ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCV.

1898

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME VII.

1° SEMESTRE

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1898

Per le setole sigmoidi, l' esistenza del corpo cardiaco e i nefridii molto convoluti, il genere *Melanenchytraeus* si avvicina a *Mesenchytraeus*. Ne differisce principalmente pel lungo condotto escretore maschile. L' intensa pigmentazione dell' ipoderma e di altri organi non si ritrova a mia conoscenza in altri Enchitreidi.

Una descrizione particolareggiata con figure, farà parte del libro che sotto gli auspicî del Principe, sarà pubblicato intorno ai risultati del suo viaggio.

Matematica. — *Sulla trasformazione di una curva algebrica in un'altra priva di punti multipli.* Nota di Beppo Levi, presentata dal Corrispondente C. Segre.

È noto che, data una curva C dello spazio ordinario, si può, con trasformazioni birazionali della curva, mutarla in un' altra, pure del nostro spazio, priva di singolarità puntuali (1). Può però talora interessare di rispondere alla domanda: può una tale trasformazione effettuarsi con trasformazioni birazionali dello spazio (Cremoniane)? La risposta è affermativa, e la dimostrazione che io dò qui brevemente non è, parmi, meno semplice delle dimostrazioni note in cui non si tien conto di questa maggior condizione.

Si sa che con trasformazioni birazionali dello spazio (ad es. quadratiche) si può trasformare la curva data C in una C_1 che abbia sole singolarità ordinarie (punti multipli a tangenti distinte) (2). La curva C_1 abbia ora il punto P s-plo (ordinario). Si effettui una trasformazione birazionale, tale che non esista, nello spazio di C_1 una superficie fondamentale cui corrisponda un solo punto nello spazio trasformato; ad es, una trasformazione cubica dello spazio a sestica fondamentale $\mathcal{A}$ non degenere (3), disponendo di $\mathcal{A}$ in modo che

(1) È noto anzi di più: ogni curva può ottenersi come proiezione di una di un conveniente spazio priva di singolarità (Veronese, *Das Princip des Projicirens u. Schneidens*, Math. Ann. 19; Segre, *Sulla scomposizione dei punti singolari delle superficie algebriche*, Ann. di mat. (2) 25, p. 43 e seg.). La proiezione di questa curva da un conveniente spazio su un S_3 dà luogo alla curva cercata. Si hanno inoltre dimostrazioni dirette del teorema (Poincaré, *Sur les tr. bir. des courbes gauches algébriques*. Comptes rendus, t. 117; Pieri, *Trasf. di ogni curva alg. in altra priva di punti multipli*, Rivista di mat. 1894).

(2) Del Pezzo, Rend. Palermo, 6; Pannelli, Rend. Ist. Lombardo (2), 26; Segre, l. c. p. 9; Levi, Ann. Mat. (2), 26 e Mem. Acc. Sc. di Torino 1898.

(3) Questa trasformazione fu già applicata con profitto (specialmente in suoi casi particolari) in altre ricerche da parecchi autori che sarebbe inutile qui ricordare; nella sua generalità fu incontrata dal prof. Cremona (*Mémoire de géométrie pure sur les surfaces du troisième ordre*. n.i 113 e 113bis. Crelle's Journal 69) e studiata dal Cayley (*On*

passi per P [1] e che i piani tangenti comuni in P a Λ e a C_1 non vi siano bitangenti a C_1 e non siano tangenti alla rigata fondamentale λ. C_1 si trasforma in una nuova curva C_2 in cui a P corrispondono s punti distinti della retta p' corrispondente a P appartenente a λ', nessuno dei quali appartiene a Λ'. Questi punti sono tutti semplici per C_2. Lo si vede facilmente p. e. con un'enumerazione, supponendo che si sia disposto della trasformazione in modo che Λ non passi per altri punti di C_1 e che λ seghi C_1 in punti semplici distinti di cui mai due sulla stessa generatrice, il che si può sempre fare [2]. Se m è l'ordine di C_1, quello di C_2 è $3m - s$; inoltre C_2 ha $8m - 3s$ punti su Λ'. Λ' è tripla per λ': il numero delle intersezioni di λ' e C_2 fuori di Λ' è quindi

$$8(3m - s) - 3(8m - 3s) = s;$$

gli s punti di C_2 su p' sono dunque semplici.

Essendo inoltre C_1 disposta come or ora si è detto, la trasformazione non genera nuovi punti multipli; inoltre tutti i punti multipli di C_1 diversi da P si mutano in punti di C_2 ancora multipli ordinari (di ugual moltiplicità). Applicando adunque successivamente nuove trasformazioni analoghe a quella precedente si elimineranno a uno a uno i punti multipli della curva.

