione ai quali ci siamo arrestati.

	ω_1	T	T_1	Δ
Ot_2	20,3	5,31	5,30	0,01
	16,6	5,30	5,29	0,01
	14,9	5,29	5,29	0,00
	13,8	5,29	5,29	0,00
	9,4	5,29	5,28	0,01
Fe_1	13,9	4,02	4,02	0,00
	9,5	4,01	4,01	0,00
	6,5	3,99	4,00	− 0,01
	4,7	3,98	3,98	0,00
	3,5	3,98	3,97	0,01
Fe_2	54,1	6,13	6,13	0,00
	37,3	6,10	6,09	0,01
	28,9	6,08	6,08	0,00
	23,7	6,07	6,07	0,00
	20,0	6,06	6,06	0,00
	17,2	6,06	6,06	0,00
Fe_3	36,8	8,32	8,25	0,07
	29,2	8,30	8,23	0,07
	24,0	8,30	8,22	0,08
	19,8	8,30	8,22	0,08
	16,4	8,28	8,22	0,06
	13,7	8,28	8,22	0,06

	ω_1	T	T_1	Δ
Fe_4	72,8	5,33	5,46	− 0,13
	32,1	5,28	5,36	− 0,08
	23,4	5,28	5,36	− 0,08
	18,3	5,28	5,35	− 0,07
	14,6	5,27	5,35	− 0,08
Ni_9	26,2	5,45	5,31	0,14
	17,8	5,44	5,30	0,14
	12,9	5,44	5,29	0,15
	9,5	5,44	5,29	0,15
	7,3	5,42	5,28	0,14
Ni_{11}	21,3	5,15	5,13	0,02
	13,9	5,12	5,10	0,02
	9,5	5,11	5,10	0,01
	6,9	5,09	5,09	0,00
Pt_1	56,1	8,16	8,11	0,05
	43,0	8,14	8,07	0,07
	35,6	8,14	8,05	0,09
	30,7	8,12	8,03	0,09
	27,1	8,10	8,02	0,08
	24,5	8,10	8,02	0,08

	ω_1	T	T_1	Δ
Al_2	10,6	3,21	3,21	0,00
	8,8	3,19	3,20	− 0,01
	7,4	3,19	3,20	− 0,01
	6,3	3,19	3,19	0,00
	4,6	3,18	3,18	0,00
Cu_1	18,6	7,92	7,95	− 0,03
	12,1	7,80	7,83	− 0,03
	8,8	7,74	7,79	− 0,05
Cu_2	16,9	7,90	7,89	0,01
	11,8	7,74	7,78	− 0,04
	8,9	7,72	7,74	− 0,02
Cu_3	9,61	5,00	4,98	0,02
	7,16	4,98	4,95	0,03
	5,88	4,96	4,93	0,03
	4,98	4,94	4,93	0,01
	4,25	4,94	4,92	0,02
	3,69	4,92	4,92	0,00
	3,17	4,92	4,92	0,00
Ag_2	10,9	6,30	6,32	− 0,02
	7,6	6,24	6,27	− 0,03
	5,7	6,24	6,26	− 0,02
	4,7	6,22	6,24	− 0,02

« Il fatto che i valori di Δ sono d'ordinario assai piccoli, mostra che gli elementi costanti di cui si deve tener conto nella formula di T furono determinati con sufficiente esattezza, sicchè le divergenze più grandi fra le T e le T_1, nei casi in cui si presentano, è probabile sieno dovute alla imperfetta misura di L ed l. Ad ogni modo è da osservare che le Δ di ciascuna serie sono sensibilmente costanti, il che, come si disse, accenna ad una conferma dei nostri risultati teorici, e rivela quindi l'importanza dello studio del moto oscillatorio dei sistemi elastici fondato sulla ricerca col metodo statico della legge di deformazione.

« Il dott. W. Puddie (¹) ha pubblicato in questi ultimi tempi uno studio sulla oscillazione dei fili per torsione, in cui riferendosi ad alcune esperienze

(¹) Phil. Mag., 38, p. 36, 1894.

da lui fatte con un filo di ferro, mostra che la elongazione θ relativa al tempo t è data mediante la relazione empirica $\theta^n (t + t_0) = h$, dove θ_0 e h sono costanti. Egli trova che a questo risultato si può giungere teoricamente supponendo, secondo il concetto del Maxwell, che al crescere della torsione un numero di gruppi molecolari sempre maggiore si spezzi, ed ammettendo che per tal fatto si abbia una diminuzione di energia potenziale proporzionale ad una potenza dell'angolo di torsione.

« Se la legge empirica rilevata dal Sig. Puddie fosse applicabile a tutti i corpi, si potrebbe nella espressione generale che si dà per ω nel caso del moto oscillatorio, sostituire al fattore di smorzamento $\omega_1 e^{\frac{\beta t}{T}}$, dove comparisce la quantità β che non è mai costante, l'altro della forma $\frac{\omega_1}{(1 + ct)^\sigma}$, salvo a trovare in base alla equazione differenziale cui esso deve soddisfare le relazioni che legano le costanti c e σ agli elementi del fenomeno. Però la verifica da me tentata della formula del Sig. Puddie per lo smorzamento delle oscillazioni ha condotto a risultati negativi, nel senso che non è stato possibile trovare per alcun filo una coppia di valori di σ e c costanti. Il concetto da cui parte l'autore del citato lavoro si avvicina alle nostre vedute, ma egli nella teoria elementare che svolge non tien conto dei fenomeni d'isteresi, i quali, per quanto si è osservato in questo e nei miei precedenti lavori sull'elasticità, devono esercitare sul moto dei sistemi elastici una influenza tutt'altro che trascurabile.

« Converrà dunque per ora conservare al fattore di smorzamento la forma di una espressione esponenziale, dove la quantità β al pari della durata T è da riguardarsi come un parametro variabile da una oscillazione all'altra. È sperabile però che si arrivi a trovare per questo fattore una espressione che meglio risponda al comportamento reale dei corpi nei fenomeni dinamici, sopratutto per riguardo a ciò che operando con sostanze dotate di plasticità apprezzabile, qualora non si parta da una deformazione assai piccola, il corpo abbandonato a sè non ritorna esattamente alla posizione di riposo iniziale, e che di conseguenza non può a rigore ammettersi lo *zero* come limite di quel fattore al crescere di t ».

Chimica. — *Sul comportamento crioscopico di sostanze aventi costituzione simile a quella del solvente* [1]. Nota di Felice Garelli, presentata dal Socio Ciamician.

« In una Nota con lo stesso titolo della presente pubblicata in questi Rendiconti [2], il prof. Paternò fa alcune osservazioni a proposito di un lavoro

[1] Lavoro eseguito nel Laboratorio di chimica generale della R. Università di Bologna.
[2] 1° semestre, vol. IV, pag. 318.