ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCV

1898

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME VII.

1° Semestre

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1898

Il Crookes a pera, che usai in queste prove aveva, come di solito, verso il centro dell' anticatodo, un' ampia macchia poco luminosa. Per variare l' esperienza feci uso di un Crookes sferico, come quello della fig. 4, col catodo in *c*, avanti al quale fissai il solito disco di piombo *d* e la lastra Lumière *l*. La fotografia che ottenni è identica a quella prodotta col Crookes a pera, ed indicata della fig. 3. Così che risulta, da queste prove almeno, che i Crookes danno delle figure diverse dai *focus*.

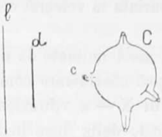

Fig. 4.

In conclusione, da queste varie prove fotografiche possiamo concludere:

1° Che l' ombra d' un corpo che intercetta le radiazioni d' un *focus* è terminata da una fascia chiara, di parecchi millimetri, specie di penombra; terminata bruscamente all' esterno, e degradata rapidamente verso il centro dell' ombra.

2° Che l' ombra d'un corpo che intercetta, invece, le radiazioni d'un Crookes, si termina con bordo netto e tagliente; presso il bordo, nell' interno dell' ombra, scorgesi una riga o frangia nera; oltre il bordo osservasi una penombra pallida, degradata all' esterno, larga parecchi millimetri, che è seguita da una riga o frangia assai chiara, per rinforzo di radiazioni. Queste due frange, la chiara e la scura, ricordano quasi quelle di diffrazione.

3° L' ombra piena e centrale sembra gradatamente più oscura dalla periferia al centro, per una probabile ed estesa flessione degli X nell' ombra generata da un corpo opaco che li intercetta.

Fisica. — *Sull' interpretazione cinematica del fenomeno di Zeeman.* Nota del Corrispondente A. Righi.

Il sig. Cornu [1] ha dato, pel fenomeno scoperto dal dott. Zeeman, una interpretazione puramente cinematica ed indipendente da ogni teoria speciale, simile a quella adottata per la rotazione magnetica del piano di polarizzazione. Se per semplicità si considera soltanto il caso in cui la luce è emessa nella direzione delle linee di forza magnetiche, l' interpretazione di Cornu consiste nell' ammettere, che ogni raggio luminoso si scinda in due raggi polarizzati circolarmente in senso opposto, e che il loro periodo divenga per l' uno maggiore e per l' altro minore, del periodo vibratorio della luce emessa in assenza del campo magnetico.

Perciò la differenza fra il fenomeno di Zeeman e quello di Faraday sarebbe questa, che nel primo caso, e cioè quando la forza magnetica agisce sul corpo, che emette la luce, le velocità di propagazione dei due raggi cir-

[1] Journal de Physique, décembre 1897.

colari conservano naturalmente il valore che avevano prima che si creasse il campo magnetico, ma è alterato il loro periodo vibratorio, mentre che nel secondo, e cioè quando le forze magnetiche agiscono sul corpo attraversato dalla luce, il periodo resta quel che era prima, ma è variata la velocità con cui i due raggi si propagano.

È noto d'altra parte, che la luce, che esce da un nicol animato da un moto di rotazione uniforme intorno al proprio asse, si può considerare come costituita da due raggi circolari inversi di $N + n$ e di $N - n$ vibrazioni al secondo, essendo N il numero di vibrazioni per secondo della luce incidente, ed n il numero di giri che fa il nicol ogni minuto secondo. Ciò fu dimostrato da Airy. Più tardi, e cioè in una mia Memoria pubblicata quindici anni fa [1], dimostrai che si possono ottenere in altri modi delle analoghe variazioni di periodo in un raggio polarizzato. Così per esempio, se insieme al nicol gira una lamina quarto-d'-onda, la quale sia ad esso collegata in modo che il sistema generi un raggio polarizzato circolarmente, il raggio emergente è pure circolare e di egual senso del raggio che si ha, quando il sistema è immobile, ma il numero delle sue vibrazioni per secondo è aumentato (o diminuito, secondo il senso della rotazione) del numero di giri, che il sistema compie ogni minuto secondo; oppure, se un raggio polarizzato circolarmente si fa passare per una lamina mezz'-onda, che faccia nel proprio piano n giri al secondo, il raggio, dopo avere attraversato la lamina girante è circolare ancora, ma di senso inverso a prima, ed il suo numero di vibrazioni e $N + 2n$, o $N - 2n$, secondo il senso della rotazione [2].

