ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCIII

1896

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME V.

2° SEMESTRE

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1896

Fisica. — *Sopra un punto della teoria dei raggi catodici.* Nota di A. Garbasso, presentata dal Corrispondente Naccari.

Presentemente le ipotesi più in voga su la natura della radiazione catodica sono due: quella della materia radiante e quella delle vibrazioni trasversali. Dal primo punto di vista si considerano i raggi catodici come getti di particelle elettrizzate, dal secondo come raggi di oscillazioni, affatto simili a quelle della luce ordinaria o, meglio, della luce ultravioletta.

Oggetto di questa Nota è di confrontare fra loro i resultati delle due teorie per il caso in cui si suppone che la propagazione dei raggi catodici abbia luogo in un campo elettrostatico o in un campo magnetico.

Secondo esperienze istituite appositamente dall' Hertz [1], i raggi catodici ordinarii non subiscono alcuna deviazione o deformazione quando attraversano un campo elettrostatico; la cosa del resto, almeno entro certi limiti, si poteva prevedere. Nel tubo di scarica, infatti, esiste un campo elettrico e, ciò nonostante, i raggi catodici si propagano in linea retta, in direzioni, che non sono influenzate per nulla da quelle delle forze [2].

Recentemente però il Jaumann è riuscito [3] a produrre dei raggi catodici, debolissimi, che non vanno più in linea retta, e risentono le azioni elettrostatiche.

Nell' ipotesi della materia radiante si intende come avvenga questo, e come l' esistenza dei nuovi raggi trovati dal Jaumann si concilii con quella dei raggi del Crookes. Il problema è analiticamente quello del moto di un corpo, che attraversa la sfera d' azione di un centro attraente. Se la velocità di traslazione è molto grande, la traiettoria è sensibilmente rettilinea; se no si incurva. In questo caso il moto può essere facilmente perturbato.

Resta a vedersi se si possa ottenere qualche cosa di simile nell' ipotesi delle vibrazioni trasversali.

Date le leggi secondo le quali la luce si propaga, non mi sembra vi sia altro modo per intendere come un raggio luminoso possa avere una forma diversa dalla rettilinea, che di supporre l' indice di rifrazione variabile da punto a punto nel mezzo. È quello che succede nel caso del miraggio e in quei curiosi fenomeni di diffusione di liquidi in liquidi, che furono recentemente studiati dal Wiener e dal Macé de l' Épinay.

(1) H. Hertz. Wied. Ann. XIX, 1883.
(2) H. Hertz. l. c.
(3) G. Jaumann. C. R. CXXII, 1896.

Nel caso che ci occupa bisognerebbe dunque ammettere che, sotto l'azione di un campo elettrico, le costanti che definiscono la velocità di propagazione della luce, in un gas molto rarefatto, si alterano.

Dalla Nota del Jaumann non si ricava nulla di preciso su le traiettorie percorse dai raggi catodici « deboli ». A noi però può interessare di vedere se sia possibile immaginare una tale distribuzione dell' indice di rifrazione, da produrre gli stessi effetti, che sono previsti dall' ipotesi della materia radiante. Per precisare meglio le cose consideriamo, p. e., il campo dovuto ad un unico punto elettrizzato; il problema si riduce a questo: trovare una distribuzione tale dell' indice, che la traiettoria di un raggio di luce sia una conica.

La quistione è risolubile e fu già risolta dal Mathiessen (1) in altra occasione. L' indice riesce una funzione della distanza da uno dei fochi della traiettoria.

È inutile insistere su questo argomento. Basti aver accennato che, almeno analiticamente, la teoria delle oscillazioni può rendere in questo caso gli stessi servizii che la teoria corpuscolare.

Naturalmente per comprendere, nell' ipotesi delle vibrazioni, come i raggi « deboli » siano deviati, mentre i raggi ordinarii non lo sono, bisognerà ammettere l' esistenza di raggi catodici di varie specie, per esempio di varie lunghezze d' onda.

Le forze magnetiche esercitano sopra i raggi catodici delle azioni più sensibili e meglio conosciute di quelle esercitate dalle forze elettriche.

Si sa infatti da gran tempo che i raggi catodici si deformano in un campo magnetico. Se il campo è uniforme essi prendono in generale una figura elicoidale, rimangono curve piane e sono, all' ingrosso, cerchi se si produce il campo in direzione normale a quella iniziale di essi.

Il Riecke ha mostrato, fin dal 1881 (2), che l' ipotesi corpuscolare rende conto assai bene di questi fatti. Le traiettorie riescono tanto più deformate, a parità dell' altre condizioni, quanto più cariche e meno veloci sono le particelle, di che risultano i raggi.

Nella teoria delle vibrazioni bisognerà fare anche quì un' ipotesi analoga a quella, che si fece per il caso studiato avanti. Bisognerà supporre cioè che, per effetto delle forze magnetiche, l' indice di rifrazione venga a dipendere dalle coordinate.

E si dovrà vedere se, date le condizioni del problema, sia possibile imaginare una tale funzione, per l' indice, che il raggio diventi elicoidale.

Ora si può mostrare che questo *non* è.

(1) L. Mathiessen. Exner's Repertorium. XXV, 1889.
(2) E. Riecke. Wied. Ann. XIII, 1881.

