ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCIV.

1897

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME VI.

1° Semestre

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1897

Astronomia. — *Sulla latitudine della Specola geodetica della Martorana in Palermo.* Nota riassuntiva del prof. A. Venturi, presentata dal Socio Schiaparelli.

Per stabilire la posizione geografica della Specola geodetica universitaria della Martorana in Palermo, sul cui orizzonte fu pure da me determinato nel 1891 e per conto della Commissione geodetica, l'azimut di Monte Alfano [1], furono istituite negli anni 1892-93-95 ripetute osservazioni di latitudine, e col metodo delle zenitali circummeridiane e col metodo di Bessel, mediante osservazioni di passaggi pel 1° verticale. Le misure furono fatte col materiale di questo Gabinetto geodetico; e, cioè, le prime con un Universale Salmoiraghi di cui diedi minuto conto in apposita Memoria [2]; le seconde con un istromento dei passaggi di Bamberg, modello medio. Il tempo veniva osservato al solito cronometro di Weichert, n. 2153, che servì pure pel detto azimut. Lo stato del cronometro era determinato con zenitali di stelle nel 1° verticale, sera per sera, a metà delle operazioni. In tutte queste fui ottimamente assistito dal sig. ing. Soler.

Rendo qui conto sommariamente dei risultati a cui son pervenuto premettendo qualche cenno sul metodo di osservazione e di calcolo.

Istromento Universale.

Come si sa, le formule di riduzione dànno, per le stelle australi, il valore della quantità $\varphi - \delta$ (essendo φ la latitudine e δ la declinazione) la quale, se si considera che dipende solo dalle misure locali (perchè della declinazione vi entra solo un valore approssimato) può riguardarsi solamente affetta da errori che chiamerò *locali*. Per la polare, le formule dànno il valore di φ: ma visto che la declinazione della polare può considerarsi esatta rispetto alle declinazioni delle australi, così costruendo anche per essa la quantità $\varphi - \delta$, per differenza, potremo pure questa quantità considerare come affetta da soli errori locali. Ora, un'osservazione completa di latitudine, consta della media di quattro valori $\varphi - \delta$; due per la polare e due per l'australe, ciascuna nelle due posizioni del cerchio zenitale. Di tali osservazioni complete, ne facevo seralmente cinque per ciascuna australe; la media semplice di esse, ridotta all'equinozio medio del principio dell'anno corrente, si troverà indicata col simbolo Φ. Nel quadro seguente si vedono riuniti i valori delle medie $\varphi - \delta$, sia per la polare che per ciascuna delle australi, e poscia il valore di Φ che è la media delle due.

(1) *Azimut di Monte Alfano, sull'orizzonte della Specola geodetica della Martorana in Palermo.* Commiss. geodetica, 1891.

(2) *Relazione sul nuovo istromento universale Salmoiraghi,* ecc. Giornale il « Politecnico », Milano, 1892.

1892. *Valori riferiti all'equinozio medio del 1892,0.*

Data	Stella	$\varphi - \delta$	Stella	$\varphi - \delta$	Φ
		° ′ ″		° ′ ″	° ′ ″
25/6	α Urs. min.	— 50.36.58.00	ξ Scorpii	+ 49.11.19.17	— 0.42.49.41
27/6	»	60 77	»	23.69	48.54
25/6	»	60.72	ξ Ophiuchi	+ 48.27.47.20	— 1.04.36.76
27/6	»	62.15	»	49.16	36.50
29/6	»	60.89	»	46.95	36.97
1/7	»	59.45	»	46.85	36.30
29/6	»	62.67	η Ophiuchi	+ 53.42.21.37	+ 1.32.39.35
1/7	»	59.43	»	18.60	39.58
19/7	δ Urs. min.	— 48.29.46 28	ν Ophiuchi	+ 47.52.28.96	— 0.18.38.66
25/7	»	43.90	»	27.76	38 07
27/7	»	47.16	»	27.02	40.07
25/7	»	43.78	υ Sagittarii	+ 54.16.21.71	+ 2.53.19.46
27/7	»	45.15	»	21.67	18.26
1/8	»	42.69	»	19.16	18.23
19/7	»	44.72	ξ Serpentis	+ 53.26.38.92	+ 2.28.27.10