Nella stessa Memoria descrissi poi delle esperienze, colle quali si possono ottenere le frangie d'interferenza dovute all'incontro fra due fasci luminosi ridotti ad avere, mediante uno dei metodi ricordati più sopra, numeri di vibrazioni differenti. Le dette frangie differiscono dalle ordinarie frangie d'interferenza in ciò, che invece di essere fisse scorrono con moto uniforme in direzione perpendicolare alla loro direzione, ed il fenomeno costituisce la realizzazione dei battimenti prodotti con vibrazioni luminose, essendo perfettamente simile a quello da me ottenuto più tardi con una disposizione speciale mediante le onde generate da due diapason [3].

[1] Mem. della R. Acc. di Bologna, seduta del 14 gennaio 1883.

[2] La riga spettrale di un tal raggio, così modificato nel suo periodo, deve occupare una nuova posizione, in ragione del nuovo suo numero di vibrazioni per secondo. Ciò è quanto costituisce l'essenza del fenomeno di Zeeman. Verdet ed altri ammisero che anche nel caso dei due raggi prodotti dal nicol girante ogni riga debba sdoppiarsi, mentre in quella mia Memoria addussi delle ragioni, che mi facevano inclinare per un opposto parere; ma di recente il sig. Corbino (Rend. 17 aprile 1898) ha sostenuto di nuovo il modo di vedere del Verdet, che bisognerà adottare, qualora si ammetta l'interpretazione del Cornu.

[3] *Di un nuovo apparecchio per l'interferenza delle onde sonore.* Memorie della R. Accademia di Bologna, 14 febbraio 1892.

Poichè secondo il Cornu nel fenomeno di Zeeman si ha direttamente la produzione di due raggi circolari inversi di diverso numero di vibrazioni, sorge il quesito di sapere se, per mezzo dei medesimi, sia o no possibile ottenere quel medesimo fenomeno dei battimenti, che ottenni facendo interferire i due raggi circolari prodotti colla rotazione di un nicol, o con uno degli altri metodi analoghi. È chiaro che, se la cosa fosse possibile, il fenomeno di Zeeman potrebbe essere svelato anche quando si producesse colla minima intensità. Infatti, nelle esperienze di Zeeman il numero di vibrazioni proprio di uno dei raggi circolari differisce da quello della luce prodotta senza l'azione del campo magnetico, di alcune migliaia di milioni, e lo sdoppiamento delle righe è appena sensibile, mentre coll'esperienza dei battimenti il fenomeno sarebbe evidente anche quando il campo magnetico modificasse di una unità o anche meno il numero delle vibrazioni. Anzi l'effetto sarebbe meglio visibile allorchè fosse così debole giacchè, producendosi un moto traslatorio delle frangie colla velocità di un intervallo fra due frangie consecutive, per ogni unità nella differenza fra i numeri di vibrazioni dei raggi interferenti, le frangie stesse cesserebbero di essere visibili (in causa della persistenza della sensazione luminosa) quando il loro moto risultasse troppo rapido, salvo che ricorrendo a speciali artifici.

Però una simile esperienza non si potrà realizzare impiegando la luce prodotta nell'esperienza di Zeeman. Infatti è verosimile che i due raggi circolari inversi imaginati dal Cornu, provenendo da un raggio di luce naturale, non possano interferire, precisamente come non possono farlo i due raggi polarizzati ad angolo retto, che un corpo birefrangente ricava da un raggio di luce naturale, quand'anche con un mezzo qualunque si riducano ad un medesimo piano di polarizzazione. Ad ogni modo le considerazioni seguenti, che precisano il concetto del Cornu, valgono a stabilire in quali condizioni la proposta esperienza di battimenti sarebbe realizzabile.

