ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCIV.

1897

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME VI.

2° Semestre

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1897

e 10 altri in condizioni buone sono sufficienti ad ottenere la rarefazione dei raggi Röntgen.

Fatto il vuoto nel bulbo e riempitolo di gas secco, si procede nel modo solito per misurare la temperatura.

Credo inutile riferire i risultati delle determinazioni fatte con questi apparecchi, le quali essendo state fatte a solo scopo di prova, con apparecchi provvisori, non darebbero un' idea adeguata dell' utilità degli stessi. Il grado d' esattezza che si ottiene colla modificazione essenziale è dimostrato dalla tabella sopra riportata, facile del resto a verificare.

Un altro caso in cui sarebbe utile la disposizione per eliminare gli errori derivanti dalla convessità del menisco, sarebbe quello della misura delle deviazioni di un gas dalla legge di Boyle; ho costruito un apparecchio che raddoppia esattamente ed automaticamente la pressione, ma non ho ancora fatto esperienze col medesimo. Un altro caso sarebbe quello del barometro sensibile da me descritto, ma anche con questo non potei ancora eseguire esperienze.

Fisica. — *Sulla conducibilità termica del ghiaccio secondo differenti direzioni.* Nota di PAOLO STRANEO, presentata dal Corrispondente FAVERO [1].

Spesso il ghiaccio non è completamente amorfo, ma, come osservai nella prima parte delle mie ricerche sulla sua conducibilità termica, esistono specie di ghiaccio che presentano, secondo la direzione verticale, proprietà differenti che secondo le direzioni orizzontali, riferendoci come precedentemente alla posizione dell' acqua mentre si congelava. Lo scopo di questa seconda ricerca è di determinare se i coefficienti di conducibilità termica, secondo le dette direzioni, differiscano fra di loro.

Si tagliarono quindi da grandi lamine di ghiaccio piccoli cilindri, aventi gli assi alcuni in direzione verticale, altri in direzione orizzontale. Ognuno di questi cilindri veniva posto in un apparecchio semplicissimo, che permetteva di mantenere la base inferiore e l' aria che avvolgeva la superficie cilindrica ad una temperatura costante, che si assumeva come zero e la base superiore ad una temperatura C, di alcuni gradi inferiore allo zero. Come nell' esperienza precedente, si fece uso di grandi quantità di petrolio per mantenere costanti le temperature delle superfici. Quando ogni punto del cilindro aveva raggiunto uno stato termico stazionario, si portava repentinamente la temperatura della base superiore a zero e si misuravano le variazioni della temperatura in un punto interno opportunamente scelto. Dal decremento logaritmico di queste si poterono dedurre i coefficienti desiderati.

Considieriamo primieramente un cilindro tagliato coll' asse verticale. Siano a l' altezza ed R il raggio del cilindro; k_1 e k_2 i coefficienti di conducibilità

[1] V. pag. 262.

termica del ghiaccio parallelamente e perpendicolarmente all' asse del cilindro, ed h il coefficiente di conducibilità esterna fra la superficie cilindrica e l' aria. Stabilendo il sistema di coordinate cilindriche x, r, φ in modo che l' asse delle x coincida coll' asse del cilindro ed il piano $x = 0$ colla base inferiore, l' equazione differenziale dello stato stazionario della temperatura U sarà:

$$0 = k_1 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + k_2 \left(\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2} \right).$$

Considerando che lo stato della temperatura dovrà essere indipendente dall' angolo φ, l' equazione della temperatura si ridurrà alla seguente più semplice:

(1) $$0 = k_1 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + k_2 \left(\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} \right).$$

Si avranno relativamente alle basi le seguenti condizioni:

(2) per $x = 0$ sarà $U = 0$ per tutti gli r

(3) per $x = a$ sarà $U = C$ per tutti gli r.

