

ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCIV.

1897

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME VI.

2° SEMESTRE



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1897

è necessario e sufficiente che la $\sum_1^{\infty} u_n(x)$ abbia la convergenza uniforme a tratti in generale.

Nell'altro caso poi in cui non è sempre

$$|f(x, y_s)| < L$$

la convergenza uniforme a tratti in generale della $f(x, y_s)$ verso la $f(x, y_0)$ è la condizione dell'integrabilità di questa, come è detto alla proposizione (a); ma la continuità di $\Phi(x, y_0)$ non è sempre sufficiente perchè sia valida la (1), come ha mostrato con un esempio il sig. Osgood nella Memoria, *Non-Uniform Convergence and the Integration of Series Term by Term.* (American Journal of Mathematics, vol. XIX).

In una prossima Nota, mi riservo di trattare appunto il caso ora menzionato in cui non è possibile assegnare un numero finito L tale che sia sempre

$$|f(x, y_s)| < L.$$

Fisica. — *Intorno ad un modo di diminuire notevolmente lo spazio nocivo nei termometri ad aria.* Nota di G. GUGLIELMO, presentata dal Socio BLASERNA.

Negli apparati, nei quali occorre conoscere con esattezza il volume e la pressione d'un gas e si misura questa mediante un manometro ad aria libera (o idrostatico) a mercurio, sarebbe utile che il ramo del manometro che comunica direttamente col gas suddetto fosse capillare, perchè in tal caso si potrebbe determinare con maggior esattezza il volume di esso gas. Nei termometri ad aria, il vantaggio che ne risulterebbe, sarebbe ancor maggiore, perchè si potrebbe così render minima la quantità d'aria che si trova alla temperatura dell'ambiente, diversa da quella che di solito si vuol misurare, e che perciò richiede una correzione, e produce una complicazione non lieve della formula che dà la temperatura cercata.

È noto però che diminuendo il diametro del tubo del manometro, s'introduce nella misura della pressione un errore di capillarità tanto maggiore quanto minore è il diametro del tubo, e che per uno stesso tubo, è ben lungi da esser costante e noto.

Tuttavia anche quest'errore di capillarità si può facilmente evitare, qualora il ramo del manometro, che comunica col gas di cui si vuol misurare la pressione, termini superiormente in forma di cono, col vertice in alto e colle generatrici facenti un angolo di circa 45° coll'asse del cono, e che si faccia arrivare il livello del mercurio fino ad un punto qualsiasi del cono stesso; come di solito la pressione del gas si potrà equilibrare facendo variare l'altezza del mercurio nell'altro ramo.

L'angolo di raccordamento del mercurio col vetro essendo di circa 45° (nell'aria), ed essendo il vetro già inclinato di 45° colla verticale, la superficie del mercurio a contatto del vetro formerà un angolo di 90° colla verticale, e sarà quindi all'incirca piana e orizzontale in tutta la sua estensione. Ne risulta quindi anzitutto che la componente verticale della tensione superficiale del mercurio, ossia la depressione capillare, sarà nulla, e quindi saranno senza influenza le possibili variazioni della tensione superficiale, e ciò qualunque sia il diametro del tubo nel punto considerato; inoltre il volume dell'aria essendo limitato da una superficie piana, di piccola estensione, potrà essere conosciuto con molto maggior esattezza, che non nel caso solito in cui esso volume è limitato dalla superficie del mercurio estesa e soggetta a cambiar forma.

Importa tuttavia notare che le cause d'errore prodotte dalla tensione superficiale del mercurio non sono completamente eliminate, perchè rimangono le possibili variazioni dell'angolo di raccordamento del mercurio col vetro, le quali possono rendere la superficie del mercurio concava o convessa, ed anzi un semplice calcolo, che credo inutile riportare, dimostrerebbe che ammessa una determinata variazione dell'angolo di raccordamento, o della freccia del menisco, la variazione che ne risulta nella misura della pressione è un po' maggiore nel caso d'una superficie piana, che non nel caso d'una superficie avente un piccolo raggio di curvatura. Questa causa d'errore però se è reale, dipende molto dal modo col quale il mercurio perviene alla posizione d'equilibrio e si potrà evitare avendo cura di far giungere il mercurio ad essa posizione, con un movimento nello stesso senso, e con ugual velocità, o ripetendo parecchie volte la lettura della posizione del livello, dopo averlo ripetutamente spostato leggermente dalla posizione d'equilibrio.