Siano

$$x = a \operatorname{sen}(2\pi Nt + \alpha)\ ,\quad y = b \operatorname{sen}(2\pi Nt + \beta)\ , \tag{1}$$

le componenti, secondo due assi ortogonali, della vibrazione relativa alla luce naturale, emessa senza che agisca il campo magnetico. Tale vibrazione è elittica, ed affinchè rappresenti luce naturale basta supporre, che le quantità a, b, α, β, mutino valore ad intervalli brevissimi in valore assoluto, ma grandi in confronto al periodo $1:N$, in modo però che siano soddisfatte le due seguenti note condizioni: 1° i valori medî di a^2 e di b^2, relativi a quegli intervalli, devono essere eguali; 2° gli analoghi valori medî di $ab\cos(\alpha - \beta)$ e di $ab \operatorname{sen}(\alpha - \beta)$ devono essore nulli.

Cogli usuali procedimenti i valori di x e di y si possono porre sotto altra forma, e precisamente, ponendo:

$$A^2 = a^2 + b^2 + 2ab \operatorname{sen}(\beta - \alpha)\ ,\quad B^2 = a^2 + b^2 - 2ab \operatorname{sen}(\beta - \alpha)\ ,$$
$$\operatorname{tang}\varphi = (a \operatorname{sen}\alpha - b\cos\beta) : (a\cos\alpha + b\operatorname{sen}\beta)\ ,$$
$$\operatorname{tang}\psi = (a \operatorname{sen}\alpha + b\cos\beta) : (a\cos\alpha - b\operatorname{sen}\beta)\ ,$$

si può scrivere, come d'altronde si può facilmente verificare:

$$x = \tfrac{1}{2}\,\mathrm{A}\,\mathrm{sen}\,(2\pi \mathrm{N}t + \varphi) + \tfrac{1}{2}\,\mathrm{B}\,\mathrm{sen}\,(2\pi \mathrm{N}t + \psi)\,,$$
$$y = \tfrac{1}{2}\,\mathrm{A}\cos(2\pi \mathrm{N}t + \varphi) - \tfrac{1}{2}\,\mathrm{B}\cos(2\pi \mathrm{N}t + \psi)\,.$$

In tal modo alla vibrazione data restano sostituite due vibrazioni circolari di senso inverso, l'una destrogira rappresentata dal primo termine dei valori di x ed y, e l'altra levogira rappresentata dal secondo termine dei detti valori.

Secondo il Cornu per l'azione del campo magnetico sul corpo che emette la luce, i numeri di vibrazioni di questi due raggi circolari inversi varierebbero, divenendo per esempio N_1 pel raggio destrogiro ed N_2 pel levogiro, e perciò la luce emessa nell'esperienza di Zeeman sarebbe costituita, dal raggio destrogiro:

$$(2)\qquad x = \tfrac{1}{2}\,\mathrm{A}\,\mathrm{sen}\,(2\pi \mathrm{N}_1 t + \varphi)\,,\quad y = \tfrac{1}{2}\,\mathrm{A}\cos(2\pi \mathrm{N}_1 t + \varphi)\,,$$

e dal raggio levogiro:

$$(3)\qquad x = \tfrac{1}{2}\,\mathrm{B}\,\mathrm{sen}\,(2\pi \mathrm{N}_2 t + \psi)\,,\quad y = -\tfrac{1}{2}\,\mathrm{B}\cos(2\pi \mathrm{N}_2 t + \psi)\,,$$

fra i quali esiste la differenza di fase $\psi - \varphi$, data da

$$\mathrm{tang}\,(\psi - \varphi) = \frac{2\,ab\cos(\alpha - \beta)}{a^2 - b^2}.$$

Si comprende come, in causa di questa differenza di fase che varia con a, b, α, β, non sia possibile ottenere delle frangie d'interferenza facendo interferire quei due raggi, e stabilendo fra essi in un modo qualunque delle differenze di cammino. Esaminiamo però ciò che accade adoperando la luce da essi costituita per eseguire una delle mie esperienze di battimenti, e precisamente una di quelle che ho fatto adoperando i raggi circolari inversi prodotti da un nicol girante.

