

ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCV.

1898

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME VII.

2° SEMESTRE



ROMA
TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1898

2. *Azione dell'acido tartarico su fluosali e fluossilali.*

Anche l'acido tartarico in soluzione acquosa, benchè assai meno energicamente dell'acido ossalico, decompone molti fluo- e fluossilali. Così dopo circa 3 giorni di riscaldamento gr. 2,19 di fluosilicato potassico vennero completamente decomposti con formazione di tartrato acido di potassico.

Di gr. 2 di criolite, trattati con un eccesso di acido tartarico in soluzione concentrata, dopo otto giorni erano decomposti gr. 1,20 e il liquido conteneva sale di alluminio e di sodio.

Matematica. — *Sui poliedri deformabili.* Nota di P. PIZZETTI, presentata dal Socio BELTRAMI.

1. Consideriamo una superficie poliedrica non come limite di un solido, ma come forma di una scatola a pareti piane infinitamente sottili, della quale le faccie siano di forma invariabile, mentre gli angoli diedri possono variare entro quei limiti che sono compatibili colla invariabilità delle faccie.

Non è difficile immaginare esempi di superficie poliedriche deformabili, finchè almeno si considerano superficie *aperte*. Ne daremo qualche esempio al termine di questa Nota.

Rispetto ai poliedri deformabili è possibile, con metodi di Geometria elementare, stabilire alcuni teoremi che hanno riscontro in altri ben noti nella teoria delle superficie. Scopo di questa Nota è di porre in evidenza tali teoremi, dai quali quelli relativi alle superficie discendono, in modo elementare, quando si consideri il numero delle faccie del poliedro crescente all'infinito.

2. Premettiamo alcuni principi intorno alle aree limitate da un poligono sferico.

a) Se A, B, C sono gli angoli interni di un triangolo sferico, del quale due lati almeno siano minori di mezza circonferenza, detta S la superficie racchiusa dal triangolo si ha, dalla Geometria elementare:

$$(1) \quad A + B + C = \pi + S,$$

il raggio della sfera essendo 1.

b) Chiamiamo *positiva* l'area (minore di mezza sfera) racchiusa da un triangolo sferico ABC, quando essa giace a destra di chi percorre il contorno nel senso ABC. Sia AB un arco di cerchio massimo sul quale sia fissata una direzione positiva (AB); segniamo gli archi di cerchio massimo ($< \pi$) che uniscono A e B con un punto fisso O, e chiamiamo θ , θ' gli angoli che

l'arco AB e il suo prolungamento oltre B fanno risp. cogli archi AO, BO. Questi angoli si intendono contati positivamente da AO (o da BO) girando da sinistra verso destra fino ad AB (o al suo prolungamento). Chiamiamo poi ω l'angolo di cui gira l'arco ($< \pi$) uscente da O per passare da OA in OB, mentre la sua estremità percorre l'arco AB; ω sarà contato come positivo se la rotazione ha luogo da sinistra verso destra, negativo nel caso opposto; e finalmente sia S l'area (positiva o negativa secondo la fatta convenzione) chiusa dal triangolo OAB. È facile vedere che ω ed S avranno sempre ugual segno e che la relazione (1) dà in ogni caso

$$(2) \quad S = \omega + \theta' - \theta,$$

dove ben inteso si tenga conto dei segni di ω e S nel modo che si è detto.

c) È da osservare che, restando fisso l'arco AB e spostandosi in modo continuo il polo O, l'area S varia con continuità fino a che il punto O non attraversa il cerchio massimo cui appartiene l'arco AB. Diciamo *antipodo* dell'arco AB, l'arco A₁B₁ luogo dei punti della sfera diametralmente opposti a quelli di AB. È facile verificare che il valore di S *subisce un salto di 4π quando il polo O attraversa l'antipodo* (1), mentre varia con continuità intorno a zero, quando O attraversa il cerchio massimo fuori dall'antipodo. Quanto ad ω , θ , θ' , essi possono anche subire variazioni discontinue, ben facili a trovarsi, ma che qui non c'interessa di indicare. La relazione (2) resta in ogni caso verificata.

