ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCIV

1897

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME VI.

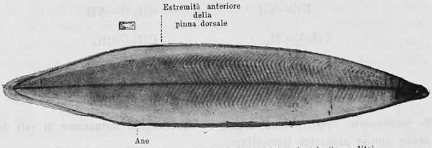
1° SEMESTRE

ROMA
TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

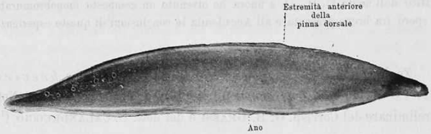
PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1897

La sua lunghezza totale è di 71 mm., l'ano sta a c. 29 mm. dall'apice del muso, l'estremità anteriore della pinna dorsale a c. 25 mm. dall'apice del muso.



Leptocephalus brevirostris avente ancora intatta la dentatura larvale (ingrandito).



Leptocephalus brevirostris catturato dal dott. Silvestri (ingrandito come il precedente).

La testa e la punta della coda hanno già acquistato spiccatamente i noti caratteri definitivi dell'anguilla.

La dentatura larvale è totalmente caduta, mentre quella definitiva sembra ancora del tutto assente.

Manca qualunque traccia di pigmento.

Non ci estendiamo in ulteriori particolari, riservandoli al lavoro in esteso.

Matematica. — *Sulle superficie immerse in un* S_4, *le cui trisecanti costituiscono complessi di 1° ordine.* Nota del dott. E. Ascione, presentata dal Socio Cremona.

In un'altra Nota (1) ho dimostrato che tre sole superficie possono ordinatamente essere superficie *focali* o *singolari* di complessi di 1° ordine di rette di un S_4 trisecanti ciascuna di esse. Di queste tre superficie una è la F_2^6 del Veronese, il cui studio è notissimo. Un'altra è una F_2^4, la quale,

(1) Ascione, *Sul complesso di 1° ordine delle trisecanti di una superficie immersa in un* S_4. Questi Rend., vol. VI, 1° sem., serie 5ª, fasc. 5°.

come accennai, era anche nota: ma per ben chiarire questo concetto mi limiterò a fare su di essa brevi, ma opportune osservazioni. Della terza superficie F_2^5 mi occuperò poi a preferenza nella presente Nota, caratterizzando così completamente le tre superficie focali suddette.

1. Consideriamo dapprima la superficie F_2^4.

La F_2^4 *è una superficie del 4° ordine non rigata, a sezioni spaziali razionali, che ammette* ∞^3 *trisecanti tali che per un punto arbitrario dello* S_4 *ne passa una sola, e per un punto di essa ne passa un fascio di raggi.*

Essa è dunque una superficie accennata dal prof. Del Pezzo ([1]) ed è proiettata da un punto O dello S_4 sul nostro spazio in una superficie romana di Steiner.

2. È noto pure ([2]) che la F_2^4 di un S_4 si può considerare come sezione prodotta dallo S_4 in una varietà M_3^4 (cioè del 4° ordine e a tre dimensioni) di un S_5, rappresentabile sul nostro spazio S col sistema delle quadriche passanti per 4 punti fissi.

Sicchè se da un punto O della M_3^4 proiettiamo la M_3^4 stessa sullo S_4, avremo una varietà V_3^3 a tre dimensioni e del 3° ordine, la quale conterrà la F_2^4 sezione di M_3^4 con lo S_4. Ed è chiaro che questa V_3^3 può rappresentarsi sopra il nostro spazio S in modo che le sue sezioni spaziali corrispondono alle quadriche di un sistema ∞^4, avente per base 5 punti fissi. E la F_2^4 si troverà appunto su questa V_3^3. Ma una tale V_3^3 è appunto la notevole varietà cubica del Segre, dotata di 10 punti doppi ([3]). Dunque: *La superficie* F_2^4 *appartiene ad una varietà cubica con 10 punti doppi.*

3. Ora una superficie F_2^4 del 4° ordine, che appartiene ad una V_3^3 con 10 punti doppi e che possegga come trisecanti un sistema di rette della varietà, potrà avere per corrispondente, in uno spazio ordinario S, un piano σ, nella rappresentazione della V_3^3 mediante il sistema di quadriche passante per 5 punti fissi. Dunque lo studio ulteriore della F_2^4 può farsi per questa via, anzi è stato da me già fatto in gran parte in altro mio lavoro ([4]).

Ciò basta a caratterizzare la superficie F_2^4.