Relativamente alla superficie cilindrica si avrà poi:

(4) $$- k_2 \left(\frac{\partial U}{\partial r} \right)_{r=R} = h(U)_{r=R}.$$

Posiamo con Euler $U = X . R$, intendendo per X una funzione della sola variabile x e per R una della sola variabile r. Si avrà separando le variabili:

$$k_1 \frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} = - k_2 \frac{1}{R} \left(\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} \right).$$

Perchè questa equazione sia verificata è necessario e sufficiente che i due termini che la compongono siano identicamente uguali ad una stessa costante arbitraria, che assumeremo positiva ed indicheremo con α^2, escludendo però il valore zero, che condurrebbe ad una soluzione fisicamente assurda. Si hanno allora per determinare le funzioni X ed R le due equazioni differenziali note:

$$0 = \frac{d^2 X}{dx^2} - \frac{\alpha^2}{k_1} X \quad ; \quad 0 = \frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} + \frac{\alpha^2}{k_2} R.$$

La soluzione della prima è: $X = A . e^{+\frac{\alpha}{\sqrt{k_1}} x} + B . e^{-\frac{\alpha}{\sqrt{k_1}} x}$, essendo A e B costanti arbitrarie; quella della seconda è $M . I_0 \left(\frac{\alpha . r}{\sqrt{k_2}} \right) + N Y_0 \left(\frac{\alpha . r}{\sqrt{k_2}} \right)$, in cui M ed N indicano costanti arbitrarie ed $I_0 \left(\frac{\alpha r}{\sqrt{k_2}} \right)$ e $Y_0 \left(\frac{\alpha r}{\sqrt{k_2}} \right)$ rispettivamente le funzioni cilindriche di primo e secondo genere, di modulo zero e di argomento $\frac{\alpha r}{\sqrt{k_2}}$. Perchè la soluzione resti finita per $r = 0$ bisogna che N sia nullo. La temperatura U dovrà quindi avere la forma

$$\mathrm{U} = \left(\mathrm{A}\, e^{+\frac{\alpha}{\sqrt{k_1}}x} + \mathrm{B}\, e^{-\frac{\alpha}{\sqrt{k_1}}x}\right) \mathrm{I}_0\left(\frac{\alpha r}{\sqrt{k_2}}\right).$$

La condizione (4) esige che sia

$$-\left[\frac{d\,\mathrm{I}_0\left(\frac{\alpha r}{\sqrt{k_2}}\right)}{dr}\right]_{r=\mathrm{R}} = \frac{h}{k_2}\left[\mathrm{I}_0\left(\frac{\alpha r}{\sqrt{k_2}}\right)\right]_{r=\mathrm{R}}$$

ed applicando l'identità: $\frac{d\,\mathrm{I}_0(qr)}{dr} = -q\,\mathrm{I}_1(qr)$, ove $\mathrm{I}_1(qr)$ indica la funzione cilindrica di primo genere, di modulo 1 e di argomento qr, si avrà:

$$\frac{\alpha}{\sqrt{k_2}}\mathrm{I}_1\left(\frac{\alpha \mathrm{R}}{\sqrt{k_2}}\right) = \frac{h}{k_2}\,\mathrm{I}_0\left(\frac{\alpha \mathrm{R}}{\sqrt{k_2}}\right).$$

Quest'equazione determina α; essa possiede un'infinità di radici che si trovano facilmente servendosi delle tavole di Messel [1]. Sostituiamo a k_2 il suo valore approssimato 0,31, ad h il valore pure approssimato 0,01, che vale per tutte le sostanze solide in contatto coll'aria; essendo $\mathrm{R} = 2$ cm. si troveranno facilmente le seguenti radici:

$$\alpha_1 = 0{,}102\ ,\ \alpha_2 = 1{,}07\ ,\ \alpha_3 = 1{,}95\ \text{ecc.}$$

L'espressione della temperatura assumerà quindi la forma:

$$\mathrm{U} = \left(\mathrm{A}_1 e^{+\frac{\alpha_1}{\sqrt{k_1}}x} + \mathrm{B}_1 e^{-\frac{\alpha_1}{\sqrt{k_1}}x}\right)\mathrm{I}_0\left(\frac{\alpha_1 r}{\sqrt{k_2}}\right) + \left(\mathrm{A}_2 e^{+\frac{\alpha_2}{\sqrt{k_1}}x} + \mathrm{B}_2 e^{-\frac{\alpha_2}{\sqrt{k_1}}x}\right)\mathrm{I}_0\left(\frac{\alpha_2 r}{\sqrt{k_2}}\right) + \cdots$$

Le condizioni (2) e (3) determinano le costanti A e B.

La (2) esige che sia: $\mathrm{A}_1 = -\mathrm{B}_1\ ,\ \mathrm{A}_2 = -\mathrm{B}_2$ ecc.