1893. *Valori riferiti all'equinozio medio del 1893,0.*

Data	Stella	$\varphi - \delta$	Stella	$\varphi - \delta$	Φ
		° ′ ″		° ′ ″	° ′ ″
1/8	α Urs. min.	— 50.37.19.00	20 Aquilae	+ 46.13.57.05	— 2.11.40.97
2/8	»	17.90	»	57.88	40.01
11/8	»	19.40	»	58.00	40.70
1/8	»	17.69	37 Aquilae	+ 48.54 27.87	— 0.51.24.91
2 8	»	17.04	»	31.91	22.56
11/8	»	18.90	51 Aquilae	+ 49.08.58.19	— 0.44.10.35
15/8	»	15.90	»	57.42	9.24
16/8	»	16.20	»	55.15	10.52
19/8	»	18.40	μ Aquari	+ 47.29.57.00	— 1.33.40.70
23/8	»	14.00	»	54.55	39.72
19.8	»	14.70	β Capricorni	+ 53.13.60.20	+ 1.18.22.75
23.8	»	16.02	»	58.58	21.24
15/8	»	15.70	α′ Capric.	+ 50.57.09.50	+ 0.09.56.90
16/8	»	18.00	α² »	+ 50.59.26.80	+ 0.11.04.60
25/7	»	17.70	ν Ophiuchi	+ 47.52.27.06	— 1.22.25.32

1895. *Valori riferiti all'equinozio medio del 1895,0.*

Data	Stella	$\varphi - \delta$	Stella	$\varphi - \delta$	Φ
2/9	α Urs. min.	$-50°37'53''.72$	β Aquari	$+44°08'49''.73$	$-3°14'32''.00$
4/9	»	54.72	»	50.33	32.20
6/9	»	55.39	»	52.04	31.57
9/9	»	57.35	»	52.99	32.17
10/9	»	54.81	»	52.64	31.08
13/9	»	55.14	»	50.75	32.20
2/9	»	53.57	3 Aquari	+ 43.31.34.02	− 3.33.09.77
4/9	»	57.37	»	35.35	11.01
10/9	»	55.01	ι Aquari	+ 52.29.36.39	+ 0.55.50.69
13/9	»	55.84	»	35.52	49.84
30/8	»	55.61	μ Aquari	+ 47.29.29.70	− 1.34.12.95
6/9	»	55.27	θ »	+ 46 25.13.53	− 2.06.20.87
9/9	»	55.93	λ »	+ 46.15.12.23	− 2.11.21.85
9/9	»	56.32	ϱ »	+ 46.27.49.31	− 2.05.03.50
13.9	»	56.32	γ »	+ 40.01.52.47	− 5.18.01.92

Dall' accordo dei valori delle Φ per ciascuna coppia, si dedusse l' errore medio unitario locale, colla nota formula

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{[vv]}{q - i}}$$

essendo q il numero delle Φ che prendon parte a questa ricerca, ed i il numero delle stelle relative. Si ha qui: $q = 36$, $i = 13$, $[vv] = 11.761$; quindi

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{11.761}{23}} = 0''.511 .$$

Per ottenere la latitudine riunii a media semplice le Φ di una stessa stella: e si trattò, poi, di aggiungerle la semisomma delle declinazioni della polare e dell' australe considerata, prese all' inizio dell' anno corrente. Ora in ciò ho creduto servirmi di diverse fonti: ed ho calcolato la latitudine secondo alcuni dei più stimati cataloghi, cioè Bradley-Auwers, Pulkowa 1885, Greenwich 1880, e Yarnall, ed ho tenuto anche i valori dati dalla Connaiss. des Temps.