4. Passiamo ora alla F_2^5.

Abbiamo già trovato ([5]) che: *la* F_2^5 *è una superficie di un* S_4 *a sezioni spaziali di genere 1, che ammette* ∞^3 *trisecanti. Per un punto ar-*

([1]) Del Pezzo, *Sulle superficie dell'n.*^{mo} *ordine immerse nello spazio di n dimensioni.* Rend. del Circ. Mat. di Palermo, t. I, fasc. 4, 1887.

([2]) Del Pezzo, Nota citata, § X, n. 53.

([3]) Vedi la mia Nota: *Sopra alcune involuzioni dello spazio.* Rend. della R. Acc. delle scienze fis. e mat. di Napoli, fasc. 1°, 1896.

([4]) Vedi la mia Nota testè citata: *Sopra alcune involuzioni dello spazio.*

([5]) Cfr. la mia Nota citata « *Sul complesso di 1° ordine delle trisecanti di una superficie immersa in un* S_4 ».

bitrario dello spazio S_4 *ne passa una sola e per un punto della* F_2^5 *passa un cono quadrico di raggi trisecanti la superficie.*

Inoltre *la* F_2^5 *possiede 5 piani che la segano secondo cubiche.*

5. Uno spazio S_3, passante per un punto O dello S_4, sega la F_2^5 in una γ_5 di genere 1 che ha 5 corde passanti per O. Quindi: *la proiezione della* F_2^5 *fatta da un punto* O *dello* S_4 *sul nostro spazio* S *è una superficie Caporali* (1).

6. In uno spazio S_5 esiste una superficie Φ_2^5 immersa in questo spazio, tale che per una retta qualunque di esso che non incontri la superficie passa un solo piano trisecante la Φ_2^5 (2).

Da ciò si deduce che se proiettiamo da un punto O arbitrario dello S_5 la Φ_2^5 su di uno spazio S_4, appartenente allo S_5, avremo nello S_5 una superficie di 5° ordine che sarà appunto del tipo della F_2^5 che stiamo considerando.

Dunque: *la* F_2^5 *può ottenersi proiettando su di un* S_4 *la superficie nota* Φ_2^5, *immersa nello* S_5, *da un punto* O *fuori di essa.*

Si noti pure che *proiettando la* F_2^5 *da un suo punto* P *sul nostro spazio si ha una superficie del 4° ordine* φ_4 *a conica doppia.*

Così lo studio della F_2^5 potrà farsi o direttamente, o mediante la Φ_2^5 dello S_5 o anche mediante la φ_4.

7. Prima però di andare più innanzi osserveremo che la F_2^5 e la F_2^4 considerate non sono casi particolari della superficie F_2^6 del Veronese, pure avendo comune con essa la proprietà di ammettere ∞^3 trisecanti che costituiscono un complesso di 1° ordine, poichè esse non ammettono, come la F_2^6, la genesi proiettiva di essere generabili mediante reti proiettive di spazî, genesi che veramente caratterizza una superficie Veronese (3).

Per dimostrare ciò riprendiamo a considerare la superficie F_2^6, generata da quattro reti $[a]$, $[b]$, $[c]$ e $[d]$ proiettive di spazî.

Le reti $[a]$, $[b]$, $[c]$ intanto generano con le ∞^2 rette d'intersezione di 3 spazî corrispondenti una varietà cubica V_3^3 con 6 punti doppi (4).

Questa varietà contiene pure un secondo sistema di rette, coniugato al primo e contenente le rette a, b, c sostegni delle tre reti. Da due rette qualunque di un sistema sono proiettate le rette dell' altro mediante reti proiettive di spazî.

(1) Caporali, *Sulla superficie del 5° ordine, dotata di una curva doppia del 5° ordine.* Ann. di mat., 2ª serie, vol. VII.

(2) Del Pezzo, Mem. citata.

(3) Quindi il nome dato da alcuni alla F_2^4 di *superficie Veronese* (veggasi ad es.: Pieri, *Sulle trasformazioni involutorie dello spazio determinate da un complesso Hirstiano di rette.* Rend. dell'Ist. Lomb., serie 2ª, t. XXV, 1892) nome che del resto ho usato anch'io per la medesima superficie, non è bene appropriato, e, credo, dovrà lasciarsi.

(4) Segre, *Sulle varietà cubiche nello spazio a 4 dimensioni.* Atti della R. Acc. di Torino, vol. II, t. XXXIX.