La condizione (3) prenderà allora la forma:

$$(3^{\text{bis}})\qquad \mathrm{C} = \mathrm{A}_1\, 2\,\mathrm{sen}_{ip}\left(\frac{\alpha_1}{\sqrt{k_1}}a\right)\,\mathrm{I}_0\left(\frac{\alpha_1 r}{\sqrt{k_2}}\right) + \mathrm{A}_2\, 2\,\mathrm{sen}_{ip}\left(\frac{\alpha_2}{\sqrt{k_1}}a\right)\,\mathrm{I}_0\left(\frac{\alpha_2 r}{\sqrt{k_2}}\right) + \cdots$$

Per determinare una costante a_n di ordine qualunque si moltiplica ogni termine dell'equazione (3^{bis}) per $r\,\mathrm{I}_0\left(\frac{\alpha_n r}{\sqrt{k_2}}\right)dr$ e si integrano tra i limiti o

(1) Abhandl. der Königl. Preuss. Akademie der Wissensch. zu Berlin, 1888.

ed R. Applicando i seguenti teoremi relativi alle funzioni cilindriche [1]

$$\int_0^c \mathrm{I}_0(nr)\,\mathrm{I}_0(mr)\,.\,r\,.\,dr = 0 \qquad \text{se } m \neq n$$

$$\text{„} \qquad = \frac{c^2}{n}\left[\Big(\mathrm{I}_0(nc)\Big)^2 + \Big(\mathrm{I}_1(nc)\Big)^2\right] \quad \text{se } m = n$$

$$\int_0^c \mathrm{I}_0(nr)\,r\,dr \qquad = \frac{c}{n}\,\mathrm{I}_1(na)\,,$$

si deduce:

$$\mathrm{A}_n = \mathrm{C}\,\frac{\sqrt{k_2}}{\alpha_n\,\mathrm{R}\,\mathrm{sen}_{ip}\left(\frac{\alpha_n}{\sqrt{k_1}}\,a\right)}\;\frac{\mathrm{I}_1\left(\frac{\alpha_n \mathrm{R}}{\sqrt{k_2}}\right)}{\left[\mathrm{I}_0\left(\frac{\alpha_n \mathrm{R}}{\sqrt{k_2}}\right)\right]^2 + \left[\mathrm{I}_i\left(\frac{\alpha_n \mathrm{R}}{\sqrt{k_2}}\right)\right]^2}\,.$$

Così lo stato stazionario della temperatura è completamente determinato. Ora bisogna dedurre l'espressione dello stato variabile della temperatura u, cominciando a misurare il tempo t dall'istante in cui anche la base superiore del cilindro è stata portata alla temperatura zero.

Usando le stesse notazioni della teoria precedente ed indicando con c e ϱ il calore specifico e la densità del ghiaccio, l'equazione differenziale del movimento del calore sarà:

$$c\varrho\,\frac{\partial u}{\partial t} = k_1\,\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + k_2\left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\,\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\,\frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2}\right).$$

Siccome la soluzione non deve dipendere dall'angolo φ, l'equazione si ridurrà alla seguente più semplice:

$$(1') \qquad c\,.\,\varrho\,.\,\frac{\partial u}{\partial t} = k_1\,\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + k_2\left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\,\frac{\partial u}{\partial r}\right).$$

Posando $u = \mathrm{T}\,.\,\mathrm{X}\,.\,\mathrm{R}$, ove T è una funzione del solo tempo t, X della sola coordinata x ed R della sola coordinata r e disegnando con p^2 e q^2 due costanti arbitrarie positive, è possibile di separare le variabili e quindi, analogamente al caso precedente, di decomporre l'equazione (1') nelle tre seguenti:

$$(\mathrm{I}) \qquad c\,.\,\varrho\,\frac{d\mathrm{T}}{dt} + (p^2 + q^2)\,\mathrm{T} = 0 \qquad\qquad (\mathrm{II}) \qquad k_1\,\frac{d^2\mathrm{X}}{dx^2} + p^2\,\mathrm{X} = 0$$

$$(\mathrm{III}) \qquad \frac{d^2\mathrm{R}}{dr^2} + \frac{1}{r}\,\frac{d\mathrm{R}}{dr} + \frac{q^2}{k_2}\,\mathrm{R} = 0\,.$$