Per fare la dimostrazione bisogna anzitutto ricavare le equazioni della traiettoria del raggio luminoso. A tale scopo basta scrivere le condizioni perchè sia:

$$(1) \qquad \delta \int nds = \int \delta\,(nds) = \int (\delta nds + n\delta ds) = 0\,.$$

Faremo il calcolo in coordinate cilindriche ($\varrho\,.\,\varphi\,.\,z$), perchè sono quelle, che si adattano meglio alla nostra quistione.

Sarà:

$$\delta n = \frac{\partial n}{\partial \varrho}\,\delta\varrho + \frac{\partial n}{\partial \varphi}\,\delta\varphi + \frac{\partial n}{\partial z}\,\delta z\,;$$

e:

$$\delta ds = \varrho \left(\frac{d\varphi}{ds}\right)^2 ds\delta\varrho + \frac{d\varrho}{ds}\,d\delta\varrho + \varrho^2 \frac{d\varphi}{ds}\,d\delta\varphi + \frac{dz}{ds}\,d\delta z\,,$$

avendosi:

$$ds^2 = d\varrho^2 + \varrho^2 d\varphi^2 + dz^2\,.$$

Sicchè la condizione (1) prende la forma:

$$\int \left\{ \left(\frac{\partial n}{\partial \varrho}\,\delta\varrho + \frac{\partial n}{\partial \varphi}\,\delta\varphi + \frac{\partial n}{\partial z}\,\delta z \right) ds + n \left[\varrho \left(\frac{d\varphi}{ds}\right)^2 ds\delta\varrho + \frac{d\varrho}{ds} d\delta\varrho + \varrho^2 \frac{d\varphi}{ds}\,d\delta\varphi + \frac{dz}{ds}\,d\delta z \right] \right\} = 0\,,$$

ossia, integrando per parti i termini, che contengono i differenziali delle variazioni, e ordinando:

$$\int \left\{ \left[\frac{\partial n}{\partial \varrho} + n\varrho \left(\frac{d\varphi}{ds}\right)^2 - \frac{d}{ds}\left(n\,\frac{d\varrho}{ds}\right) \right] \delta\varrho + \left[\frac{\partial n}{\partial \varphi} - \frac{d}{ds}\left(n\varrho^2\,\frac{d\varphi}{ds}\right) \right] \delta\varphi + \left[\frac{\partial n}{\partial z} - \frac{d}{ds}\left(n\,\frac{dz}{ds}\right) \right] \delta z \right\} ds = 0\,.$$

Quindi le equazioni del raggio saranno:

$$(2) \qquad \begin{cases} \dfrac{\partial n}{\partial \varrho} + n\varrho \left(\dfrac{d\varphi}{ds}\right)^2 - \dfrac{d}{ds}\left(n\,\dfrac{d\varrho}{ds}\right) = 0\,, \\ \dfrac{\partial n}{\partial \varphi} - \dfrac{d}{ds}\left(n\varrho^2\,\dfrac{d\varphi}{ds}\right) = 0\,, \\ \dfrac{\partial n}{\partial z} - \dfrac{d}{ds}\left(n\,\dfrac{dz}{ds}\right) = 0. \end{cases}$$ [1]

[1] Queste tre equazioni, come è naturale, non sono tutte indipendenti. Basta infatti moltiplicarle rispettivamente per $\frac{d\varrho}{ds}, \frac{d\varphi}{ds}, \frac{dz}{ds}$ e sommare membro a membro per ottenere un' identità.

Se si vuole che la traiettoria seguita dalla luce sia un' elica, bisognerà porre:

$$\varrho = \mathrm{R},$$
$$\frac{d\varphi}{ds} = a,$$
$$\frac{dz}{ds} = b,$$

intendendo che R, a e b siano tre costanti, che soddisfano alla relazione:

$$\mathrm{R}^2 a^2 + b^2 = 1.$$

Con queste posizioni la prima delle (2) diventa

$$n\varrho a^2 + \frac{\partial n}{\partial \varrho} = 0,$$

e le altre due assumono entrambe la forma:

$$b\frac{\partial n}{\partial \varphi} - a\varrho^2 \frac{\partial n}{\partial z} = 0.$$

Ora, in un campo magnetico uniforme tutto dipende da una sola variabile; per una scelta conveniente del sistema di riferimento dalla sola z.

Se dunque n deve dipendere dal campo, e non da altro che dal campo, deve essere una funzione solamente di z. Ciò è compatibile con le equazioni se:

$$n\varrho a^2 = 0, \quad a\varrho^2 \frac{\partial n}{\partial z} = 0.$$

Non v'è altro modo di soddisfare a queste relazioni (senza escludere la propagazione) che di porre:

$$\varrho = 0 \qquad \text{oppure} \qquad a = 0.$$

Nel primo caso si ha l'asse delle z, nel secondo una retta parallela ad esso [1].

Sicchè se le superficie di ugual indice sono piani paralleli, non è possibile che la luce percorra una traiettoria in forma d'elica, salvo che l'elica non degeneri in una retta normale a quella famiglia di piani.

Se ne conclude che l'ipotesi delle vibrazioni trasversali (come s'era annunciato) non può spiegare la deformazione dei raggi catodici in un campo magnetico uniforme.

[1] La ricerca si poteva condurre anche in un altro modo, facendo vedere che, se le superficie equiindiciali sono piani normali all'asse z, le traiettorie sono contenute in piani paralleli a quest' asse.

Ora le eliche, che hanno l'asse nella direzione z e sono contenute in piani paralleli a z, sono appunto le rette parallele a z.