ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCV.

1898

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME VII.

1° SEMESTRE

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1898

Diremo poi che una funzione di due variabili ha in un punto P d' una linea continua un massimo od un minimo *rispetto a questa linea*, se può trovarsi una quantità r tale, che in tutti i punti della linea che distano da P meno di r la funzione prenda valori più piccoli, o rispettivamente più grandi, di quello che essa prende in P.

Dopo ciò noi ci proponiamo di dimostrare che, se in un punto O (a, b) la funzione $f(x, y)$ è, p. es., minima rispetto a tutte le linee continue passanti per O, essa ha in quel punto un minimo nel senso della definizione enunciata in principio.

A tale scopo faremo vedere che, se la funzione non ha un minimo nel punto O, può trovarsi una linea passante per O e rispetto alla quale la funzione non è minima in questo punto.

Se $f(x, y)$ non è minima in O, ciò vuol dire che in qualunque intorno, per quanto piccolo, di O vi sono punti in cui la funzione ha valore non maggiore di $f(a, b)$. Descritto dunque intorno ad O come centro un cerchio C_1 di raggio r_1, vi sarà entro C_1 un punto (x_1, y_1) tale che $f(x_1, y_1) \leq f(a, b)$. Col centro ancora in O, descriviamo un cerchio C_2, di raggio r_2, che non contenga nel suo interno il punto (x_1, y_1); esisterà entro C_2 almeno un punto (x_2, y_2) tale che $f(x_2, y_2) \leq f(a, b)$. Così continuando, e scegliendo gli elementi della successione decrescente $r_1, r_2, \ldots$ in modo che essa abbia per limite zero, O sarà punto-limite dell' insieme di punti $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \ldots$, e quindi una linea continua qualunque passante per questi punti passerà anche per O. Ora la funzione $f(x, y)$ non può avere in O un minimo rispetto a questa linea; infatti, per quanto piccola si prende r, può sempre trovarsi nella successione $r_1, r_2, \ldots$ un elemento $r_i < r$, e in tutti i punti (x_i, y_i), $(x_{i+1}, y_{i+1}), \ldots$, che distano da O meno di r, la funzione ha valori non maggiori di $f(a, b)$.

Con ciò è provato l' asserto.

Fisica. — *A proposito della interpretazione del fenomeno di Zeemann data dal sig. Cornu* [1]. Nota del dott. Orso Mario Corbino, presentata dal Socio Blaserna.

Le importantissime esperienze del Zeemann sono state riprodotte dal Cornu [2] con una disposizione ottica che completa i risultati ottenuti dal primo. Rimane cioè stabilito che in un raggio originato in un campo magnetico e che si propaghi in esso perpendicolarmente alla sua direzione, una riga è trasformata in un sistema di tre o quattro righe vicinissime, intera-

[1] Lavoro eseguito nel Laboratorio di Fisica della R. Università di Palermo.

[2] Comptes Rendus, t. 125, pag. 555; t. 126, pag. 181.

mente polarizzate, le due esterne parallelamente, e la centrale o il gruppo delle due interne perpendicolarmente alle linee di forza. Invece per un raggio che si propaghi nel senso delle linee di forza (attraversando il nucleo forato dell'elettrocalamita), la luce naturale di lunghezza d'onda λ viene trasformata in due righe di lunghezze d'onda $\lambda - \varepsilon$, $\lambda + \varepsilon$ polarizzate circolarmente in senso inverso, e precisamente quella di lunghezza $\lambda - \varepsilon$ è costituita di luce circolare girante nel senso della corrente che produce il campo magnetico.

Il Cornu, dopo richiamati i noti principî di Fresnel sulla costituzione della luce naturale, e la decomponibilità della luce polarizzata rettilineamente in due fasci a vibrazioni circolari inverse, e quello di Ampère sulla equivalenza di una linea di forza magnetica e di un solenoide elettromagnetico, ha dato dei fenomeni osservati una interpretazione cinematica nel seguente enunciato:

L'azione del campo magnetico sull'emissione di una radiazione tende a decomporre le componenti rettilinee vibratorie suscettibili di propagarsi per onde secondo vibrazioni circolari parallele alle correnti del solenoide equivalente al campo.

Le vibrazioni che girano nel senso della corrente del solenoide sono accelerate, quelle che girano in senso inverso sono ritardate.

L'equivalenza di questo enunciato ai risultati dell'esperienza è meno evidente di quello che sembri a prima vista, poichè dipende da un'altra questione di ottica ancora controversa circa l'azione dello spettroscopio sulla luce a piano di polarizzazione girante e sulla luce periodicamente smorzata.