L'integrale della prima è $\mathrm{T} = \mathrm{C}\,e^{-(p^2+q^2)\frac{1}{\varrho c}t}$; quello della seconda è: $\mathrm{X} = \mathrm{A}\,\mathrm{sen}\left(\frac{p}{\sqrt{k_1}}\,x\right) + \mathrm{B}\cos\left(\frac{p}{\sqrt{k_1}}\,x\right)$ e finalmente quello della terza è:

[1] Carl Neumann, *Theorie der Bessel'schen Functionen.*

$R = M\,I_0\left(\frac{qr}{\sqrt{k_2}}\right) + N\,Y_0\left(\frac{qr}{\sqrt{k_2}}\right)$, dove A, B, C, M ed N sono costanti arbitrarie. Perchè l'espressione della temperatura sia finita per $r = 0$, è necessario che N sia identicamente uguale a zero.

La soluzione della (1') sarà dunque un'espressione della forma:

$$u = \left\{ A \operatorname{sen}\left(\frac{p}{\sqrt{k_1}}x\right) + B\cos\left(\frac{p}{\sqrt{k_1}}x\right)\right\} e^{-(p^2+q^2)\frac{1}{c\rho}t}\, I_0\left(\frac{qr}{\sqrt{k_2}}\right).$$

Le condizioni cui deve soddisfare la soluzione servono a determinare le costanti arbitrarie A, B, p, q. Sappiamo infatti che:

(2') per $x = 0$ deve essere $u = 0$ per tutti i valori di r e di t;

(3') per $x = a$ deve essere $u = 0$ per tutti i valori di r e di t;

(4') per $r = R$ deve essere $-k_2\left(\frac{\partial u}{\partial r}\right)_{r=R} = h(u)_{r=R}$ per tutti i valori di x e di t;

(5') per $t = 0$ deve essere $u =$ allo stato stazionario U.

La condizione (2') esige che B sia uguale a zero.

Un'infinità di valori di p soddisfano la condizione (3'); essi sono compresi nell'espressione generale $p_n = \frac{n\pi\sqrt{k_1}}{a}$, in cui n significa un numero intiero arbitrario compreso fra 1 ed ∞.

La condizione (4') serve per determinare le costanti q. E facile vedere che i valori che se ne deducono sono identici ad α_1, α_2, α_3 ecc., che figurano nell'espressione dello stato stazionario.

La temperatura variabile u avrà dunque la forma:

$$\begin{aligned} u = &\left[A_{11}\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{a}x\right)e^{-\left(\frac{\pi}{a}\right)^2\frac{k_1}{c\rho}t} + A_{12}\operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{a}x\right)e^{-\left(\frac{2\pi}{a}\right)^2\frac{k_1}{c\rho}t} + \cdots\cdots\right] I_0\left(\frac{\alpha_1 r}{\sqrt{k_2}}\right)e^{-\alpha_1^2\frac{1}{c\rho}t} \\ (6)\quad + &\left[A_{21}\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{a}x\right)e^{-\left(\frac{\pi}{a}\right)^2\frac{k_1}{c\rho}t} + A_{22}\operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{a}x\right)e^{-\left(\frac{2\pi}{a}\right)^2\frac{k_1}{c\rho}t} + \cdots\cdots\right] I_0\left(\frac{\alpha_2 r}{\sqrt{k_2}}\right)e^{-\alpha_2^2\frac{1}{c\rho}t} \\ + &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \end{aligned}$$

Finalmente le costanti A si determinano servendosi della condizione (5'). Facciamo nella (6) $t = 0$; l'espressione che ne risulterà dovrà essere identica a quella precedentemente dedotta per lo stato stazionario U. Si avrà quindi:

$$\begin{aligned} U \equiv &\left[A_{11}\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{a}x\right) + A_{12}\operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{a}x\right) + \cdots\cdots\right] I_0 \frac{\alpha_1 r}{\sqrt{k_2}} \\ + &\left[A_{21}\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{a}x\right) + A_{22}\operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{a}x\right) + \cdots\cdots\right] I_0 \frac{\alpha_2 r}{\sqrt{k_2}} \\ + &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \end{aligned}$$