d) Consideriamo ora sulla sfera un poligono chiuso di cui i lati siano archi di cerchio massimo, e sia stabilito un senso positivo sul contorno. Indichiamo i vertici con 1, 2, 3 ... n, e, assunto un polo O ad arbitrio, siano, pel lato $(r, r+1)$, θ_r , θ'_{r+1} i valori degli angoli θ , θ' definiti come sopra. Chiamiamo *angolo esterno* (r) quell'angolo, minore di due retti, del quale deve girare il prolungamento del lato $(r-1, r)$ per coincidere col $(r, r+1)$. Riterremo (r) positivo quando la rotazione si compia da sinistra verso destra. Si avrà:

$$(r) = \theta_r - \theta'_r$$

oppure

$$(r) = \theta_r - \theta'_r \pm 2\pi$$

a seconda che nella ora detta rotazione si incontra o no l'arco (r)O. La somma delle relazioni analoghe alla (2) e relative ai vari lati del poligono dà pertanto

$$(3) \quad \Sigma S = 2k\pi - \Sigma(r)$$

(1) E precisamente S varia da -2π a $+2\pi$ quando il passaggio avviene da sinistra a destra di chi percorra l'antipodo nel senso A₁B₁.

dove k è un numero intero positivo, nullo o negativo. Questa formola dimostra che, allo spostarsi del polo O , la S non può variare se non in modo discontinuo. Ma d'altra parte, per ciò che si è detto, tali variazioni discontinue non possono essere altro che di $\pm 4\pi$ per volta. Ne segue che se la ΣS (ossia la superficie generata dall'arco $< \pi$ che gira intorno ad O percorrendo colla sua estremità il poligono) vien detta *area* del poligono sferico, tale area non potrà, al variare del polo, assumere altro che un numero finito di valori, differenti fra loro di uno o più multipli di 4π .

Nel caso di un poligono non intrecciato, questi valori sono due soltanto che, indicati con Σ_1 e Σ_2 (1), e supposto $\Sigma_1 > \Sigma_2$, danno $\Sigma_1 - \Sigma_2 = 4\pi$. Si ottiene il primo piuttosto che il secondo di questi valori, a seconda che il polo O si trova a destra piuttosto che a sinistra del contorno del poligono *antipodo* di quello dato.

Nel caso di un poligono intrecciato, si può mediante opportuni tagli nei punti d'incrocio del contorno, decomporre il poligono in r poligoni a contorni semplici e indipendenti fra loro. L'area ΣS sarà allora la somma delle quantità analoghe relative ai singoli poligoni semplici, e potrà quindi assumere $r + 1$ valori diversi, i quali, indicando con Σ il più grande di tutti, saranno $\Sigma, \Sigma - 4\pi, \Sigma - 8\pi, \dots, \Sigma - 4r\pi$.

E finalmente se nella valutazione dell'area ΣS facciamo astrazione, come faremo per ora, da multipli della intera superficie sferica, possiamo concludere dalla (3) che l'area di un poligono sferico, definita come sopra, è indipendente dalla posizione del polo.

e) Supponiamo ora che, restando fisso il polo O , il poligono sferico si deformi in modo continuo. I due membri della (3) subiranno variazioni continue dovute al variare degli elementi del poligono, più quelle variazioni discontinue che saranno dovute al passaggio di qualche lato del poligono antipodo pel polo. Ma tali variazioni discontinue non possono essere che di $\pm 4\pi$. Ne segue che, trascurando come si è detto i multipli di 4π l'area di un poligono sferico non varia quando esso si deformi con continuità in guisa che i suoi angoli esterni restino inalterati, e, beninteso, i lati siano sempre archi di cerchio massimo.

3. Considereremo superficie poliedriche per ogni spigolo delle quali passino non più di due faccie ed ogni spigolo congiunga due soli vertici. Distinguiamo, in modo arbitrario, coi nomi di *esterna* ed *interna* le due bande opposte dello spazio che immediatamente aderisce alle pareti della scatola poliedrica, e per ogni faccia diciamo *direzione positiva della normale* quella che va dall'interno all'esterno, e *direzione positiva della rotazione* quella che va da sinistra a destra di un osservatore esterno.

Posto che la superficie poliedrica si deformi nel modo detto al § 1, noi terremo conto soltanto di quelle deformazioni che avvengono con continuità;

(1) Sono, in valore assoluto, le due porzioni di superficie sferica, divise dal poligono.

escluderemo pertanto quelle alterazioni di forma che possono ottenersi soltanto tagliando la superficie secondo uno o più spigoli e rimarginandoli poi.

