ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCV.

1898

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME VII.

2° SEMESTRE

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1898

Infatti si ha il seguente lemma: *ogni curva di genere 3 rappresentata sopra una curva doppia di genere due, è iperellittica*; e perciò « se due curve λ e σ di genere $2p-1=3$ sono rappresentate doppiamente sull'ente γ di genere $p=2$, alla g'_2 di γ corrisponde tanto su λ come su σ una g'_2 (coniugata di sè stessa) ».

Resta da giustificare il lemma precedente.

A tal fine (procedendo per assurdo) si dimostrerà che una curva di genere 3 non iperellittica non può essere riferibile ad una curva doppia di genere due, ossia non può contenere una involuzione di coppie di punti senza coincidenze. Per ciò basta considerare la quartica piana senza punti doppî (curva canonica di genere 3, non iperellittica), ed osservare come una involuzione sopra di essa viene subordinata da un'omologia piana armonica, di cui l'asse incontra la quartica in qualche punto unito.

Fisica. — *Sulla variazione della costante dielettrica del caoutchouc per la trazione* (1). Nota dei dott.ri O. M. Corbino e F. Cannizzo, presentata dal Socio Blaserna.

Ci siamo proposti di ricercare se la trazione abbia influenza sulla costante dielettrica del caoutchouc.

La disposizione impiegata è analoga a quella descritta in un lavoro pubblicato da uno di noi sull'influenza della trazione sulla costante dielettrica

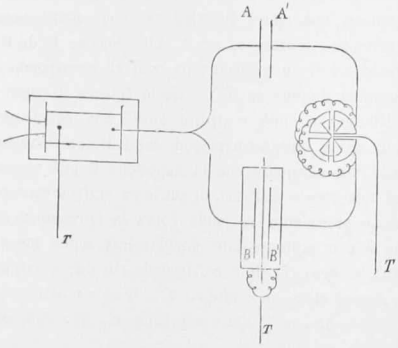

Fig. 1.

del vetro (2). Un rocchetto di Rumkorff (fig. 1), animato dalla corrente di

(1) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Fisica della R. Università di Palermo, diretto dal prof. Damiano Macaluso.

(2) O. M. Corbino, *Ricerche sulla variazione della costante dielettrica per la trazione del coibente*. Riv. scient. ind. n. 8-9, 1897.

due pile Bunsen che veniva interrotta da un elettrodiapason 250 volte al secondo, aveva un estremo in comunicazione col suolo e l'altro in comunicazione con i due piatti A e B di due condensatori. Gli altri due piatti A′ e B′ erano in comunicazione rispettivamente con le due coppie di quadranti di un elettrometro Mascart, il cui ago era rilegato al suolo.

Il condensatore [A A′] fu costituito sostituendo alle due palline di uno spinterometro due piatti di ottone perfettamente paralleli; essi erano spostabili per mezzo di una vite micrometrica.

Il condensatore [B-B′] era formato di due piatti sostenuti da colonnine di dielettrina, e tra essi si trovava distesa una lamina di caoutchouc rosso delle seguenti dimensioni: lunghezza cm. 23, larghezza cm. 16, spessore cm. 0,37.

Intorno al condensatore [B B′] venne adattata per evitare le influenze esterne disturbatrici, una cassetta di paraffina rivestita esternamente di stagnola messa in comunicazione col suolo.

La cassetta era fissata in modo invariabile ai piatti, e provvista superiormente e inferiormente di due finestre per dar passaggio al caoutchouc.

Per poter stirare la lamina, essa era serrata tra due coppie di sbarrette di ebanite; di queste coppie la superiore per mezzo di grossi cordoni isolanti di seta, era fissata a una sbarra di acciajo, e l' inferiore a un uncino rilegato a una robusta leva di legno di secondo genere, la quale scorrendo esattamente tra due guide verticali, impediva ogni spostamento trasversale della lamina.

All' estremo della leva fu sospeso un piattello destinato a reggere i pesi; l'uncino rilegato alla lamina era fissato per mezzo di cordoni di seta a un quarto della lunghezza della leva stessa.

Si cominciava con lo spostare i piatti A e A′ fino a che, funzionando il rocchetto, sui piatti A′ e B′ si ottenessero potenziali eguali, il che si poteva constatare facilmente osservando se l' ago dell' elettrometro, già reso simmetrico rispetto ai quadranti, subisse deviazione dalla posizione normale. Ci assicuravamo della simmetria dell' ago con la inversione dei contatti tra le coppie dei quadranti dell'elettrometro e i piatti A′ e B′. Si verificò inoltre con cura la bontà dell' isolamento delle varie parti. Avuto riguardo alla brevissima durata delle cariche successivamente alternate, l' isolamento nel nostro caso si poteva ritenere perfetto.