Identificando i coefficienti delle funzioni cilindriche di uguali argomenti, si avrà:

$$C\,\frac{2\sqrt{k_2}}{\alpha_1 R}\cdot\frac{\operatorname{sen} ip\left(\dfrac{\alpha_1}{\sqrt{k_1}}\,x\right)}{\operatorname{sen} ip\left(\dfrac{\alpha_1}{\sqrt{k_1}}\,a\right)}\;\frac{I_1\left(\dfrac{\alpha_1 R}{\sqrt{k_2}}\right)}{\left[I_0\left(\dfrac{\alpha_1 R}{\sqrt{k_2}}\right)\right]^2+\left[I_1\left(\dfrac{\alpha_1 R}{\sqrt{k_2}}\right)\right]^2}=$$

$$=A_{11}\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{a}\,x\right)+A_{12}\operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{a}\,x\right)+\cdots$$

$$C\,\frac{2\sqrt{k_2}}{\alpha_2 R}\cdot\frac{\operatorname{sen} ip\left(\dfrac{\alpha_2}{\sqrt{k_1}}\,x\right)}{\operatorname{sen} ip\left(\dfrac{\alpha_2}{\sqrt{k_2}}\,a\right)}\;\frac{I_1\left(\dfrac{\alpha_2 R}{\sqrt{k_2}}\right)}{\left[I_0\left(\dfrac{\alpha_2 R}{\sqrt{k_2}}\right)\right]^2+\left[I_1\left(\dfrac{\alpha_2 R}{\sqrt{k_2}}\right)\right]^2}=$$

$$=A_{21}\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{a}\,x\right)+A_{22}\operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{a}\,x\right)+\cdots$$

. . . .

. . . .

Moltiplicando per $\operatorname{sen}\dfrac{n\pi}{x}\,x\,dx$ ed integrando fra o ed a si avrà per una costante d' ordine in la seguente espressione:

$$A_{in}=C\,\frac{4\pi n\sqrt{k_2}}{\alpha_i a^2 R}\cdot\frac{1}{\dfrac{\alpha_i^2}{k_1}+\dfrac{\pi^2 n^2}{c^2}}\cdot\frac{I_1\dfrac{\alpha_i R}{\sqrt{k_2}}}{\left[I_0\left(\dfrac{\alpha_i R}{\sqrt{k_2}}\right)\right]^2+\left[I_1\left(\dfrac{\alpha_i R}{\sqrt{k_2}}\right)\right]^2}.$$

Anche lo stato variabile della temperatura è quindi completamente deteı minato.

L' espressione (6) in pratica si può molto semplificare. Infatti gli esponenti negativi di e crescono rapidamente in direzione sia orizzontale che verticale; il valore della funzione $I_0(mr)$ diminuisce rapidamente col crescere dell' argomento; basterà quindi che sia trascorso un tempo assai breve dal principio dell' esperienza, perchè la funzione u sia espressa con sufficiente esattezza dai due primi termini delle due prime serie orizzontali. Se inoltre noi misureremo la temperatura in un punto le cui coordinate siano $x=\dfrac{a}{2}$, $r=1{,}26$ cm., si raggiungerà una semplificazione ancor più grande. Infatti, in conseguenza di questo valore di r e del valore precedentemente stabilito di α_2, l' argomento $\dfrac{\alpha_2 r}{\sqrt{k_2}}$ della funzione cilindrica della seconda serie orizzontale prende il valore 2,40, per il quale la funzione cilindrica di modulo o si annulla. Siccome poi per il valore $x=\dfrac{a}{2}$ si annullano i secondi termini di tutte le serie orizzontali, l' espressione della temperatura nel punto scelto del cilindro assumerà dopo un certo tempo dal principio dell' esperienza la forma semplice:

$$u = A_{11} \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{a}x\right) e^{-\left\{\left(\frac{\pi}{a}\right)^2 \frac{k_1}{c.\rho} + \frac{\alpha_1^2}{c\rho}\right\} t} \, I_0\left(\frac{\alpha_1 r}{\sqrt{k_2}}\right).$$

Formando come d' ordinario il decremento logaritmico:

$$\log_{nat} \frac{u_n}{u_{n+\varepsilon}} = \left(\frac{\pi^2}{a^2}\frac{k_1}{c.\varrho} + \frac{\alpha_1^2}{c\varrho}\right) \varepsilon \Delta t \,,$$

si vede immediatamente la possibilità di dedurre dall'esperienza il coefficiente k_1.