Mediante gli specchi di Fresnel, oppure il biprisma etc., la luce viene dapprima divisa in due fasci coniugati, che vanno a riunirsi su un diaframma o sul piano focale di un oculare. Poi sul cammino percorso da ciascuno di essi si colloca una lamina quarto-d'-onda, le due lamine essendo disposte in modo, che la sezione principale di una sia perpendicolare a quella dell'altra. Con questa disposizione in ciascuno dei due fasci interferenti i due raggi circolari inversi si trasformeranno in due raggi a vibrazioni rettilinee polarizzati ad angolo retto, ed il raggio di N_1 vibrazioni di uno dei fasci sarà polarizzato parallelamente al raggio di N_2 vibrazioni dell'altro fascio. Infine si collocherà un nicol sul cammino dei due fasci interferenti, colla sua sezione principale parallela ad uno dei due piani di polarizzazione delle vibrazioni uscenti dalle lamine quarto-d'-onda, e così non resteranno ad interferire che un raggio di N_1 vibrazioni in uno dei fasci, ed uno di N_2 vibrazioni, parallele a quelle del primo, nell'altro fascio. Le due vibrazioni interferenti saranno:

$$kA \operatorname{sen}\left(2\pi N_1 t + \varphi + \frac{\pi}{4} - \delta_1\right), \quad -kB \operatorname{sen}\left(2\pi N_2 t + \psi + \frac{\pi}{4} - \delta_2\right),$$

indicando con δ_1 e δ_2 i ritardi di fase dovuti al cammino percorso da ciascun raggio prima di giungere al punto del diaframma che si considera [1].

Per semplicità trascureremo il coefficiente numerico k, e porremo con Becquerel [2] $N_1 = N + n$, $N_2 = N - n$, quantunque questa ipotesi di $N_1 + N_2 = 2N$ non sia necessaria per ciò che segue. La vibrazione risultante nel punto considerato diverrà allora:

$$A \operatorname{sen}\left(2\pi Nt + 2\pi nt + \varphi + \frac{\pi}{4} - \delta_1\right) - B \operatorname{sen}\left(2\pi Nt - 2\pi nt + \psi + \frac{\pi}{4} - \delta_2\right),$$

e la sua intensità I sarà data da

$$I = A^2 + B^2 - 2AB \cos(4\pi nt - \delta_1 + \delta_2 - \psi + \varphi),$$

o anche, introducendo in luogo di A, B, e $\psi - \varphi$ i loro valori

$$I:2 = a^2 + b^2 - (a^2 - b^2)\cos(4\pi nt - \delta_1 + \delta_2) - 2ab\cos(\alpha - \beta)\operatorname{sen}(4\pi nt - \delta_1 + \delta_2).$$

Ora, mentre dalla prima espressione di I risulta che, come è stato detto più sopra, occorre che $\psi - \varphi$ sia costante, onde si manifestino le frangie, dalla seconda espressione si ricava, che questa condizione non è sufficiente.

Infatti, si faccia astrazione per un momento dalla presenza di t nelle espressioni trigonometriche. Si vede allora, che sino a tanto che restano soddisfatte le condizioni relative alla luce naturale (cioè valori medî di $a^2 - b^2$ e di $ab\cos(\alpha - \beta)$ eguali a zero), il valore medio di I è $2(a^2 + b^2)$, e non dipende da $\delta_1 - \delta_2$. Ma ciò si può ritenere vero anche ad onta della presenza di t, giacchè, specialmente nelle condizioni sperimentali in cui si potrebbero vedere quelle frangie in moto, il seno ed il coseno variano con un periodo $1:n$ grandissimo, in confronto ai periodi ai quali si riferiscono quei valori medî.