Esaminiamo infatti dapprima il caso che la luce emessa nel campo sia osservata nel senso delle linee di forza. I due circolari inversi di diverso numero di vibrazioni che corrispondono a una delle due componenti rettilinee della vibrazione primitiva alterata dal campo si ricomporranno, appena fuori da questo, costituendo un fascio di luce a piano di polarizzazione girante, poichè due raggi circolari inversi uno di $N - n$, l'altro di $N + n$ vibrazioni dan luogo, come è noto, a un raggio di N vibrazioni il cui piano di polarizzazione compie n giri al secondo, cioè a un raggio identico a quello che esce da un Nicol che faceva n rotazioni a secondo.

E allora questa luce a piano di polarizzazione girante di lunghezza d'onda λ (corrispondente al numero primitivo N di vibrazioni) giungendo sullo spettroscopio darà luogo a una riga unica di luce identica a quella che cade sulla fenditura, o a due righe distinte corrispondenti alle lunghezze d'onda $\lambda - \varepsilon$, $\lambda + \varepsilon$ e costituite di luce circolare inversa?

Secondo il Verdet, in uno spettroscopio sufficientemente dispersivo, si dovrebbero avere due righe luminose. Il prof. Righi [1] però combatte l'as-

[1] Righi, *Sui cambiamenti di lunghezza d'onda prodotti dalla rotazione di un polarizzatore*, ecc., Memorie dell'Accademia di Bologna, 1882.

serzione del Verdet e viene alla conclusione che se sulla fenditura di uno spettroscopio di qualsiasi potere dispersivo si fa cadere la luce primitivamente omogenea proveniente da un Nicol girante, si osserverà un' unica riga corrispondente alla lunghezza d' onda primitiva. Solo nel caso in cui si arresti con un mezzo qualsiasi uno dei due raggi circolari inversi che compongono la luce a piano di polarizzazione girante (p. es. con un polarizzatore circolare), l'altro si rifrangerà in ragione del suo numero di vibrazioni diverso dal primitivo.

Evidentemente se è vero il concetto del Verdet, l' enunciato del Cornu è conforme all' esperienza, mentre se è vero quello del Righi, un'azione del campo che fosse conforme alla regola del Cornu non dovrebbe produrre lo slargamento della riga che si osserva senza analizzatore; e inoltre, siccome nelle sue osservazioni il Cornu si serviva del polarizzatore circolare *dopo* che il raggio era stato diffratto dal reticolo assumendo una direzione definitiva, anche estiguendo l'uno o l'altro dei due raggi circolari inversi, non dovrebbe cambiare la posizione della riga, come solo potrebbe avvenire, secondo le idee del Righi, se l' analizzatore fosse posto prima della fenditura.

Dippiù, secondo l'enunciato del Cornu, l'altra componente vibratoria perpendicolare alla prima e da essa indipendente (con la quale formava la luce naturale) dovrebbe dar luogo a un raggio di lunghezza d' onda eguale alla primitiva col piano di polarizzazione girante in modo continuo e che si mantenga sempre a 90° dal primo, cioè tale da ricostituire sempre con questo luce naturale di lunghezza d' onda eguale a quella di prima. E secondo il Righi si dovrebbe perciò avere dopo la rifrazione nello spettroscopio, una riga unica di luce naturale.

Un ragionamento analogo si può fare nel caso dei raggi osservati perpendicolarmente al campo magnetico. Anche in questo caso i due circolari inversi visti di traverso (*de tranche*) che equivalgono al fascio polarizzato orizzontalmente e il cui periodo sarebbe alterato, si possono ritenere come due vibrazioni parallele e rettilinee (rispetto alla componente trasversale al raggio) di numeri di vibrazioni $N - n$, $N + n$. Queste genereranno, come dimostrò il Righi [1], un fascio di N vibrazioni con $2n$ battimenti al secondo. Sulla fenditura dello spettroscopio giungerà quindi luce periodicamente smorzata [2] ma di N vibrazioni, e, secondo il Righi, il prisma non potrebbe sdoppiare i due raggi che hanno già interferito sulla fenditura. Non si potrebbe quindi spiegare con l' enunciato del Cornu la tripla o quadrupla riga che si osserva in direzione perpendicolare alle linee di forza.

(1) Righi, *Sulla velocità della luce nei mezzi magnetizzati*. Appendice. Memorie dell'Accademia di Bologna, 1878.

(2) Si intende che così si tien conto soltanto di *una* particella luminosa. Nel caso di una sorgente di estensione finita, i massimi e i minimi delle vibrazioni dei varî punti non coincideranno, e quindi si avrà sulla fenditura luce di intensità media costante.