4. Sia una porzione di superficie poliedrica limitata dalla linea poligonale $abc\dots$. Indichiamo ordinatamente con $1, 2, \dots, n$ le faccie che hanno uno o più vertici sulla linea $abc\dots$, e che costituiscono quella che chiameremo *striscia contorno*. La numerazione delle faccie sarà fatta in guisa che chi le percorra nel senso dei numeri crescenti abbia a sinistra la linea limite. Sugli spigoli $12, 23, \dots$ che separano le faccie di contorno sceglieremo come direzione positiva quella che va dalla linea limite verso l'interno (fig. 1).

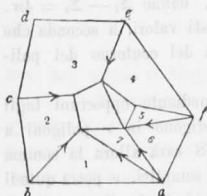


FIG. 1.

Sopra la sfera di raggio 1 i punti $(1), (2), (3) \dots$ rappresentino le direzioni delle normali alle faccie $1, 2, 3, \dots$ e i punti $(12), (23) \dots$ quelle degli spigoli $12, 23, \dots$. Uniamo il punto (1) col punto (2) con quell'arco di cerchio massimo $(1)(2)$ che dal punto (12) è visto percorso da sinistra verso destra; e così facciamo per le altre coppie successive $(2)(3), (3)(4), \dots, (n)(1)$. Otterremo un poligono sferico, del quale l'area, definita come sopra, si dirà *flessione totale della porzione considerata di superficie poliedrica*.

Colle convenzioni fatte è chiaro che l'angolo esterno (2) del poligono sferico non è altro che l'angolo, minore di due retti, di cui deve rotare, sulla faccia 2 , lo spigolo (12) per riuscir parallelo e di ugual senso dello spigolo (23) , purchè si tenga conto del segno di questa rotazione come si è detto al § 3.

È chiaro ora che se il poliedro si deforma con continuità, ed in modo che le faccie non variino, gli angoli esterni del poligono sferico resteranno inalterati e quindi la *flessione totale di una porzione qualsiasi di esso poliedro resterà invariata*.

5. Si immagini tracciata sulla striscia contorno della considerata porzione di poliedro una poligonale $l_1 l_2 \dots l_n$ avente i vertici sugli spigoli $12, 23 \dots$

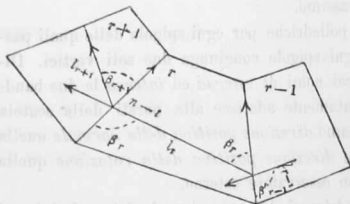


FIG. 2.

Chiamiamo β_r, β'_r (fig. 2) gli angoli che il lato l_r ed il suo prolungamento fanno cogli spigoli $(r-1, r), (r, r+1)$ risp. Chiameremo *flessione geodetica della poligonale nel vertice $(r, r+1)$* la differenza $\beta'_r - \beta_{r+1}$ o, ciò che è lo stesso, l'angolo che il prolungamento di l_r fa con l_{r+1} , quando la faccia (r) sia ribaltata

sulla $(r+1)$; angolo il cui segno è stabilito nel solito modo. *Flessione*

geodetica di tutta la poligonale sarà la somma delle flessioni geodetiche nei singoli vertici. È facile vedere che, in ogni caso,

$$\beta'_r - \beta_r$$

è l'angolo (positivo o negativo, minore di due retti) di cui deve rotare lo spigolo $(r-1, r)$ per riuscir parallelo a $(r, r+1)$; ossia, per quel che si è detto, $\beta'_r - \beta_r$ è l'angolo esterno (r) del poligono sferico che rappresenta la striscia contorno.

Quindi, chiamando Σ la flessione totale della superficie, Φ la flessione geodetica totale della linea l , e ricordando la formola (3), avremo

$$\Sigma = 2k\pi - \Sigma(\beta'_r - \beta_r) = 2k\pi - (\beta'_1 - \beta_2) - (\beta'_2 - \beta_3) - \dots - (\beta'_n - \beta_1)$$

ovvero:

$$(4) \quad \Sigma = 2k\pi - \Phi$$

dove k è o nullo oppure un intero positivo o negativo. La effettiva misura della Φ può ottenersi così: Si separi la striscia contorno dal resto della superficie e poi la si tagli lungo una linea l giacente p. es. nella faccia (1), e la si distenda sopra un piano, in guisa che ogni faccia r , per adagiarsi sulla consecutiva $r+1$, ruoti positivamente rispetto alla direzione positiva dello spigolo $(r, r+1)$. Siano l_1, l'_1 le posizioni assunte sul piano dai due pezzi in cui il lato l_1 è stato diviso dalla l . La Φ non è altro che la somma algebrica degli angoli *esterni* della poligonale sviluppata, percorsa a partire da l_1 per arrivare ad l'_1 ; ove per valutare questi angoli esterni deve tenersi la stessa regola data nel § 2 per gli angoli esterni di un poligono sferico.