Il cono sestico di rette di V_3^3 uscenti da un suo punto doppio D si scinde in 2 coni cubici, appartenenti rispettivamente al 1° ed al 2° sistema di rette. Uno spazio ordinario S sega questi 2 coni in 2 cubiche H_3 e K_3 situate su di una quadrica ed appartenenti a due sistemi diversi, cioè aventi 5 punti comuni, che sono le proiezioni su S da D degli altri punti doppi.

Sicchè proiettando da D la varietà V_3^3 sullo spazio S il sistema rappresentativo delle sezioni spaziali di V_3^3 sarà costituito da superficie di 3° ordine passanti per 2 cubiche H_3 e K_3 situate su di una quadrica ed aventi 5 punti comune, cioè da $F_3 \equiv H_3 K_3$.

Per avere la immagine sullo spazio S della superficie F_2^6 del Veronese, consideriamo ancora le reti proiettive di spazî $[a]$, $[b]$, $[d]$. Queste generano un'altra varietà cubica W_3^3, analoga a V_3^3, la cui superficie sezione con V_3^3 è rappresentata in S da una superficie $S_9 \equiv H_3^3 K_3^3$. Però le due varietà V_3^3 e W_3^3 si segano, oltre che in una F_2^6, ulteriormente in una superficie di 3° ordine, luogo del punto d'intersezione di due piani corrispondenti appartenenti rispettivamente alle reti proiettive $[a]$ e $[b]$. Questa intersezione residua ha per immagine in S una superficie $F_3 \equiv H_3\, a'b'$ essendo a', b' le rette corrispondenti ad a, b. Sicchè tolta dalla $S_9 \equiv H_3^3 K_3^3$ la $F_3 \equiv H_3\, a'b'$, resta una $S_7 \equiv H_3^2 K_3^3$. Ma è chiaro che da questa S_7 si stacca 2 volte la $S_2 \equiv H_3 K_3$ rappresentante il punto doppio D (il che fa vedere che V_3^3 e W_3^3 hanno il punto doppio D per entrambe in comune); sicchè resta allora una $S_3 \equiv K_3$ che è l'immagine della superficie F_2^6 del Veronese sullo spazio rappresentativo S.

È facile allora vedere che le corde di H_3 formano il sistema delle trisecanti della F_2^6, mentre le rette che incontrano H_3 e K_3 sono le bisecanti e le corde di K_3 le secanti semplici.

Posto ciò, se le superficie F_2^5 ed F_2^4 fossero casi particolari della superficie F_2^6 del Veronese, ciò non potrebbe succedere se non dal fatto che, spezzandosi la curva H_3, la superficie rappresentativa della F_2^6, cioè la $S_3 \equiv K_3$, passando per una parte della H_3, potrebbe rappresentare una superficie di 5° o di 4° ordine.

Ora se ciò accadesse, poichè le corde della H_3 rappresentano trisecanti della F_2^6, è chiaro che le superficie F_2^5 o F_2^4 che si otterrebbero, non potrebbero più ammettere un sistema ∞^3 di trisecanti, tali che per un punto dello spazio S_4, e quindi anche della varietà V_3^3, ne passi sempre una ed una sola.

Quindi le due superficie F_2^5 ed F_2^4 non possono ammettere la genesi proiettiva della F_2^6 del Veronese, neanche riferendo opportunamente le quattro reti proiettive di spazî (1).

(1) Si osservi pure a tal proposito che il Bordiga nella Memoria: *La superficie del 6° ordine con 10 rette, nello spazio R_4 e le sue proiezioni nello spazio ordinario* (Atti della R. Acc. dei Lincei, 1887) riferendo opportunamente quattro reti proiettive di spazî trova una F_2^5, ed una F_2^4 ma esse non ammettono trisecanti da costituire un complesso.

8. Ritorniamo alla F_2^5. Essa è la proiezione su di un S_4 della superficie Φ_2^5 del Del Pezzo, immersa in un S_5, eseguita da un punto fuori di essa. Sicchè la F_2^5 possiede 10 rette, immagini delle 10 rette della Φ_2^5. Inoltre abbiamo anche notato che la F_2^5 possiede 5 piani che la segano secondo cubiche. Ma ciò che è notevole per la F_2^5 è che essa possiede un punto doppio D e le 5 cubiche piane che sono in essa hanno tutte il punto comune D doppio per ciascuna di esse. Per dimostrare però ciò, faremo le seguenti considerazioni.