Più difficile a ottenere era un funzionamento regolare dell'elettrodiapason, essendo le correnti da noi impiegate molto più intense di quelle per cui esso è normalmente destinato, ed anche per l' azione perturbatrice delle vivaci scintille dovute alla forte estracorrente di apertura. Si dovè perciò sostituire alla punta ordinaria di platino, che era rapidamente consumata dalle scintille, una laminetta a punta rotonda; si inserì in derivazione tra la punta e il piano, il condensatore di un rocchetto di grande modello; e si procurò che

la punta fosse rilegata al polo positivo della pila. Si fissò inoltre solidamente tutto l'elettrodiapason a un tavolo di marmo, precauzione che fu forse la più efficace per avere un suono perfettamente puro e costante, perchè così si evitarono i tremiti che erano una delle più gravi cause disturbatrici.

Il condensatore A A′ era collocato a grande distanza dal restante apparecchio.

In queste condizioni, ottenuto una volta l'equilibrio dei potenziali in A′ e B′, esso si conservava per lungo tempo, anche quando una persona si avvicinava a [B B′]. Così disposte le cose, si applicavano dei pesi al piattello della leva, lasciando sempre a posto il peso destinato a tenere in tensione la lamina. Questa si deformava regolarmente, conservandosi di forma rettangolare coi lati verticali leggermente concavi e scorrendo tra le finestre della cassetta di paraffina *senza toccarla*.

All'aumentare della trazione si osservava un notevole spostamento dell'ago, che spariva ritornando al carico primitivo, salvo un piccolo effetto temporaneo accompagnante la deformazione permanente della lamina. Il senso dello spostamento dimostrava che per lo stiramento della lamina era diminuita l' influenza del piatto B sul piatto B′. L'ago si poteva riportare a zero allontanando convenientemente i piatti A-A′ del condensatore ad aria.

Era però necessario tener presente che per l'assottigliamento della lamina conseguente alla trazione, diminuiva l' influenza del piatto B sul piatto B′, indipendentemente da ogni variazione delle proprietà dielettriche del mezzo. Occorreva quindi misurare nello stesso tempo tale assottigliamento, per poter sceverare l'effetto dovuto alla variazione di dimensioni da quello dovuto alla variazione della costante dielettrica.

Ecco il procedimento seguito a tal fine.

Siccome sarebbe stato difficile, data la grande cedevolezza della sostanza, determinare direttamente la contrazione trasversale della lamina, si preferì misurarne con esattezza l'allungamento per mezzo del catetometro, e determinarne poi il coefficiente di Poisson per deformazioni dello stesso ordine di grandezza.

Determinata la deviazione n dell'elettrometro prodotta dall'aumento del peso tensore e l'allungamento della lamina, la si toglieva dolcemente dal posto, procurando di non toccare i piatti tra cui era distesa, e si leggeva la nuova deviazione N. Durante questa operazione si interrompeva la comunicazione tra i piatti A e B e il rocchetto che continuava a funzionare. Per assicurarsi che l'operazione si fosse compiuta senza urti o spostamenti, si rimetteva la lamina col primitivo peso tensore e ci si assicurava che l'ago tornasse alla posizione di prima a meno di una frazione di divisione. Delle esperienze nelle quali questa condizione non si trovò soddisfatta, non si tenne alcun conto.

Gli elementi così determinati sono sufficienti per separare gli effetti dovuti all'assottigliamento, da quelli dovuti alla variazione della costante dielettrica.

Sia infatti D lo spessore della lamina d'aria che si dovrebbe avere tra B e B′, perchè B′ si porti allo stesso potenziale di A′. Se l'ago è a zero quando la lamina regge il carico iniziale tensore, indicando con e lo spessore della lamina, con K la sua costante dielettrica, e con d la distanza vera dei piatti A, A′, sarà

$$D = d - e + \frac{e}{K} = d - e\,\frac{K-1}{K} \tag{1}$$

In seguito allo stiramento, lo spessore e diviene $e\,(1-\alpha)$, essendo α la contrazione per unità di spessore, la costante dielettrica K diviene K′, e l'ago devia di n divisioni; allora, se lo spostamento di 1 mm. dei piatti B, B′ produce una deviazione di ν divisioni, per riportare l'ago a zero si dovrebbero avvicinare i piatti di $\frac{n}{\nu}$ mm.; avremo quindi

$$D = d - \frac{n}{\nu} - e\,(1-\alpha)\,\frac{K'-1}{K'} \tag{2}$$

Leviamo infine la lamina; se l'ago devia di N divisioni, perchè ritorni a zero i piatti dovrebbero subire un avvicinamento di $\frac{N}{\nu}$ mm.; sarà perciò