6. Poniamo che il poligono sferico, corrispondente ad una data porzione di superficie poliedrica, non sia intrecciato. In tal caso si può con un'opportuna convenzione stabilire il valore del coefficiente k nella formola (5). Intanto, il poligono non essendo intrecciato, alla Σ possono attribuirsi soltanto due valori Σ_1, Σ_2 differenti fra loro di 4π . Sceglieremo l'uno piuttosto che l'altro dei due nel modo seguente. Immaginiamo deformati con continuità angoli e faccie del poliedro in guisa che la porzione considerata si riduca tutta in un piano. Questa deformazione potrà, in infiniti modi, eseguirsi in guisa che il poligono sferico resti costantemente non intrecciato; una delle due regioni Σ_1, Σ_2 si annullerà al limite mantenendosi sempre positiva o sempre negativa. Assumiamo come misura della flessione totale Σ quella delle due aree Σ_1, Σ_2 , che si riduce a zero col modo di deformazione ora detto. E poichè al limite $\Sigma = 0, \Phi = 2\pi$, così il valore di k nella (4) sarà 1. D'altra parte, colla detta deformazione Σ e Φ variano con continuità; quindi $k = 1$ sempre e la (4) diverrà

$$(5) \quad \Sigma = 2\pi - \Phi.$$

Il caso di una superficie curva a curvatura ovunque positiva e quello della superficie a curvatura ovunque negativa possono dedursi appunto dal caso della superficie poliedrica, per ogni porzione della quale il poligono sferico non riesce intrecciato. Basta supporre crescente senza limite, secondo una determinata legge, il numero delle faccie del poliedro. La relazione (5) diventa allora la nota relazione fra la curvatura totale di una porzione di superficie e la curvatura geodetica totale del contorno. La Φ è l'integrale della curvatura geodetica del contorno, aumentato (se questo contorno presenta dei vertici) della somma degli angoli esterni, da contarsi positivamente o negativamente, secondo i casi, colla solita regola.

Così per un triangolo geodetico ABC il cui contorno, secondo la convenzione del § 4 s'intende percorso in modo da avere a destra l'area da esso racchiusa, detti A, B, C gli angoli interni, si ha

$$\Phi = \pi - A + \pi - B + \pi - C$$

e la (5) conduce alla nota relazione

$$\Sigma = A + B + C - \pi$$

dove, s'intende, Σ sarà positiva o negativa secondo che la superficie è a curvatura positiva o a curvatura negativa.

7. Tornando alla poligonale considerata nel § 5, chiamiamo $\pi - \gamma$ l'angolo dei due lati l_1, l_2 ; e siano A_1, A_2 gli angoli che il piano l_1, l_2 fa colle faccie (1) (2) rispettivamente, e $\pi - (12)$ l'angolo diedro fra queste due faccie. La formola di Delambre

$$\frac{\cos \frac{1}{2}(A + B)}{\sin \frac{1}{2}C} = \frac{\cos \frac{1}{2}(a + b)}{\cos \frac{1}{2}c}$$

applicata al triedro che ha per spigoli i lati l_1, l_2 e la costola (12) dà

$$(6) \quad \sin \frac{\gamma}{2} \cdot \cos \frac{1}{2}(A_1 + A_2) = \cos \frac{1}{2}(12) \sin \frac{1}{2}(\beta_1 - \beta_2)$$

relazione che lega l'angolo in un vertice della poligonale colla corrispondente flessione geodetica. Quando il numero delle faccie cresca all'infinito in modo che il poliedro si trasformi in una superficie curva, allora $\frac{1}{2}(A_1 + A_2)$ diventa l'angolo che il piano osculatore alla linea l fa col piano tangente alla superficie mentre $\cos(12)$ diventa uguale all'unità, e la (6) conduce alla ben nota relazione fra la curvatura geodetica e la curvatura ordinaria.

8. Vediamo ora alcuni esempi semplici di superficie poliedriche deformabili.

Senza fermarci al caso più semplice della piramide aperta con numero di faccie maggiore di 3, considereremo due casi:

a) Una superficie poliedrica aperta a faccie triangolari. Se S, V sono ordinatamente i numeri degli spigoli e dei vertici e se C è il numero degli spigoli del contorno è facile dimostrare che

$$S = 3V - C - 3.$$

Ora per collegare fra loro rigidamente V punti nello spazio occorrono $3V - 6$ linee, quindi se $C > 3$, gli angoli diedri della superficie poliedrica sono deformabili in infiniti modi.