9. Consideriamo una Φ_2^5 del Del Pezzo, immersa in un S_5. È noto [1] che *la superficie Φ_2^5 dello S_5 può rappresentarsi sul piano σ, in modo che le sue sezioni spaziali siano rappresentate da curve* $C_3 \equiv 1234$.

Esaminiamo questa rappresentazione.

Le 10 rette della Φ_5^2 sono rappresentate rispettivamente dai quattro punti fondamentali e dalle 6 rette che li uniscono a 2 a 2. La superficie Φ_2^5 possiede 5 sistemi di coniche, che indicheremo con $\Sigma_i (i = 1, 2, 3, 4 \text{ e } 5)$, corrispondendo il sistema Σ_i per $i = 1, 2, 3 \text{ e } 4$ al fascio di raggi (i) del piano rappresentativo, ed il sistema Σ_5 al fascio di coniche $\gamma_2 \equiv 1234$. Per ogni punto P della Φ_2^5 passa una conica di ciascun sistema e queste non hanno altro punto in comune. Ogni conica incontra 5 rette della superficie.

Le cubiche della Φ_2^5 si raggruppano pure in 5 sistemi Ω_i, $(i=1,2,3,4 \text{ e } 5)$. Ogni sistema Ω_i è *coordinato* al sistema Σ_i di coniche in modo che una cubica ed una conica del sistema coordinato costituiscano insieme una sezione spaziale della Φ_2^5. Sicchè una cubica di Ω_i, per $i = 1, 2, 3 \text{ e } 4$, corrisponde in σ ad una conica passante per gli altri tre punti fondamentali, oltre i; e, per $i = 5$, ad una cubica di Ω_5 corrisponde una retta qualunque del piano σ.

È facile vedere come si comportano le cubiche rispetto alle rette, alle coniche del sistema coordinato ed alle altre coniche della superficie.

Faremo semplicemente notare, per ciò che viene in seguito, che per due punti della Φ_2^5 passano 5 cubiche, una di ciascun sistema; e quindi per ogni corda della Φ_2^5 passano cinque S_3 che la segano secondo cubiche, mentre un S_3 qualunque la incontra in 5 punti.

10. È facile ora dimostrare che:

Per un punto qualunque O *dello* S_5 *passa sempre una ed una sola corda della* Φ_2^5.

Infatti, gli S_4 passanti per O segano la Φ_2^5 secondo ∞^4 curve γ_5 di un sistema lineare Λ, le cui immagini sono le curve $C_3 \equiv 1234$ di un sistema ∞^4 lineare Λ'; e viceversa. Ora in Λ' vi sono ∞^1 cubiche del sistema composte di una conica fissa $\gamma_2 \equiv 1234$ insieme alle rette di un fascio (G). Analogamente vi sono in Λ' ∞^1 cubiche composte di una curva $\delta_2 \equiv 1234$ fissa

[1] Del Pezzo, Mem. citata, § VII, n. 34.

insieme alle rette di un fascio (D). Quindi vi sarà nel primo fascio una cubica formata da γ_2 e dalla retta GD e nel secondo fascio una cubica formata dalla δ_2 e dalla GD. Queste due cubiche determineranno un fascio formato dalla retta GD insieme alle coniche del fascio $[\gamma_2, \delta_2]$. L'esistenza di questo fascio mostra che vi sono per O ∞^1 sezioni spaziali prodotte da S_4 di un fascio nella Φ_2^5 che si spezzano in una cubica gobba $\varepsilon_3^{(5)}$, appartenente al sistema Ω_5 suddetto e corrispondente alla retta GD, ed in una conica variabile del sistema Σ_5 coordinato ad Ω_5.

Questa cubica $\varepsilon_3^{(5)}$ giace nello S_3 base del fascio degli S_4; e poichè da O passa sempre una sola corda della $\varepsilon_3^{(5)}$, questa sarà una corda della Φ_2^5, passante per O.

Indicando con A e B i punti di appoggio della corda con la $\varepsilon_3^{(5)}$, per i punti A e B passano altre quattro cubiche $\varepsilon_3^{(i)}$ (per $i = 1, 2, 3, 4$) appartenenti rispettivamente ai sistemi Ω_i.