$$D = d - \frac{N}{\nu} \tag{3}$$

Per confronto con la (1) e con la (2) si ottiene il sistema

$$\frac{N}{\nu} = e\,\frac{K-1}{K} = \frac{n}{\nu} + e\,(1-\alpha)\,\frac{K'-1}{K'}$$

da cui eliminando ν

$$(1-\alpha)\,\frac{K'-1}{K'} = \frac{N-n}{N}\,\frac{K-1}{K}\,.$$

Indicando con λ l'allungamento unitario e con μ il coefficiente di Poisson, si ha intanto

$$\alpha = \mu\,\lambda$$

sostituendo nella precedente si ottiene

$$\frac{K'-K}{K} = -\,(K-1)\left(1 - \mu\,\lambda - \frac{N-n}{N}\right).$$

Ora K — 1 è positivo; i valori ottenuti per l'espressione $1 - \mu\,\lambda - \frac{N-n}{N}$ sono stati sempre positivi, anche assumendo per μ il valor limite teorico $\frac{1}{2}$, mentre, come si vedrà in seguito, nei limiti di deformazione in cui si è operato, il coefficiente stesso era 0,42; cosicchè *per la trazione la costante dielettrica del caoutchouc diminuisce.*

Sono state fatte molte esperienze, variando il potenziale di carica col modificare l'intensità della corrente inducente. Ci limitiamo a riferire i risultati ottenuti con potenziali tali che levando la lamina l'ago deviasse di 65, di 82, e di 150 divisioni.

Scegliendo le esperienze più sicure, in cui cioè l'elettrodiapason conservava un andamento perfettamente regolare per tutta la durata dell'esperienza, si è costruita la seguente tabella in cui si trovano: nella prima colonna i pesi tensori che si aggiungevano successivamente al carico iniziale; nella seconda gli allungamenti corrispondenti della lamina per unità di lunghezza; nella terza, quarta e quinta, le deviazioni n che si avevano con lo stiramento per i diversi valori del potenziale e quindi di N; infine nell'ultima colonna il valore medio dell'espressione $\frac{N-n}{N}$.

Peso tensore Kg.	Allungamento unitario	Valori di n per			$\frac{N-n}{N}$
		N = 65	N = 82	N = 150	
4	0,032	2,5	2,7	4,7	0,966
8	0,064	4,0	5,8	9,7	0,934
12	0,095	6,0	8,8	15,0	0,900
16	0,129	8,0	11,8	20,9	0,865

Conosciuti i valori di $\frac{N-n}{N}$, per ricavare dalla (4) i valori di $\frac{K'-K}{K}$ era necessario conoscere il coefficiente μ.

Molti fisici si sono occupati di questa determinazione per il caoutchouc, e sono venuti a risultati che sembrano a prima vista assolutamente in disaccordo; si va, per es., dal valore 0,22 al valore 0,50. Risulta però assodato che in conseguenza della grande cedevolezza di questa sostanza e della sua piccolissima variabilità di volume nelle deformazioni, il coefficiente di Poisson deve diminuire col crescere dello stiramento; così, per citare una delle determinazioni più recenti (Bierken) (1), esso può variare dal valore 0,50 corrispondente a piccolissime deformazioni, fino al valore 0,125, corrispondente a grandi deformazioni. Inoltre, come risulta dalle ricerche del Villari (2), del Naccari (3), ecc. a parità di deformazione esso varia a seconda delle diverse qualità di caoutchouc adoperate. Era quindi indispensabile eseguire una determinazione diretta sul caoutchouc stesso servito alle precedenti misure e negli stessi limiti di deformazione.

(1) Bierken, Wied. Ann. t. XLIII, pag. 817.
(2) Villari, *Nuovo Cimento* (2) I, pag. 332, 361, 1869.
(3) Naccari e Bellati, *Nuovo Cimento* (3), 2, 1877, pag. 217.

A tal uopo basta, com' è evidente, determinare l'allungamento e la corrispondente variazione di volume di una laminetta parallelepipedica della sostanza.