L' equivalenza dell'enunciato del Cornu, all' esperienza è quindi subordinata alla risoluzione di questi due quesiti:

1° Un fascio di raggi, primitivamente monocromatico e uscente da un Nicol girante, attraversando uno spettroscopio abbastanza dispersivo si sdoppia in due circolari inversi di $N - n$, $N + n$ vibrazioni o dà un'unica riga corrisponde ad N vibrazioni?

2° Due raggi, uno di $N - n$, l'altro di $N + n$ vibrazioni rettilinee e parallele che producono per il fenomeno dei battimenti luce intermittente sulla fenditura di uno spettroscopio, si sdoppiano in due righe attraversando il prisma, o dànno una riga unica corrispondente a N vibrazioni?

Il Righi sostiene molto ingegnosamente che lo sdoppiamento non debba avvenire. Io mi permetto però, salvo il rispetto dovuto all' illustre professore, di mettere modestamente in rilievo alcune obbiezioni che mi pare potrebbero essere opposte alle sue argomentazioni; obbiezioni che, se fossero esatte, permetterebbero di accettare la interpretazione dei fenomeni di Zeemann data dal Cornu.

1°) I due circolari inversi di numeri di vibrazioni $N - n$, $N + n$, dice il Righi, si compongono nel loro cammino in un raggio a piano di polarizzazione girante di N vibrazioni. La rifrazione si farà in ragione di questo numero N di vibrazioni, cioè con una riga unica, poichè effettivamente sulla fenditura si ha luce di N vibrazioni, sebbene a piano di polarizzazione girante: e siccome la posizione del piano di polarizzazione non influisce sulla posizione della riga, ma vi influisce solo il periodo della luce che la fenditura riceve, periodo che è unico, non c' è ragione perchè si abbiano due righe di $N - n$, $N + n$ vibrazioni.

Se mi si consente di esprimere il mio modesto avviso sull'argomento, mi sembra che ci sia equivoco nella parola *periodo*. Qualunque sia la legge della vibrazione, sinusoidale o no, essa ha sempre un periodo determinato dal tempo che intercede perchè la particella torni a passare successivamente per le stesse posizioni con le stesse velocità di prima. Ma una vibrazione complessa di un certo periodo può per il teorema di Fourier decomporsi (è in un modo unico) in un certo numero di vibrazioni sinusoidali di diverso periodo, e in questa decomposizione precisamente consiste la funzione ottica del prisma. Se quindi sulla fenditura arriva luce di periodo $\frac{1}{N}$, la quale però non sia semplice, ma costituita della sovrapposizione di due vibrazioni semplici di periodo $\frac{1}{N-n}$, $\frac{1}{N+n}$ il prisma la decomporrà in queste due che erano le sole che potevano produrla.

Lo stesso dicasi nel caso che le due vibrazioni siano rettilinee e di periodo $\frac{1}{N-n}$, $\frac{1}{N+n}$. Avviene allora il fenomeno dei battimenti, per cui

la vibrazione assume la forma periodicamente smorzata nota dall' acustica. Il periodo della vibrazione risultante sarebbe dato a rigore da $2n$ vibrazioni a secondo; ma si ha anche un periodo apparente che corrisponde a N vibrazioni al secondo. Però non si ha più da fare con luce sinusoidale o monocromatica, ma con luce la cui vibrazione si potrebbe decomporre con la serie di Fourier nelle due vibrazioni semplici che la produssero, corrispondenti a $N - n$ ed $N + n$ vibrazioni; e questa scomposizione, che non può essere fatta che in questo modo solo, viene fatta fisicamente dal prisma (1).

Poichè adunque la deviazione nel prisma non dipende, diciamo così, dal valore *bruto* del periodo ma dalla scomposizione di una vibrazione periodica qualsiasi in vibrazioni semplici o sinusoidali, la luce a piano di polarizzazione girante, che non è semplice, deve esser decomposta dal prisma nei due raggi circolari (2) di diverso periodo che le diedero origine.

2°) Un altro degli argomenti addotti dal prof. Righi per sostenere la sua tesi è il seguente.

Si producano con due fasci di luce semplice di $N - n$, $N + n$ vibrazioni delle frange in moto su uno schermo (3). Dispongasi sullo schermo la fenditura dello spettroscopio, parallelamente alle frange. Ogni volta che passa sulla fenditura una frangia nera sparisce la luce che si osserva allo spettroscopio; mentre se si avessero due righe distinte di $N - n$ ed $N + n$ vibrazioni il campo dello spettroscopio non dovrebbe mai oscurarsi. Questo dimostra quindi che il prisma riproduce il fenomeno risultante che si ha sulla fenditura, e che perciò la riga è unica.