Inoltre per O non può passare un'altra corda della Φ_2^5. Poichè se ciò accadesse, per i due punti di appoggio dovrebbe passare sempre una cubica del sistema Ω_5 e quindi dovrebbe esistere in Λ' un altro fascio di cubiche determinato dalle coniche del fascio [1234] e da un'altra retta C′D′. Ma ciò non è possibile, perchè se partiamo da un'altra conica fissa $\gamma'_2 \equiv 1234$, diversa da γ_2, e da un'altra conica fissa $\delta_2' \equiv 1234$, diversa dalla δ_2, la retta GD rimane sempre la stessa. Infatti la retta GD forma una C_3 del sistema Λ' con ogni conica del fascio [1234] e quindi anche con la conica γ_2', ma la γ_2' forma fascio di C_3 degeneri con ogni retta del fascio (G′), dunque il centro G′ deve appartenere a GD. Analogamente D′ dovrà appartenere a GD; sicchè la retta GD rimane sempre la stessa e la cubica $\varepsilon_3^{(5)}$ che essa rappresenta è unica nel sistema Ω_5. Quindi per O passa una sola corda della Φ_2^5 (¹).

11. Si è così dimostrato che per un punto O dello S_5 passa una sola corda della Φ_2^5 e se i punti di appoggio di questa corda alla superficie sono A e B, per essi passano cinque cubiche gobbe $\varepsilon_3^{(i)}$ (per $i = 1, 2, \dots, 5$) giacenti in cinque S_3 ed appartenenti rispettivamente ai sistemi Ω_i. Queste cubiche non hanno, oltre A e B alcun altro punto in comune. Sicchè proiettando allora dal punto O la Φ_2^5 su di uno spazio S_4 avremo che:

La superficie F_2^5 *possiede un punto doppio* D *e i cinque piani che la segano secondo cubiche passano per* D, *il quale è doppio per ciascuna cubica.*

(¹) Avendo dimostrato che per O passa una corda della Φ_2^5, per dimostrare che ne passa una sola può procedersi così. Supponiamo che per O ne passino due, *a* e *b*. Conduciamo per *ab* uno spazio S_4 arbitrario, esso sega la Φ_2^5 in una γ_5 che ha per corde *a* e *b*. Proiettiamo la γ_5 da O sopra un S_3 dello S_4, avremo una γ_5' con due punti doppi e quindi razionale. Ma allora anche la γ_5 sarebbe di genere 0, ciò che è impossibile, perchè un S_4 arbitrario sega la Φ_2^5 in una γ_5 di genere 1.

Termineremo queste ricerche intorno alla F_2^5 mostrando che essa può sempre appartenere ad una varietà cubica con 7 punti doppî.

Infatti se una varietà cubica V_3^3 dello spazio S_4 contiene la F_2^5, il punto doppio D di questa superficie sarà pure punto doppio della V_3^3, perchè se fosse altrimenti i 5 piani che segano F_2^5 secondo cubiche dovrebbero trovarsi tutti nel medesimo S_3, tangente alla V_3^3 in D, ciò che non è possibile.

Proiettando da D la $F_2^5 \equiv D^2$ su di uno spazio ordinario S si ha una superficie F_3 del 3° ordine. Ora poichè una sezione spaziale variabile della V^3_3 incontra la F_2^5 in una γ_5 di genere 1, la superficie Φ_3 immagine della sezione spaziale deve incontrare la F_3 fissa in una C_5 di genere 1 e sapendo che due superficie di 3° ordine s'incontrano in una curva di 9° ordine la quale può ammettere due soli spezzamenti in una C_4 ed una C_5 (cioè in una C_5 di genere 2 ed una C_4 di genere 1, oppure in una C_5 di genere 1 ed una C_4 di genere 0), si vede subito che la Φ_3, variando la intersezione spaziale, deve incontrare la F_3 fissa in una C_4 di genere 0.

Sicchè la F_2^5 si proietta dal punto doppio D sullo spazio S in una $F_3 \equiv C_4$ e le sezioni spaziali della V_3^3 hanno la curva C_4 in comune.

Questa C_4 dovendo appartenere al cono sestico della V_3^3 uscente da D, questo cono sestico è sezionato da S nella C_4 ed in una rimanente C_2 appartenente alle superficie Φ_3. Ma dovendo poi due Φ_3 segarsi in una C_6 appartenente ad una quadrica, questa quadrica deve essere la quadrica delle trisecanti della C_4; e poichè questa quadrica è segata da una Φ_3 in 2 trisecanti della C_4, si deduce che la rimanente curva C_2 deve essere costituita da due trisecanti a, b della C_4.