Occorreva, poi, dare un peso ad ogni valore così ottenuto da ciascuna stella per la latitudine: ed in ciò ho creduto bene di far sentire anche l' influenza della maggiore o minor precisione di cui son dotate le varie declinazioni, pur nello stesso catalogo.

La formula che dà la latitudine, è

$$\varphi = \Phi_m + \frac{\delta + \delta_0}{2}$$

essendo Φ_m la media di m delle Φ, δ_0 la declinazione della polare, considerata scevra d' errore, e δ quella dell' australe. Se si dice e l' errore medio ignoto di una semplice osservazione di declinazione, ed n il numero di tali osservazioni, che hanno concorso a formare il valore di δ esibito dal catalogo; se si dice E l' errore medio della φ soprascritta, avremo:

$$E^2 = \frac{\varepsilon^2}{m} + \frac{1}{4}\frac{e^2}{n}. \tag{1}$$

Sommando tutte queste espressioni delle varie stelle, abbiamo:

$$[EE] = \varepsilon^2 \left[\frac{1}{m}\right] + \frac{e^2}{4}\left[\frac{1}{n}\right]$$

n è data dai cataloghi: [EE] si può avere, come è noto, con successive approssimazioni e così per la e: in tal modo la (1) darà per ogni stella l' errore medio della latitudine da essa proveniente. Se poi, come si suol fare, si prende per peso unitario quello che corrisponde ad un sistema di osservazioni aventi 1″ di errore medio, si avrà il peso della latitudine da $\frac{1}{E^2}$. Il quadro seguente contiene per ogni catalogo e stella per stella, latitudine e peso relativo.

Osservazioni	Stella	Bradley-Auw.		Ten Years.		Yarnall		Pulkowa		Conn. des Temps	
		Latitudine	Peso	Latitudine	Peso	Latitudine	Peso	Latitudine	Peso	Latitudine	Peso
4	ν Ophiuchi	38°.6′.55″.00	2.3	38°.6′.54″.25	0.8	38°.6′.54″.29	1.5	38°.6′.54″.69	9.0	38°.1′.54″.89	12.0
3	μ Aquari	54.97	5.9	54.65	5.6	55.27	3.8	54.83	7.7	55.26	10.0
6	β »	55.35	15.0	55.12	9.1	55.34	20.0	55.16	11.0	55.53	17.0
1	θ »	54.63	3.7	54.49	3.0	54.48	3.2	54.41	3.2	54.83	3.6
1	λ »	55.74	3.3	55.46	3.2	55.89	2.4	55.53	3.2	55.90	3.6
1	γ »	55.65	3.4	55.07	2.2	55.40	2.3	55.12	3.2	55.23	3.6
3	20 Aquilae	55.16	2.5	54.53	5.0	55.20	3.5	54.59	7.7	—	—
2	37 »	55.17	2.2	54.96	3.1	55.25	1.3	55.07	5.6	—	—
1	ξ Serpentis	54.82	2.8	54.78	2.0	54.64	1.1	55.28	3.2	—	—
1	ϱ Aquari	56.25	2.3	55.70	1.5	56.10	1.8	55.63	3.2	—	—
4	ξ Ophiuchi	55.16	10.0	55.60	5.9	55.79	2.1	—	—	—	—
3	v Sagittari	56.83	4.4	56.69	3.7	56.64	2.6	—	—	—	—
1	α_1 Capric.	55.60	2.3	55.17	1.9	55.58	3.3	—	—	55.25	3.6
1	α_2 »	55.00	3.4	54.70	2.6	55.06	3.7	—	—	54.90	3.6
2	β »	55.87	5.0	55.16	5.0	56.20	2.9	—	—	56.25	6.7
2	η Ophiuchi	54.30	6.3	54.16	4.3	54.65	2.9	—	—	54.96	6.7
2	ι Aquari	55.01	5.0	54.12	2.9	54.50	2.9	—	—	54.72	6.7
2	3 »	54.87	2.0	54.12	1.2	—	—	54.24	5.6	54.66	6.7
3	51 Aquilae	55.42	1.8	55.41	1.2	—	—	55.30	7.7	—	—
2	ξ Scorpii	54.77	2.2	—	—	—	—	54.18	3.2	—	—