L' uso del valore approssimato di k_2 per dedurre la costante α_1, che figura elevata in quadrato nel decremento logaritmico, non può produrre fisicamente un errore sensibile, essendo il termine $\frac{\alpha_1^2}{c\varrho}$, che dipende dal valore di k_2, solo la ventesima parte circa della somma $\frac{\pi^2}{a^2}\frac{k_1}{c.\varrho} + \frac{\alpha_1^2}{c.\varrho}$, cui è proporzionale il decremento logaritmico.

Per analoga ragione non sviluppai la teoria per i cilindri coll' asse perpendicolare a quello dei precedenti, perchè non essendo più la soluzione indipendente dall' angolo φ, le formole sarebbero state assai più complesse, senza apportare fisicamente maggiore esattezza. Feci invece uso della formola precedente, sostituendo solo k_2 a k_1. Studiai specialmente le due specie di ghiaccio descritte nella prima parte delle mie misure, cioè un ghiaccio perfettamente omogeneo ed amorfo ed un ghiaccio pure omogeneo, ma più facilmente fendibile secondo la direzione verticale.

I risultati sono contenuti nella seguente tabella:

		Ghiaccio della prima specie Omogeneo ed amorfo		Ghiaccio della seconda specie Omogeneo ma non amorfo	
Asse del cilindro nella direzione		verticale	orizzontale	verticale	orizzontale
Altezza in cm.		5,080	5,270	4,870	4,999
Decremento logaritmico	1ª serie di osservazioni	0,12206	0,11343	0,13851	0,12190
	2ª " "	0,12205	0,11332	0,13820	0,12132
	3ª " "	0,12186	0,11324	0,13902	0,12092
	Media	0,12199	0,11334	0,13858	0,12138
Coefficiente		$k_1 = 0,312$	$k_2 = 0,308$	$k_1 = 0,328$	$k_2 = 0,301$

Una seconda serie di misure su due cilindri di ghiaccio della seconda specie condusse ai seguenti risultati: $k_1 = 0,325$ $k_2 = 0,308$.

Come risultato di questo studio si può enunciare:

1° che solo il ghiaccio non completamente amorfo presenta qualche piccola differenza del potere conduttore termico a seconda della direzione.

2° che il valore del coefficiente di conducibilità termica per il ghiaccio amorfo, trovato uguale a circa 0,31 col metodo esposto nella prima parte delle mie ricerche, è pienamente confermato.

Chimica. — *Due nuovi derivati del Guaiacol.* Nota di S. di Boscogrande, presentata dal Socio Paternò [1].

Composto coll' acido picrico. Sopra gr. 5 di guaiacol sciolto in alcool si fece agire in quantità equimolecolare l' acido picrico. Il liquido si colorò intensamente in rosso ranciato e fu tenuto all' ebollizione per circa due ore. Indi svaporato a b. m. si cominciarono a separare degli aghetti di colore rosso ranciato. Questi sono solubilissimi in tutti i solventi ordinarî ed anche nell' acqua, dalla quale cristallizzano in minutissimi aghetti splendenti, di colore rosso ranciato; fondono a 80°.

Una determinazione di azoto ha dato i seguenti risultati:
gr. 0,2200 di sostanza fornirono cc. 24,2 di azoto misurati alla temperatura di 27° ed alla pressione di 756 mm.: cioè per cento

Azoto 12,07

Per il *picrato di guaiacol* $C_6H_4.OCH_3.OH.C_6H_2(NO)_3OH$ si calcola per cento

Azoto 11,90

Questo picrato si decompone lentamente alla luce diffusa, perdendo il colore rosso ranciato per diventare giallo, aumentando man mano il suo punto di fusione.

Se alla soluzione in benzina di questo picrato si aggiunge dell' etere di petrolio, precipita una sostanza gialla che, cristallizzata dall' alcool, fonde a 121°.

All' analisi diede i seguenti risultati:
gr. 0,2506 di sostanza fornirono cc. 40,5 di azoto misurati alla temperatura di 25° ed alla pressione di 761 mm. Cioè per cento

Azoto 18,05

[1] Lavoro eseguito nell' Istituto Chimico della R. Università di Roma. Presentato nella seduta del 7 novembre 1897.