Sicchè le sezioni spaziali della V_3^3 sono rappresentate in S da superficie $\Phi_3 \equiv C_4\, ab$. E quindi la V_3^3 possiede 7 punti doppî.

Inversamente avendosi una V_3^3 con 7 punti doppî, proiettando da un D di essi la V_3^3 su di uno spazio S, le sezioni spaziali della varietà sono costituite da superficie $\Phi_3 \equiv C_4\, ab$. Ed una superficie $F_3 \equiv C_4$ rappresenta sulla V_3^3 una F_2^5 del 5° ordine.

Di più le rette dello spazio S che si appoggiano ad a e b costituiscono il sistema delle trisecanti della F_2^5, sistema tale che per un punto della V_3^3 ne passa sempre una ed una sola.

Il punto D è doppio per la F_2^5, perchè la $F_3 \equiv C_4$ e la $F_2 \equiv C_4\, ab$ si segano ulteriormente in una conica. Sulla $F_3 \equiv C_4$ vi sono 5 rette della superficie F_3 che non si appoggiano alla C_4. Esse rappresentano delle $C_3 \equiv D^2$ della F_2^5 e sono quindi le tracce dei 5 piani che segano la F_2^5 secondo cubiche.

Finalmente la C_4 ha 10 corde appartenenti alla F_3. Esse sono le immagini in S delle 10 rette della superficie F_2^5.

Dunque: *la superficie* F_2^5 *appartiene sempre ad una varietà cubica con 7 punti doppi.*

13. Chiuderemo finalmente con una osservazione. Le trisecanti della F_2^5 nella precedente rappresentazione in S sono costituite dal sistema di rette che si appoggiano ad a, b.

Ora quando la V_3^3 si rappresenta nello spazio ordinario mediante delle $\Phi_3 \equiv C_4\, ab$, questo sistema di 1° ordine di rette della V_3^3 non è generabile mediante reti proiettive di spazî. È un caso di eccezione segnalato dal prof. Segre (1).

Ciò comprova ancora una volta di più che la F_2^5 non può essere un caso particolare della F_2^6 del Veronese.

14. Avendo con ciò che si è detto caratterizzato le tre superficie F_2^6, F_2^5 ed F_2^4 che determinano ordinatamente complessi di 1° ordine di trisecanti, di cui ciascuna è superficie focale, lo studio di questi complessi diventa ovvio, come pure sarà facile cosa esaminare i complessi dello spazio ordinario che si ottengono come proiezioni di quelli. Quindi tale studio può tralasciarsi o tutt' al più potremo occuparcene in altra Nota.

Matematica. — *Sull' operazione funzionale rappresentata da un integrale definito riguardata come elemento d' un calcolo.* Nota del dott. Adolfo Viterbi, presentata dal Socio Bianchi.

Nella presente Nota mi propongo di dare un' esposizione sommaria di alcuni risultati a cui pervenni in altro mio lavoro recante lo stesso titolo, nel quale ebbi per scopo « considerata l' operazione funzionale rappresentata da un integrale definito come elemento d' un calcolo, di svolgere i fondamenti generali d' un calcolo siffatto ». Qui mi limito ad esporre soltanto i teoremi stabiliti in detto lavoro: in esso si trovano le loro dimostrazioni e in esso trovansi pure le citazioni di altri lavori che furono scritti da varî autori intorno all' operazione in parola.

L' operazione funzionale rappresentata da un integrale definito, come si sa, consiste in ciò: « Data una certa funzione $f(y_1)$ della variabile, in generale complessa y_1, la quale sia analitica e uniforme in un certo campo, si moltiplica per una funzione analitica $a(y_1 y_2)$ delle variabili indipendenti, in generale complesse $y_1 y_2$ e quindi si integra l' espressione così ottenuta rispetto ad y_1 lungo una certa linea, la quale cada entro il campo in cui $f(y_1)$ è atta a rappresentare una funzione analitica ». Le proprietà essenziali di detta operazione dipendono dalla funzione $a(y_1 y_2)$, la quale si dice « funzione caratteristica » dell' operazione in parola. Ora, nel calcolo da me studiato, l' operazione rappresentata da un integrale definito vien riguardata

(1) Segre, *Sulle varietà cubiche dello spazio a 4 dimensioni*. Mem. della R. Acc. delle Scienze di Torino, vol. II, t. XXXIX, vedi § 12.