Questa esperienza mi sembra sia anche spiegabile con l' ipotesi dello sdoppiamento della riga. Ammettendo infatti che il prisma dia due righe distinte (le quali intanto devono essere straordinariamente vicine, poichè per una velocità sullo schermo di 10 frange a secondo, il massimo perchè l'occhio possa avvertire il loro alternarsi, le due righe disterebbero di circa $\frac{1}{5 \times 10^{10}}$ della distanza delle due righe del sodio), queste due righe quasi in contatto, di diverso numero di vibrazioni ma che si suppongono capaci d' interferire produrranno intorno a sè delle frange in moto analoghe a quelle che si avevano sullo schermo, ma di una estrema larghezza, poichè le sorgenti sono vicinissime; e quindi nell' occhio dell'osservatore si avranno delle alternazioni

(1) La luce bianca, che equivale alla sovrapposizione di infinite luci semplici, si può ritenere dovuta (come è dimostrato dalle eleganti considerazioni del Garbasso) a una vibrazione fortemente smorzata di un certo periodo. E poichè la luce bianca attraversando il prisma da uno spettro continuo e non la riga unica corrispondente al primitivo periodo, l'ipotesi del Garbasso sarebbe inconciliabile con le idee del prof. Righi.

(2) È evidente che una vibrazione circolare essendo la sovrapposizione di due vibrazioni pendulari ortogonali dello stesso periodo e con uno spostamento di fase eguale a un quarto del periodo, nel prisma si rinfrangerà come se fosse luce semplice.

(3) Vedi la Mem. del Righi, del 1882, pag. 25.

di luce e di oscurità secondo che da un istante all'altro le due sorgenti sono concordanti o in opposizione. Si spiega così l'intermittenza della riga apparentemente unica durante il moto delle frange sullo schermo.

Se queste obbiezioni alla previsione del prof. Righi sono fondate in modo che possa ammettersi lo sdoppiamento prodotto dal prisma della luce a piano di polarizzazione girante o di quella delle frange mobili, solo in tal caso l'interpretazione cinematica che il Cornu ha dato del fenomeno di Zeemann corrisponde all'esperienza.

Mineralogia. — *Notizia sopra alcune specie minerali nuove per la Sardegna.* Nota di DOMENICO LOVISATO, presentata dal Socio STRUEVER.

Fino dal maggio 1886 il compianto ing. Leone Goüin fra gli altri esemplari di cloruro d'argento me ne regalava uno brutto, terroso, disseminato però di massecole cristalline di color verde-giallastro oscuro, tendente al verde asparagio, che io fin d'allora collocai, per mancanza di spazio, involto in carta nella collezione generale, apponendovi sul cartellino la scritta: *Cloruro d'argento con Bromirite?* L'esemplare in parola, proveniente da Bruncu Arrubbiu nel seguito di Tacconis, sponda destra della vallata di Rio Ollastu, se ne stava là fino al maggio passato, epoca nella quale venne nel gabinetto di mineralogia il sig. Gerolami, caporale maggiore di miniere, per mostarmi un minerale d'argento verde e domandarmi, se conosceva della *Bromirite* in Sardegna, ritenendo tale il suo campione. Rammentandomi allora del campione sopra ricordato, glielo mostrai col cartellino su citato e che datava dalla bellezza di 11 anni. Non mi disse donde proveniva il suo esemplare, ma mi lasciava qualche frammento, che esaminai in seguito e che pei caratteri fisici e chimici si mostrerebbe assieme all'altro mio come una varietà di *Embolite*, cioè un *cloro-bromuro di argento*, specie minerale non ancora conosciuta per l'isola.

Si veggono qua e là nelle massecole del mio esemplare abbastanza frequenti le faccie del rombododecaedro e poi quelle del cubo, nè mancano quelle del pentagonododecaedro, che si presentano come striature parallele agli spigoli del cubo; faccie nette dell'ottaedro non ho potuto vedere. La durezza di poco supera il 1° grado ed il peso specifico alla temperatura di 30°C fu di 5,659 ed a quella di 26°C di 5,725, giusta la pesate che ho potuto fare in compagnia del collega di fisica prof. Guglielmo, alla cui gentilezza vado obbligato anche pei pesi specifici delle altre specie minerali, ricordate nella presente Nota.

Al cannello fonde dando facilmente globulo d'argento: anche nel tubo chiuso fonde dopo leggiera decrepitazione e tanto la parte fusa come il mi-