Prima d'applicare questa disposizione ad apparecchi complicati, soggetti a cause d'errore di vario genere, credetti necessario assicurarmi che essa fosse sufficiente ad eliminare l'errore di capillarità, oppure verificare fino a che grado d'esattezza ciò si poteva ottenere. Costruii perciò vari tubi ad U molto corti, di cui un ramo era cilindrico di circa 2 cm. di diametro, e l'altro era cilindrico di 1 cm. di diametro alla parte inferiore, ma superiormente era assottigliato in modo da formare un cono colla generatrice a 45° dall'asse, e terminava poi con un tubo capillare. Per comodità di costruzione i due rami erano congiunti per mezzo d'un tubo di diametro minore e talvolta da un tubo di gomma. In questi tubi, che talvolta erano stati accuratamente lavati con acido nitrico ecc. e talora no, versai del mercurio più o meno completamente purificato, in modo che esso arrivasse fin verso la metà del tubo conico ed osservavo la differenza di livello del mercurio nei due rami, e ripeteva molte volte tale determinazione dopo aver spostato i livelli in tutti i modi possibili, lasciando riprendere la posizione d'equilibrio in un senso, oppure nell'altro, lentamente. rapidamente, togliendo il mercurio dal tubo e riversandovi lo stesso mercurio

o altro mercurio, cercando di ottenere piuttosto le massime che le minime differenze. In tutti i casi la differenza di livello osservata fu molto piccola, e per uno stesso tubo e per una stessa quantità di mercurio (cioè allorquando il mercurio giungeva allo stesso punto del tubo conico) la differenza di livello osservata si mantenne quasi affatto costante, e le differenze del valor medio furono appena superiori agli errori di osservazione. Usando però tubi diversi o facendo giungere il mercurio a diverse altezze nel cono, le differenze di livello osservate nei due rami, sebbene piccole, furono sensibili, sia perchè i tubi costruiti imperfettamente da me, non erano regolarmente conici, sia perchè il vetro non uniforme produceva errori di rifrazione diversi.

Sebbene la costruzione di simili tubi sia facile, e sia facile quindi ad ognuno verificare fino a che grado l'eliminazione dell'errore di capillarità avviene, credo utile trascrivere qui una delle molte serie di esperienze. Il tubo conico non doveva essere sufficientemente conico, perchè la superficie del mercurio in esso appariva leggermente ma ben chiaramente convessa verso l'esterno. Misuravo le differenze di livello del mercurio nei due rami con un catetometro e con un forte ingrandimento, sollevando o abbassando il cannocchiale mediante la vite micrometrica. Il livello del mercurio nel tubo cilindrico era reso nettamente visibile, come di solito, con una cartina bianca e nera collocata dietro il tubo, in modo che la retta di separazione del bianco dal nero fosse un pochino inclinata sull'orizzonte e tagliasse la linea del mercurio; il livello nel tubo conico era reso visibile in un modo simile, ma collocando la cartina a tale altezza che il menisco leggermente curvo apparisse ben distinto; le letture sono espresse in duecentesimi di millimetro a partire dallo zero della vite che aveva una scala discendente. Leggevo succesivamente un livello, poi l'altro e poi il primo, dopo spostavo i livelli nei modi sopraindicati, e ripeteva le letture nello stesso ordine; le rette verticali separano le osservazioni fatte dopo spostati i livelli, le rette orizzontali quelle fatte in epoche diverse, in ispecie l'ultima linea si riferisce ad osservazioni fatte 15 giorni dopo le prime, nel qual intervallo il tubo col mercurio era rimasto esposto all'aria libera.

Tubo cilindrico	85 80	80 84	81 82	81 84	83 86
Id. conico . .	30	36	42	42	43
Tubo cilindrico	87 83	87 85	82 88	88 88	82 76
Id. conico . .	47	46	47	41	38
Tubo cilindrico	72 74	73 75	73 75	75 77	72 75
Id. conico . .	25	23	23	28	25
Tubo cilindrico	127	130	130	—	—
Id. conico . .	95 92	97 97	95 97	—	—

La differenza di livello secondo le prime due linee risulta di 0,22 mm., secondo la terza di 0,25 mm. e secondo l'ultima di 0,16 mm.; il diametro del tubo conico nel punto ove giungeva il mercurio era esternamente di 6 mm., quindi internamente doveva essere fra 4 e 5 mm. È da notare che sebbene la superficie del mercurio nel tubo conico fosse convessa e dovesse quindi subire una lieve depressione, tuttavia essa appariva più elevata della superficie nel tubo cilindrico, tanto osservando al cannocchiale che ad occhio nudo, per effetto della rifrazione.