Dunque perchè le frangie si formino occorre che i valori medî di a^2 e di b^2 cessino dall'essere eguali. La luce da cui si parte non è allora più luce naturale, ma luce polarizzata elitticamente.

(1) Se le lamine quarto-d'-onda hanno le sezioni principali a 45° coll'asse delle y, e se il nicol lascia passare le vibrazioni parallele a questo asse, si trovano appunto i valori $\frac{1}{2} A \operatorname{sen}(2\pi N_1 t + \varphi - \delta_1) + \frac{1}{2} A \cos(2\pi N_1 t + \varphi - \delta_1)$, $-\frac{1}{2} B \operatorname{sen}(2\pi N_2 t + \psi - \delta_2) - \frac{1}{2} B \cos(2\pi N_2 t + \psi - \delta_2)$, per cui k è eguale ad $1:\sqrt{2}$.

(2) Journal de Physique, décembre 1897, pag. 681.

Ed invero, se chiamiamo p e q i semiassi della vibrazione elittica rappresentata dalle (1), ed ω l'angolo che uno di essi fa con uno degli assi coordinati, si hanno le note relazioni

$$p^2 = a^2 \cos^2 \omega + b^2 \operatorname{sen}^2 \omega + ab \operatorname{sen} 2\omega \cos(\alpha - \beta),$$
$$q^2 = a^2 \operatorname{sen}^2 \omega + b^2 \cos^2 \omega - ab \operatorname{sen} 2\omega \cos(\alpha - \beta),$$
$$\operatorname{tang} 2\omega = \frac{2ab \cos(\alpha - \beta)}{a^2 - b^2}.$$

Cioè $\operatorname{tang}(\psi - \varphi) = \operatorname{tang} 2\omega$. Il supporre $\psi - \varphi$ costante equivale dunque all'imporre la condizione, che la vibrazione elittica abbia i suoi assi con orientazione costante; e siccome si può ancora scrivere:

$$p^2 = \tfrac{1}{2}(a^2 + b^2) + \tfrac{1}{2}(a^2 - b^2) : \cos 2\omega\,, \quad q^2 = \tfrac{1}{2}(a^2 + b^2) - \tfrac{1}{2}(a^2 - b^2) : \cos 2\omega,$$

così si vede che, fino a che i valori medî di a^2 e b^2 restano eguali, sono eguali pure quelli di p^2 e q^2. In altri termini, la luce prodotta (senza l'azione del campo magnetico) e colla condizione $\psi - \varphi = \text{cost.}$, è luce polarizzata circolarmente, quale quella che si ottiene facendo passare la luce naturale attraverso un nicol seguìto da una lamina quarto-d'-onda orientata a 45°.

Ma se si ammette debbano essere non più eguali fra loro i valori medî di a^2 e b^2, nel qual caso le frangie si producono, i valori medî di p^2 e q^2 sono pure differenti fra loro, e la luce è a polarizzazione elittica. È questa la condizione affinchè sotto l'azione del campo magnetico la luce emessa possa produrre le frangie d'interferenza in moto, ossia i battimenti.

È chiaro che i minimi in queste frangie non sono nulli in generale; perchè lo sieno è necessario sia verificata una condizione di più.

Infatti, siccome la funzione trigonometrica contenuta nel primo dei due valori scritti di I ha per valori estremi $+1$ e -1, onde si possa avere $\mathrm{I} = 0$ occorre che sia $\mathrm{A}^2 + \mathrm{B}^2 = \pm 2\mathrm{AB}$ ossia $\operatorname{sen}(\beta - \alpha) = 0$. La luce deve essere cioè a vibrazioni rettilinee, quando non agisce il campo magnetico.

È quasi superfluo il far notare che il valore di I mostra come le frangie si spostino con tale velocità, che $2n$ di esse passano nell'unità di tempo per ogni punto del diaframma.