Detto V il volume, a, b, c, le tre dimensioni di questo parallelepido rettangolo, λ l'allungamento unitario, μ il coefficiente di Poisson, e γ la variazione unitaria di volume, si ha

$$\gamma = \frac{V_1 - V}{V} = -2\mu\lambda + \mu^2\lambda^2 + \lambda - 2\mu\lambda^2 + \mu^2\lambda^3$$

dalla quale risolvendo rispetto a μ e scegliendo tra le due soluzioni quella inferiore all'unità, si ha

$$\mu = \frac{1}{2}\left[1 - \sqrt{\frac{1+\gamma}{1+\lambda}}\right]$$

per avere μ basta quindi determinare sperimentalmente γ e λ. A tal fine si costruì l'apparecchio disegnato qui a fianco (fig. 2); esso è formato di due sbarrette di ottone, a e b, tenute fisse tra loro per mezzo di due colonnine di acciajo AB, CD. In una madrevite scavata nel mezzo di a scorreva una vite V destinata a tirare una sbarretta c, la quale, com' è facile ricavare dalla figura, non poteva spostarsi che parallelamente a se stessa. Ai pezzi b e c si fissavano per mezzo di laminette di ottone e di viti le estremità di una striscia di caoutchouc tagliata dalla lamina stessa che si era adoperata nelle determinazioni precedenti. Le deformazioni venivano prodotte girando la vite. L'apparecchino (del peso di circa cento grammi, compreso il caoutchouc) veniva sospeso ad un estremo di una bilancia molto sensibile ed immerso in un grande bicchiere pieno di acqua; si determinava così, con le comuni precauzioni, la variazione di spinta e quindi la variazione di volume conseguente a una determinata deformazione.

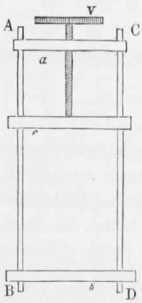

Fig. 2.

Per il calcolo di $\gamma = \frac{V_1 - V}{V}$, siccome la variazione di volume $V_1 - V$ data dalla bilancia era piccolissima rispetto a V (inferiore a $^1/_{1000}$), ci si poteva contentare di una misura approssimata del denominatore V, quale poteva dedursi dalla determinazione diretta delle dimensioni. L'allungamento λ veniva misurato direttamente alla macchina a dividere, ed era compreso negli stessi limiti delle determinazioni precedenti. Si è così ottenuto, come media di parecchie misure concordanti nella seconda cifra decimale,

$$\mu = 0{,}42$$

con questo valore di μ sono stati calcolati i seguenti valori dell'espressione $1 - \mu\lambda - \frac{N-n}{N}$ che entra nella (4).

Peso	λ	$1 - \mu\lambda - \frac{N-n}{N}$
4	0,032	0,021
8	0,062	0,040
12	0,095	0,060
16	0,129	0,081

Moltiplicando i valori dell'ultima colonna per la costante $K - 1$, si ottengono in virtù della (4) le variazioni relative della costante dielettrica per i diversi valori del peso tensore. Come si vede, indipendentemente dalla determinazione di K, è messo fuori dubbio che la costante stessa diminuisce per la trazione, anche tenendo conto delle variazioni di dimensioni. Inoltre la proporzionalità della variazione al peso e alla deformazione è, nei limiti degli errori, quasi perfetta.

Sembra quindi che si possa esprimere la costante dielettrica del caoutchouc in funzione dello allungamento, mediante la formola

$$K' = K(1 - A\lambda)$$

ove si avrebbe, come si ricava dallo specchietto precedente per deformazioni nei limiti di quelle da noi studiate,

$$A = 0{,}64\,(K - 1)$$

come si vede la variazione della costante dielettrica sarebbe notevolissima nel senso normale alla trazione dato il grande valore che può assumere λ, e il valore notevole di A. Niente si può dire per ora sul valore della variazione nel caso che la trazione agisca parallelamente al campo. Se la sostanza acquista una struttura anisotropa, come risulta dalla doppia rifrazione accidentale per la luce osservata dal Bierken [1], attesa questa grande variazione della costante in una direzione, non è improbabile una energica doppia rifrazione accidentale per le onde elettriche, fenomeno ricercato dal Righi [2] sul vetro con esito negativo.

Ci riserbiamo di intraprendere delle esperienze in proposito [3].

[1] Bierken, Wied. Ann. t. XLIII, pag. 806.

[2] Righi, *L'ottica delle oscillazioni elettriche*. Bologna, pag. 191, § 55.

[3] *Aggiunta*. — Mentre aspettavo, per correggere, le bozze di questo lavoro, mi è pervenuta una Nota del dott. G. Ercolini (Rend. Lincei, vol. VII, 5, fasc. 7° e 8°), nella quale è asserito che per determinare le piccole variazioni della costante dielettrica, il metodo da me impiegato nelle ricerche col vetro stirato, e che è stato anche impiegato nelle superiori esperienze, « non permette di decider nulla, poichè basta pensare alla estrema « delicatezza ed alla grande difficoltà delle esperienze di elettrostatica in generale, per « concludere subito che l'uso da esse del rocchetto di Rumkorff è tutt'altro che indicato; « anzi in nessun caso può essere usato come sorgente costante di elettricità ».

Mi permetto di osservare che questo metodo non è che una lieve modificazione di quello usato nelle classiche esperienze del Gordon, il quale lo attinse alle indicazioni di