Risulta da queste osservazioni, come da molte altre, che la differenza di livello apparente nei due rami è piccola e potrebbe facilmente esser resa nulla, ma, ciò che più importa, questa differenza è costante e le variazioni sono comprese nei limiti degli errori di osservazione per misure fatte ad intervalli di tempo non molto grandi; ed anche dopo due settimane la suddetta differenza aveva variato meno di 0,1 mm.

È utile che il tubo sia non troppo conico, in modo che la superficie del mercurio sia leggermente convessa, altrimenti cesserebbe dall'esser visibile, e sarebbe visibile solamente e non bene la linea di intersezione del vetro col mercurio, la quale obbedisce meno a piccole variazioni di pressione e dà risultati meno concordanti, che ho creduto inutile riferire. Ho cercato di togliere l'errore di rifrazione circondando il tubo conico con un tubo cilindrico pieno d'acqua o d'altro liquido più rifrangente ed osservando la linea d'intersezione suddetta, ma in complesso non ho trovato molto vantaggio con una simile disposizione. Ho cercato altresì di ottenere il tubo conico soffiando una bolla di 9 a 10 mm. di diametro in un tubo capillare a pareti spesse e comprimendo questa bolla nel senso del tubo, mentre il vetro era ancor molle, ma queste bolle mi è parso che offerissero al mercurio varie posizioni d'equilibrio, le quali possono indurre in errore, e ho trovato molto preferibile costruire i tubi conici scaldando nel mezzo e tutt'attorno un tubo, a pareti non troppo sottili, di circa 1 cm. di diametro, lasciando fondere e ispessire il vetro, e regolando poi la trazione alle due estremità, e interrompendola per lasciar ispessire il vetro, e se occorre comprimendo un poco il tubo nel senso della sua lunghezza in modo da ottenere l'angolo desiderato. Facilmente il tubo riesce poco conico; lo si riduce nel modo voluto staccando l'altra estremità, e scaldando il cono col dardo della fiamma, lasciando ispessire il vetro ed esercitando una lieve compressione.

Applicando la disposizione in discorso al termometro ad aria, il volume d'aria alla temperatura dell'ambiente riuscirà piccolo e meglio determinato; sarà quindi possibile, senza pregiudizio dell'esattezza, di usare bulbi molto piccoli, ciò che in taluni casi può riuscire di non poca utilità, e qualora si usino bulbi della grandezza solita, si potranno trascurare le variazioni di temperatura dell'ambiente e si potrà semplificare la formula che dà la temperatura. Difatti questa in tal caso diviene:

$$T = \frac{H - H_0}{\alpha H_0} \left[1 + \frac{H}{H_0} \left(\frac{3k}{\alpha} + \frac{v}{V} \frac{1}{1 + \alpha t} \right) \right]$$

essendo T la temperatura cercata in gradi centigradi, H_0 ed H le pressioni dell'aria del termometro a 0° e a T , $3k$ ed α i coefficienti di dilatazione del vetro e dell'aria, V e v le capacità a 0° del bulbo e della parte del tubo che trovasi alla temperatura dell'ambiente.

Il termine $v : V$ non può esser reso completamente nullo, ed inoltre ciò non semplificherebbe molto la formula; è invece utile rendere $v : V$ tale che sia

$$\frac{3k}{\alpha} + \frac{v}{V} \frac{1}{1 + \alpha t} = \frac{1}{100}$$

ossia, siccome approssimativamente $3k/\alpha = 1/150$, è utile rendere $v/V = 1/300$. In tal caso chiamando θ il valore approssimato di T che s'avrebbe applicando la semplice formula di Gay-Lussac (ossia $\theta = \frac{H - H_0}{\alpha H_0}$) si avrà:

$$T = \theta + \frac{1}{100} \frac{H}{H_0} \theta.$$

Ho applicato con risultati soddisfacenti il manometro sopra descritto a due forme di termometri ad aria, che credo non superfluo descrivere poichè

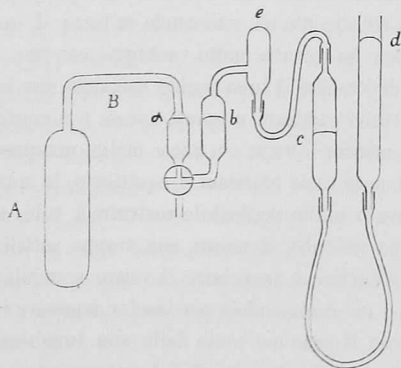


FIG. 1.

sono facili a costruire, differiscono un poco dalle forme solite e presentano qualche particolare che può essere utile.