Di qui si ricavano i valori delle medie ponderate, coi rispettivi pesi ed *errori medî*: e sottintendendo la parte comune 38°.6′ della latitudine si ha:

	Bradley-Auw.	Ten Years	Yarnall	Pulkowa	Conn. des Temps
Latit.	55″262 ± 0″.108	55″.003 ± 0″.125	55″.325 ± 0″.128	54″.911 ± 0″.116	55″.202 ± 0″.109
Peso	85.8	64.2	61.3	73.5	83.8

Non stimo utile qui di riunire questi risultati in uno: sarà meglio di trovare, secondo ciascun catalogo, le latitudini anche nel 1° verticale, e poi combinare fra loro, sempre per la stessa fonte, i risultati dei due metodi. In ultimo, resi comparabili i cinque risultati complessivi, li riuniremo in uno definitivo.

Istromento dei passaggi.

Come ho detto precedentemente, la latitudine di Martorana fu anche da me determinata col metodo di Bessel, nel 1° verticale, nel 1893. Anche qui, com'è noto, le formule di riduzione forniscono il valore di $\varphi - \delta$ che può considerarsi affetto da soli errori locali. L'istromento portava 15 fili; e prenderemo come osservazione completa di latitudine la media dei 30 passaggi di una stella nei due verticali. Tale quantità indicheremo anche qui con Φ e apporremo un apice per distinzione: esse si trovano riunite nel quadro seguente, ridotte all'equinozio medio del 1893,0.

1893. *Valori di Φ' ridotti all'equinozio medio di 1893,0.*

Data	Stella	Φ'	Data	Stella	Φ'
12/9	72 Cygni	3′.40″.21	9/10	ϱ Androm.	44′.22″.59
15/9	79 Cygni	19.18.07	12/10	»	22.34
16/9	»	18.89	13/10	»	22.57
23/9	τ Cygni	31.36.74	16/10	»	22.01
19/9	1 Lacertae	53.57.97	17/10	»	20.94
22/9	»	58.68	25/10	»	21.19
23/9	»	57.94	30/10	»	22.38
29/9	12 Androm.	31.02.96	17/10	μ Androm.	11.47.20
30/9	»	02.41	25/10	»	47.08
9/10	»	03.18	30/10	»	47.16
12/10	»	02.96	25/10	45 Androm.	57.38.71
13/10	»	02.70	30/10	»	38.23
16/10	»	02.97	30/10	47 Androm.	57.32.22
17/10	»	02.51			

Dall' accordo dei valori delle Φ' per una stessa stella, si dedusse l'errore medio unitario locale, colla solita formula precedente. Esso è

$$\varepsilon' = 0''.471\,.$$

In corrispondenza a ciò che fu fatto per l' altro metodo, riunii a media le Φ' di una stessa stella: aggiungendo poi a tali medie le declinazioni corrispondenti, per l' epoca 1893,0 si ha la latitudine. Anche mi son servito degli stessi cataloghi precedenti: solo che invece della Conn. des Temps, ove tali stelle non si trovano, ho adoperato il catalogo di Respighi.

Quanto al peso da darsi alle singole latitudini, ho tenuto lo stesso metodo di prima. In questo caso si ha:

$$\varphi = \Phi'_m + \delta\,.$$

Quindi, conservando notazioni analoghe, si avrà l' errore medio di una latitudine

$$E'^2 = \frac{\varepsilon'^2}{m'} + \frac{e'^2}{n'} \tag{1}$$

da cui:

$$[E'E'] = \varepsilon'^2 \left[\frac{1}{m'}\right] + e'^2 \left[\frac{1}{n'}\right]$$

e, sempre con approssimazioni successive, si troveranno e' ed E'; quindi la (1) darà il peso $\frac{1}{E'^2}$ della latitudine rispettiva. Il quadro seguente contiene latitudini e pesi per catalogo e per stella.