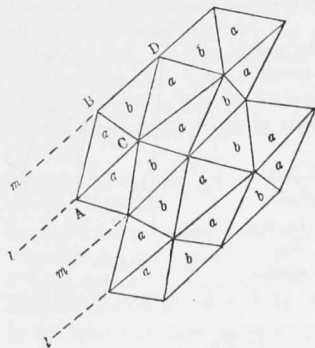


FIG. 3.

Consideriamo p. es. il reticolato indicato nella fig. 3, dove i triangoli indicati con a son tutti eguali, e così pure quelli b . I lati sulle linee l si suppongono più lunghi di quelli sulle m , in modo che la rete non è distendibile sopra un piano. È chiaro che una delle spezzate l può, salve certe limitazioni, essere inscritta in una qualunque elica cilindrica L ; le altre spezzate l ed m restano allora inscritte in eliche coassiali e di egual passo. Poniamo infatti

$$AB = d, BC = \delta, AC = l, BD = \lambda$$

e diciamo r, ρ i raggi delle eliche sulle quali si vogliono inscrivere le spezzate l, m risp., $2\pi k$ il loro passo, ω l'angolo fra i piani assiali di A e C , φ quello fra A e B , h la proiezione del segmento AB sull'asse comune delle eliche. La condizione d'invariabilità dei segmenti d, δ, l, λ conduce alle seguenti equazioni:

$$(a) \quad l^2 = 4r^2 \sin^2 \frac{\omega}{2} + k^2 \omega^2 \qquad (b) \quad \lambda^2 = 4\rho^2 \sin^2 \frac{\omega}{2} + k^2 \omega^2$$

$$(c) \quad d^2 = \rho^2 + r^2 - 2\rho r \cos \varphi + h^2$$

$$(d) \quad \delta^2 = \rho^2 + r^2 - 2\rho r \cos (\varphi - \omega) + (h - k\omega)^2.$$

Scelti a piacere gli elementi r, k dell'elica L e dedotto ω dalla (a), la (b) dà ρ , e quindi le (c) e (d) danno φ ed h . Occorre evidentemente che $h\omega$ risulti minore di λ per poter avere ρ dalla (b). La condizione poi perchè dalle (c) e (d) possano dedursi valori reali di φ e h può geometricamente enunciarsi così: « inscritto il segmento $l = AC$ nell'elica L , si immagini tracciata la circonferenza luogo dei punti che distano da A e C di d e δ risp.; è necessario e sufficiente che la minima distanza di questa circonferenza dall'asse dell'elica sia non $< \rho$ ».

In particolare si può scegliere $k = 0$, ossia inscrivere le linee l, m entro circonferenze coassiali. Le precedenti equazioni diventano allora:

$$(a') \quad l = 2r \sin \frac{\omega}{2}, \quad \lambda = 2\rho \sin \frac{\omega}{2}$$

$$(d') \quad d^2 = \rho^2 + r^2 - 2\rho r \cos \varphi + h^2$$

$$\delta^2 = \rho^2 + r^2 - 2\rho r \cos (\varphi - \omega) + h^2$$

dalle quali si deduce

$$(b') \quad \varrho = r \frac{\lambda}{l} \qquad d^2 - \delta^2 = 4\varrho r \operatorname{sen} \left(\varphi - \frac{\omega}{2} \right) \operatorname{sen} \frac{\omega}{2} \quad (c')$$

Scelto r , dalle (a') (b') (c') (d') si dedurranno ordinatamente ω , ϱ , φ , h .

b) Come secondo caso notevole consideriamo una superficie poliedrica a faccie trapezio-iscosceli inscritta in una superficie di rotazione. Essa può esser deformata in guisa da riescire inscritta in infinite altre superficie di rotazione.