---

the rational transformation between two spaces n.i 101 e seg. Proc. of the London math. Society vol. III, 1869-71 e Mathematical Papers vol. VII, p. 189) e dal sig. Noether (*Ueber d. eind. Raumtransformationen u. s. w.* Math. Ann. III, p. 547; (V. pure Salmon-Friedler, *Anal. Geom. d. Raumes*). In quest'ultima Memoria sono studiati pure i casi particolari. Io considero il caso generale, solo per fissare le idee; potrebbe scegliersi invece uno qualunque dei casi particolari, esclusi quelli indicati con (E) e (G) dal sig. Noether (il caso che le superficie cubiche del sistema omoloidico abbiano un punto doppio fisso e quello della trasformazione cubica a tetraedro fondamentale).

Detti Σ e Σ' i due spazi, la trasformazione fa corrispondere ai piani di Σ le superficie cubiche di Σ' per la sestica gobba di genere 3 Λ' e ai piani di Σ' le sup. cubiche di Σ per l'analoga sestica Λ. La superficie fondamentale della trasformazione è in Σ la rigata λ dell'ottavo ordine delle trisecanti di Λ; analogamente per la superficie fondamentale λ' di Σ'. A ogni punto di Λ corrisponde una generatrice di λ' e al fascio di direzioni uscenti da P in un piano tangente a Λ un punto di questa generatrice, essendo proiettiva la risultante corrispondenza fra quei piani tangenti e questi punti. Λ è tripla per λ, Λ' per λ'.

La trasformazione si può generare facendo corrispondere a ogni punto di Σ il punto di Σ' intersezione dei tre piani corrispondenti in tre correlazioni.

(1) In generale, qualunque sia la trasformazione che si voglia sostituire, come or ora si è detto, a quella che qui si usa, si dovrà far cadere in P un punto fondamentale o farvi passare una linea fondamentale, soddisfacendo inoltre a condizioni analoghe a quelle indicate nel testo.

(2) Determinato Λ in modo arbitrario purchè soddisfi alle condizioni imposte in P e non giaccia sul cono proiettante C_1 da P basta sostituirle una sua trasformata per una conveniente omologia di centro P per ottener soddisfatte queste condizioni.

Il teorema e la dimostrazione si estendono evidentemente alle curve immerse negli spazî superiori. Basterà far uso p. e. della trasformazione che si ottiene come generalizzazione di quella cubica del nostro spazio facendo corrispondere ad un punto dell' S_n il punto d' intersezione degli $n\,S_{n-1}$ corrispondenti nel secondo spazio in n correlazioni.

Matematica. — *Sui numeri transfiniti.* Nota di T. Levi-Civita [1], presentata dal Corrispondente Veronese.

4. Prescindiamo, per i sistemi $\boldsymbol{N}$, dall' assioma di Archimede, e indichiamoli, in tal condizione, con $\boldsymbol{M}$. Son questi evidentemente sistemi assai generali, richiedendosi soltanto che i loro elementi sieno ordinati e costituiscano un corpo rispetto alla somma e alla sottrazione, cioè, ripetiamolo ancora una volta, rispetto a due operazioni, comunque definite, che sieno algoritmicamente identiche alla somma e alla sottrazione, talchè i segni $>$ e $<$, $+$ e $-$ continuino a soddisfare alle regole ordinarie.

Ogni sistema di tipo A, ovvero di tipo $\boldsymbol{N}$ è senz' altro un $\boldsymbol{M}$, ma non reciprocamente.

Consideriamo per es. i monosemii a_ν con indice e caratteristica reali. Ad ogni aggregato di monosemii, i cui indici costituiscano un insieme ellittico, si può far corrispondere, come sappiamo, un numero a' di un nuovo sistema di tipo A. Se ci limitiamo a quegli a', che constano (cioè, si può anche dire in questo caso, sono somma) di *un numero finito* di monosemii a caratteristica intera e indice intero e positivo (o nullo), abbiamo ancora un insieme ordinato $V^{(1)}$, i cui elementi formano un corpo rispetto alla somma, alla sottrazione e alla moltiplicazione [2]; dunque intanto un sistema di tipo $\boldsymbol{M}$. Esso non è però nè A, nè $\boldsymbol{N}$. Non è A, perchè in generale la divisione fa uscire dagli elementi dell' insieme; non è $\boldsymbol{N}$, poichè non vale l' assioma di Archimede; e, per verità, fissiamo i tre elementi $\omega = 1_1$, $\omega' = 1$, $\omega'' = 2$. Si ha $\omega'' > \omega'$, ma, comunque si prenda il numero intero k, riman sempre (§ 2) $\omega > k(\omega'' - \omega')$.

Sia in generale ω elemento di un sistema $\boldsymbol{M}$; anche $-\omega$ appartiene al sistema. Chiamerò, come di solito, valore assoluto di ω (e lo designerò con $|\omega|$) quello dei due numeri ω, $-\omega$, che non è negativo.

[1] V. pag. 91.

[2] È chiaro che $V^{(1)}$ coincide sostanzialmente col sistema dei numeri interi di Veronese, infiniti di ordine finito; basterebbe designare ogni monosemio a_ν (dove a e ν si intendono ora interi e $\nu \geq 0$) con $a\,\infty^{\nu}{}_1$.