Osservazioni	Stella	Bradley-Auw.		Ten Years		Yarnall		Pulkowa		Respighi	
		Latitudine	Peso	Latitudine	Peso	Latitudine	Peso	Latitudine	Peso	Latitudine	Peso
		° ′ ″		° ′ ″		° ′ ″		° ′ ″		° ′ ″	
1	72 Cygni	38.6.55.91	4.0	38.6.55.21	2.6	38.6.56.71	2.2	38.6.55.21	2.8	38,6.56.28	1.03
2	79 Cygni	55.87	3.7	55.90	3.6	56.02	1.6	55.78	4.0	56.22	1.16
1	τ Cygni	56.92	3.6	56.31	3.1	57.90	2.6	56.42	2.8	56.41	1.50
3	1 Lacertae	55.56	3.6	54.94	6.3	57.12	3.9	54.80	4.8	54.83	1.5
7	ϱ Androm.	55.40	16.7	55.34	6.7	55.42	1.8	55.82	5.9	54.65	1.3
7	12 Andr.	56.19	4.2	56.33	3.2	56.33	0.9	56.26	5.9	57.22	1.3
3	μ Andr.	55.47	12.5	55.07	11.0	56.10	5.0	55.46	4.8	55.96	1.5
2	45 Andr.	55.57	3.1	55.41	2.6	55.47	0.9	55.27	4.0	56.21	1.4
1	47 Andr.	55.20	2.9	55.32	2.6	-	—	55.18	2.8	54.45	1.0

Di qui si ricavano i valori delle medie ponderate, coi rispettivi pesi ed *errori medi*: sottintendendo anche qui la parte comune 38°.6′, della latitudine, si ha:

	Bradl.-Auw.	Ten Years	Yarnall	Pulkowa	Respighi
Latit.	$55''.667 \pm 0''.142$	$55''.401 \pm 0''.160$	$56''.542 \pm 0''.233$	$55''.616 \pm 0''.162$	$55''.811 \pm 0''.292$
Peso	49.5	38.8	18.3	37.8	11.7

È da notarsi il valore che risulta dal catalogo di Yarnall, sensibilmente più alto di quelli forniti dagli altri cataloghi. Riuniamo, per catalogo, i risultati dei due metodi, accoppiando Respighi con Conn. des Temps.

	Bradley-Auw.		Ten Years		Yarnall		Pulkowa		Resp.-Conn. d. T.	
	Latitud.	Peso	Latitud.	Peso	Latitud.	Peso	Latitud.	Peso	Latitud.	Peso
Meridiano	$55''.262$	85.8	$55''.003$	64.2	$55''.325$	61.3	$54''.911$	73.5	$55''.202$	83.8
1° verticale	55.658	54.3	55.401	38.8	56.542	18.2	55.616	37.8	55.811	11.7

Per ciascun catalogo i due risultati possonsi riunire in uno, in ragione dei loro pesi; e poichè essi risultati nascono da operazioni indipendenti, il peso e l'errore medio di ogni complesso, si ricaveranno nel modo usuale. Si ha, così:

	Bradl.-Auw.	Ten Years	Yarnall	Pulkowa	Resp.-Conn. d. T.
Latit.	$55''.415 \pm 0''.084$	$55''.153 \pm 0''.098$	$55''.603 \pm 0''.112$	$55''.151 \pm 0''.095$	$55''.277 \pm 0''.102$
Peso	140.1	103.1	79.5	111.5	95.5