Siano infatti (fig. 4) d_1, d_2, d_3, \dots i lati paralleli dei trapezi; r_1, r_2, r_3, \dots i raggi dei paralleli nei quali essi sono risp. inscritti; h_{12} la distanza fra i piani dei paralleli r_1, r_2 e simili; ω l'angolo fra i piani meridiani che comprendono i lati d_1, d_2, \dots ; δ_{12} il lato obliquo fra d_1 e d_2 . Avremo le condizioni

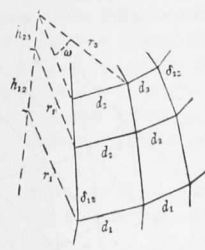


FIG. 4.

$$d_1 = 2r_1 \operatorname{sen} \frac{\omega}{2}, \quad d_2 = 2r_2 \operatorname{sen} \frac{\omega}{2}, \dots$$

$$\delta_{12}^2 = (r_1 - r_2)^2 + h_{12}^2, \dots$$

Scelto a piacere r_1 , tali equazioni danno successivamente $\omega, r_2, r_3, \dots, h_{12}, h_{13}, \dots$;

la libertà di scelta del valore di r_1 resta naturalmente limitata soltanto dalla condizione che risultino reali i valori di h_{12}, h_{23}, \dots

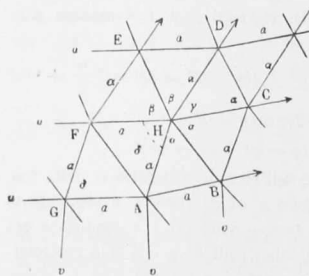


FIG. 5.

9. Interessa di vedere, con un esempio semplice, come, dalla considerazione di speciali superficie poliedriche, si possano dedurre talune delle note espressioni della misura di curvatura delle superficie in coordinate curvilinee.

Sia una superficie poliedrica a faccie triangolari isosceli; sulle linee u e v i lati son tutti uguali ad a ; il terzo lato è variabile comunque. Applicando la regola data al § 4. la flessione totale della porzione ABCDEF è, secondo le notazioni della figura

$$\Sigma = 2\pi - 2\alpha - 2\beta - \gamma - \delta = (\pi - 2\alpha - \delta) - (\gamma - \pi + 2\beta)$$

che può evidentemente scriversi

$$(m) \quad \Sigma = \widehat{HAB} - \widehat{FGA} - (\widehat{DHC} - \widehat{EFH})$$

Se ora si suppongono decrescenti senza limite i lati dei triangoli, si ottiene una superficie divisa in rombi infinitesimi delle linee u e v , alle quali, riferendo come a coordinate i punti della superficie, il quadrato dell'elemento lineare assume la forma

$$(n) \quad ds^2 = du^2 + dv^2 + 2 du dv \cos \omega,$$

essendo ω l'angolo variabile fra le coordinate. Ora il secondo membro della (n) può scriversi, per a infinitesima,

$$(p) \quad a \left(\frac{\partial \omega}{\partial u} \right)_G - a \left(\frac{\partial \omega}{\partial u} \right)_F = -a^2 \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial u \partial v} \right).$$

Questa, divisa per l'area elementare della superficie, dà la misura della curvatura. L'area della porzione ABCDEF, è $3a^2 \sin \omega$, a meno di infinitesimi d'ordine sup. al 1°, ma è chiaro che *un terzo* soltanto di questa deve assumersi come divisore della curvatura. Poichè, se per una regione finita si fa la somma delle aree esagonali circondanti ogni punto, si ottiene evidentemente tre volte l'area della regione. Avremo quindi la misura della curvatura espressa da

$$C = - \frac{1}{\sin \omega} \frac{\partial^2 \omega}{\partial u \partial v}$$

che è appunto l'espressione della misura della curvatura quale è data dalla teoria delle coordinate curvilinee, in corrispondenza alla forma (n) dell'elemento lineare.

Considerando una superficie poliedrica a faccie triangolari qualunque, si otterrebbe, senza molto maggiore difficoltà, la espressione della curvatura in coordinate curvilinee qualunque, sotto una delle note forme di Liouville.

Chimica-fisica. — *Il bromuro stannico come solvente nelle determinazioni crioscopiche* (1). Nota di FELICE GARELLI, presentata dal Socio CIAMICIAN.

Fra i numerosi solventi fin qui impiegati nelle determinazioni crioscopiche ben pochi appartengono ai composti inorganici. Dopo l'acqua infatti non furono adoperati che l'ipozotide (2), il cloruro di iodo (3) nelle due

(1) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Chimica generale della Libera Università di Ferrara.

(2) Ramsay, Zeitschrift für phys. Chemie, vol. V, pag. 224.

(3) Van't Hoff, Berichte 1894, pag. 14, e Stortenbeker, Zeitschrift für phys. Chemie, vol. III, pag. 11 e vol. X pag. 3.