Nella prima disposizione ho cercato di eliminare l'inconveniente dei vapori che facilmente si sviluppano dal tubo di gomma, e che in un tempo più o meno lungo rendono umida l'aria del bulbo. Essa consiste del bulbo A , del tubo capillare B di 0,1 mm. di diametro interno e circa 20 cm. di lunghezza e di un corto manometro a mercurio ab chiuso in fondo da un robinetto a tre vie e del quale il ramo a termina superiormente conico a 45° dall'asse. Il ramo b

poi comunica superiormente mediante un tubo di gomma con un altro manometro, *cd*. Volendo misurare con questa disposizione, non del tutto nuova, la temperatura del bulbo *A*, si solleva o abbassa il tubo *d* finchè il livello del mercurio in *a* arrivi alla punta o segno d'affioramento e si misura il dislivello nei manometri *ab* e *cd*. Si può però regolare la quantità di mercurio del manometro *ab* in modo che quando esso affiora in *a* il dislivello sia nullo, tuttavia ciò non è sempre del tutto esatto, perchè per una data quantità di mercurio il dislivello varia colla forma del menisco in *b*; avrei potuto costruire il ramo *b* del manometro simile a quello *a*, cioè conico superiormente e rendere così entrambi i menischi piani. Si può altresì evitare la doppia lettura (e doppia causa d'errore) del dislivello sopprimendo il tubo di vetro *c*, riempiendo interamente di mercurio il manometro unico avente i livelli in *a* e *d*; la bolla *e* dovrebbe servire per trattenere le bollicine d'aria possibilmente umide trascinate dal mercurio, ma l'esperienza mi dimostrò che essa è poco efficace e sarà utile invece servirsi del robinetto per interrompere la comunicazione fra bulbo e manometro quando il termometro non si adopera.

È utile, che come usano vari costruttori, il bulbo *A* termini inferiormente con un tubo capillare da chiudere alla lampada quando si costruisce il termometro; in tal modo non solo è facile lavare e asciugare il bulbo, ma si può verificare se il dislivello del mercurio nei rami *a b* quando entrambi comunicano coll'atmosfera è realmente nullo, e quando non lo fosse, tener nota del valore di esso; sebbene questo essendo di solito piccolo e non avendo influenza sulla differenza $H - H_0$, ma solo sul denominatore H , non produce, anche quando sia trascurato, un errore notevole.

Nell'altra disposizione che ho usato e che ho trovato comoda, il manometro col robinetto a tre vie funziona come una buona pompa a mercurio, per cui senza apparati accessori, senza smontare il termometro nè toglierlo dal bagno, si può rapidamente farvi un ottimo vuoto, riempirlo di gas secco di cui si potrà determinare la pressione alla temperatura voluta e poscia a 0° , e si potrà altresì porre entrambi i rami del manometro in comunicazione coll'atmosfera e verificare il valore del dislivello prodotto dal tubo conico.

Questa disposizione consiste del bulbo *A* comunicante col tubo capillare *B*, che nella seconda piegatura ha un robinetto a tre vie *R*, di cui la via superiore comunica coll'atmosfera e l'inferiore col tubo del manometro. Questo tubo *C* può esser cilindrico, o avere la forma di palloncino di capacità uguale o non molto minore di quella del bulbo *A*, deve terminare superiormente in cono a 45° dall'asse, ed inferiormente deve terminare con un tubo ricurvo all'insù. Questo tubo poi presenta un rigonfiamento *D* che è chiuso superiormente da un robinetto *S*, e che ha saldato lateralmente un tubo in cui s'adatta il tubo di gomma che conduce all'altro ramo del manometro funzionante altresì da pallone mobile della pompa a mercurio.

Per fare il vuoto con questa pompa-manometro si procede come colle solite pompe a mercurio, cioè si stabilisce mediante il robinetto *R* la comunicazione *C* atmosfera e si solleva il tubo *E* scacciando così l'aria da *C*, si

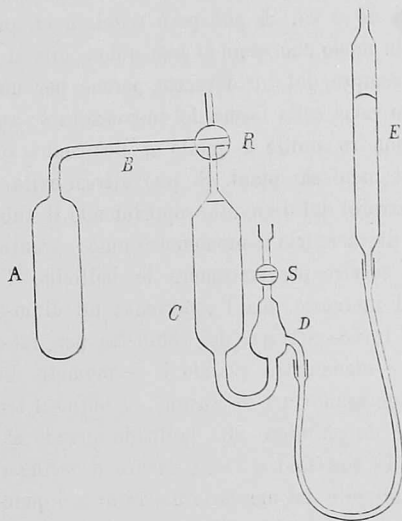


FIG. 2.

chiude la comunicazione coll'atmosfera, si abbassa il tubo *E* in modo da formare il vuoto in *C* e si stabilisce la comunicazione *CA* e così di seguito colle avvertenze ovvie per evitare urti del mercurio, o che questo acquisti troppa velocità.