Volendo, ora, riunire questi numeri in un risultato definitivo, occorrerà prima ridurli comparabili, riportandoli al sistema unico del Fund. Cat., mediante le correzioni calcolate da Auwers. Però il solo catalogo di Yarnall dà correzioni sensibili: e cioè la correzione media per le stelle meridiane è $-0''.22$; quella per le stelle del 1° verticale $-0''.14$, la cui media ponderata secondo i pesi dei due risultati è di $-0''.20$. Apportando questa correzione al valore precedente della latitudine per Yarnall, e facendo la media ponderata dei risultati ultimi, si arriva al risultato definitivo

$$\varphi = 38^\circ.6'.55''.281 \tag{2}$$

Quanto all'errore medio di questo risultato, si osservi che non si può determinare al solito modo, perchè i numeri della tavoletta ultima non sono completamente indipendenti, avendo a comune delle funzioni lineari delle Φ e delle Φ'. Se diciamo Ψ, Ψ' tali funzioni e $\varDelta$, $\varDelta'$ le analoghe funzioni delle declinazioni, e con P indichiamo i pesi delle medie per catalogo, nel meridiano, con P' quelli nel 1° verticale, la (2) ha la forma analitica:

$$\varphi = \frac{[P\Psi] + [P'\Psi'] + [P\varDelta] + [P'\varDelta']}{[P + P']}.$$

Ora ogni Ψ, Ψ', è esprimibile linearmente per le Φ_m di cui si conosce il peso $= mp_0$ se p_0 è quello di una Φ semplice, e per le $\Phi'_{m'}$ il cui peso è $m'p'_0$ essendo p'_0 l'analoga di p_0. I pesi delle funzioni Δ, Δ', detti π, π' si possono ricavare subito dalle equazioni

$$\frac{1}{P_i} = \frac{1}{\psi_i} + \frac{1}{\pi_i} \qquad \frac{1}{P'_i} = \frac{1}{\psi'_i} + \frac{1}{\pi'_i}$$

essendo ψ il peso di Ψ, facilmente determinabile. Se, quindi, si dico $p_{x,i}$ il peso di una latitudine delle grandi tavole precedenti, appartenente al catalogo x^{mo} e alla stella i^{esima}, e se si chiama Π il peso finale di (2), si giunge alla formula:

$$\frac{1}{\Pi} = \frac{1}{[P+P']} + \\ + \frac{1}{p_0} \cdot \frac{1}{[P+P']^2} \left[\frac{[v_{xi}]^2 - [p^2_{xi}]}{m_i} \right]_i + \frac{1}{p'_0} \frac{1}{[P+P']^2} \left[\frac{[p'_{xi}]^2 - [p'^2_{xi}]}{m'_i} \right]_i .$$

Con questa formula ove tutto è noto, si ricava $\Pi = 200$, e quindi l'errore medio $\pm 0''.070$. Quindi il valore definitivo della latitudine di Martorana è

$$38^\circ.6'.55''.281 \pm 0''.070 .$$

La specola della Martorana fu già da me legata alla rete di 1° ordine; per cui si può fare il confronto di questo risultato astronomico, colla latitudine dedotta geodeticamente dalle due provenienze di Castania, e dell'Osservatorio di Palermo. Tali due latitudini di Martorana sono

da Castania	dall'Osservatorio
38°.6'.47''.413	38°.6'.55''.568

Quindi le deviazioni locali in latitudine, per la Martorana saranno:

da Castania	dall'Osservatorio
+ 7''.868	— 0''.287

Matematica. — *Sulle equazioni lineari del secondo ordine del tipo iperbolico, la cui serie di Laplace è finita in un solo senso.* Nota del prof. O. NICCOLETTI, presentata dal Socio V. CERRUTI.

Il metodo, indicato da me in una Nota precedente [1], per costruire tutte le equazioni la cui serie di Laplace è finita in due sensi, si estende facilmente al caso in cui la serie di Laplace dell'equazione data:

$$\Omega(z) = s + ap + bq + cz = 0 \tag{1}$$

[1] Cfr O. Niccoletti, *Sulle equazioni la cui serie di Laplace è finita in ambedue i sensi* (Rendiconti Lincei, fasc. 9°, maggio 1897). Manterrò in quel che segue tutte le notazioni e convenzioni di questa Nota, che indicherò brevemente colla lettera P.