Se l'esperienza dei battimenti non è possibile adoperando la luce che viene prodotta nell'esperienza di Zeemann, non vi è motivo di supporre a priori che altrettanto debba accadere con ogni altra sorgente. Per esempio, se è vero che certi corpi cristallizzati emettono per fluorescenza luce polarizzata, si potrebbe forse raggiungere l'intento adoperando una tale luce, dato che sulla sua emissione il campo magnetico eserciti un'azione del genere di quella che, secondo il Cornu, dà origine al fenomeno di Zeeman. Disgraziatamente sembra che quella luce di fluorescenza sia praticamente troppo debole, perchè sia sperabile di ottenere qualche risultato, per mezzo degli apparecchi usuali.

Aggiunta. — Se nelle espressioni (2) e (3) si introducono i valori di A, B, φ, ψ, e si riuniscono le componenti prese secondo un medesimo asse, si ottiene:

$$2x = a \operatorname{sen}(2\pi N_1 t + \alpha) - b \cos(2\pi N_1 t + \beta) + a \operatorname{sen}(2\pi N_2 t + \alpha) + \\ + b \cos(2\pi N_2 t + \beta),$$

$$2y = a \cos(2\pi N_1 t + \alpha) + b \operatorname{sen}(2\pi N_1 t + \beta) - a \cos(2\pi N_2 t + \alpha) + \\ + b \operatorname{sen}(2\pi N_2 t + \beta).$$

Se ora si pone $2n = N_1 - N_2$, $2N_0 = N_1 + N_2$, queste espressioni si trasformano nelle seguenti:

$$x = \quad a \cos(2\pi nt) \operatorname{sen}(2\pi N_0 t + \alpha) + b \operatorname{sen}(2\pi nt) \operatorname{sen}(2\pi N_0 t + \beta),$$

$$y = - a \operatorname{sen}(2\pi nt) \operatorname{sen}(2\pi N_0 t + \alpha) + b \cos(2\pi nt) \operatorname{sen}(2\pi N_0 t + \beta).$$

Queste formole dimostrano, che l'effetto dovuto al campo magnetico consiste in una rotazione uniforme della vibrazione data, in ragione di n giri al secondo, ed in senso destrogiro. Naturalmente se si fosse assunto $N_2 > N_1$, la rotazione sarebbesi trovata di senso opposto.

Infatti, le due componenti x ed y sono quelle di una vibrazione $a \operatorname{sen}(2\pi N_0 t + \alpha)$, che fa coll'asse delle x un angolo $2\pi nt$ (contato in senso destrogiro) e di una vibrazione $b \operatorname{sen}(2\pi N_0 t + \beta)$, che fa un angolo $2\pi nt$ coll'asse delle y.

Ne risulta che, se si potesse imprimere alla sorgente luminosa una rotazione uniforme, in ragione di n giri al secondo, si avrebbe lo stesso effetto che ha ottenuto Zeeman facendo agire un intenso campo magnetico. Occorrerebbe però una velocità angolare tanto grande da essere praticamente irrealizzabile per ottenere un sensibile sdoppiamento delle righe spettrali, e coi mezzi attuali l'esperienza non sarebbe neppure da tentare.

Dall'essere l'effetto prodotto dal campo magnetico sulla sorgente luminosa, equivalente a quello che si otterrebbe imprimendo alla sorgente stessa un moto di rotazione uniforme intorno ad un asse parallelo alle linee di forza magnetica, si deduce quest'altra conseguenza, e cioè, che qualora l'azione del magnetismo si manifestasse sopra un corpo, il quale emettesse luce polarizzata, non occorrerebbe ricorrere all'esperienza dei battimenti, per metterla in evidenza nei casi in cui fosse debolissima, ma basterebbe far passare semplicemente la luce per un analizzatore. Infatti, dopo il passaggio attraverso di questo, si avrebbero in quella luce delle variazioni periodiche d'intensità, con periodo di n massimi e minimi per ogni minuto secondo.