Due particolarità di questa pompa sono le seguenti. Occorre anzitutto scacciar l'aria dal rigonfiamento *D* facendo uso del robinetto *S* e bisogna aver cura di ripetere questa operazione ogni qualvolta l'aria che si sviluppa dal tubo di gomma e che si raduna in esso rigonfiamento impedisca il regolare andamento della pompa. Inoltre quando si volesse produrre in *A* il miglior vuoto possibile bisognerebbe, quando il tubo *E* è in basso e ripieno di mercurio, congiungerlo mediante un tubetto di gomma a pareti spesse colla via libera del robinetto *R*; in tal modo sollevando il tubo *E* vi si forma il vuoto, e così la minima quantità d'aria residua che si vuol scacciare dal tubo *C* viene spinta non nell'atmosfera ma nel vuoto suddetto. Esperienze numerose fatte con altre pompe di questo sistema, mi hanno dimostrato che il vuoto che si ottiene in *A* è sufficiente per la produzione dei raggi Röntgen; e la rapidità colla quale si ottiene questo vuoto è molto vicina a quella teorica basata sulla legge di Boyle (purchè il tubo *A* non sia bagnato), vale a dire che essendo le capacità dei tubi *A* e *C* uguali fra loro, p. es. di 30 cm³, dopo dieci colpi di pompa si ha una pressione inferiore ad un 1 mm. di mercurio

e 10 altri in condizioni buone sono sufficienti ad ottenere la rarefazione dei raggi Röntgen.

Fatto il vuoto nel bulbo e riempitolo di gas secco, si procede nel modo solito per misurare la temperatura.

Credo inutile riferire i risultati delle determinazioni fatte con questi apparecchi, le quali essendo state fatte a solo scopo di prova, con apparecchi provvisori, non darebbero un'idea adeguata dell'utilità degli stessi. Il grado d'esattezza che si ottiene colla modificazione essenziale è dimostrato dalla tabella sopra riportata, facile del resto a verificare.

Un altro caso in cui sarebbe utile la disposizione per eliminare gli errori derivanti dalla convessità del menisco, sarebbe quello della misura delle deviazioni di un gas dalla legge di Boyle; ho costruito un apparecchio che raddoppia esattamente ed automaticamente la pressione, ma non ho ancora fatto esperienze col medesimo. Un altro caso sarebbe quello del barometro sensibile da me descritto, ma anche con questo non potei ancora eseguire esperienze.

Fisica. — *Sulla conducibilità termica del ghiaccio secondo differenti direzioni.* Nota di PAOLO STRANEO, presentata dal Corrispondente FAVERO (').

Spesso il ghiaccio non è completamente amorfo, ma, come osservai nella prima parte delle mie ricerche sulla sua conducibilità termica, esistono specie di ghiaccio che presentano, secondo la direzione verticale, proprietà differenti che secondo le direzioni orizzontali, riferendoci come precedentemente alla posizione dell'acqua mentre si congelava. Lo scopo di questa seconda ricerca è di determinare se i coefficienti di conducibilità termica, secondo le dette direzioni, differiscano fra di loro.

Si tagliarono quindi da grandi lamine di ghiaccio piccoli cilindri, aventi gli assi alcuni in direzione verticale, altri in direzione orizzontale. Ognuno di questi cilindri veniva posto in un apparecchio semplicissimo, che permetteva di mantenere la base inferiore e l'aria che avvolgeva la superficie cilindrica ad una temperatura costante, che si assumeva come zero e la base superiore ad una temperatura C , di alcuni gradi inferiore allo zero. Come nell'esperienza precedente, si fece uso di grandi quantità di petrolio per mantenere costanti le temperature delle superfici. Quando ogni punto del cilindro aveva raggiunto uno stato termico stazionario, si portava repentinamente la temperatura della base superiore a zero e si misuravano le variazioni della temperatura in un punto interno opportunamente scelto. Dal decremento logaritmico di queste si poterono dedurre i coefficienti desiderati.

Consideriamo primieramente un cilindro tagliato coll'asse verticale. Siano a l'altezza ed R il raggio del cilindro; k_1 e k_2 i coefficienti di conducibilità

(') V. pag. 262.