

ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI
ANNO CCXCVI.

1899

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME VIII.

1° SEMESTRE



ROMA
TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1899

Fisica. — *Sullo smorzamento delle vibrazioni in un risonatore acustico.* Nota del dott. A. POCHETTINO, presentata dal Socio BLASERNA.

Scopo della presente Nota è quello di esporre alcuni risultati ottenuti, determinando il comportamento del coefficiente di smorzamento e del decremento logaritmico delle vibrazioni in un risonatore acustico in alcuni casi particolari, e precisamente:

I. Quando si vari la forma dell'apertura del risonatore, lasciandone invariata l'area;

II. Quando si munisca detta apertura di orli di varia grandezza; giacchè in teoria pel calcolo di alcuni coefficienti e più precisamente di quella costante c , chiamata conducibilità acustica dell'apertura, si suole ammettere essere l'apertura del risonatore munita di un orlo piano infinitamente esteso, il che in pratica non si verifica mai;

III. Quando si vari la distanza fra risonatore ed eccitatore.

Il metodo ch'io ho adoperato per determinare questo smorzamento è quello del Leiberg ⁽¹⁾, che non è in fondo che una modificazione di quello usato dal Bjerknes per determinare lo smorzamento nei risonatori elettrici, e si basa sulla considerazione delle vibrazioni eccitate in un risonatore da una sorgente sonora giacente fuori di esso. Ecco in poche parole in che consiste questo ragionamento.

Consideriamo un risonatore di volume variabile eccitato da una sorgente esterna capace di compiere vibrazioni sinusoidali della forma $F \cos bt$ d'intensità costante (per es. la cassetta di risonanza di un diapason elettromagnetico convenientemente eccitato); l'equazione del movimento della massa d'aria contenuta nel risonatore, attraverso l'apertura del medesimo sarà: ⁽²⁾

$$(1) \quad \frac{1}{c} \frac{d^2 X}{dt^2} + K \frac{dX}{dt} + \frac{a^2}{v} X = F \cos bt,$$

dove $c = 2r$ se l'apertura del risonatore è circolare e di raggio r , e $c = 2\sqrt{\alpha \cdot \beta} \left(1 + \frac{e^4}{64} + \dots\right)$ se l'apertura è ellittica di assi $\alpha \beta$ e di eccentricità e , X è la massa d'aria uscente dal risonatore in un dato istante, a è la velocità di propagazione del suono nell'aria, v , è il volume del risonatore nell'istante che si considera, K è il coefficiente di smorzamento.

L'integrale generale della (1) ci rappresenta il movimento della massa d'aria nel risonatore come la sovrapposizione di due movimenti, il primo

⁽¹⁾ Bull. de la Soc. phys. chim. russe 1896.

⁽²⁾ Rayleigh, *Théorie des Schalles*, § 311.

corrispondente al tono proprio del risonatore, il secondo corrispondente al tono eccitato in esso dalla sorgente esterna. Le vibrazioni di questo tono corrispondono a un'equazione della forma:

$$X = \frac{F \cos(bt + \alpha)}{\sqrt{\left(\frac{a^2}{v} - \frac{b^2}{c}\right)^2 + b^2 k^2}},$$

dove:

$$\alpha = \text{arc tg } \frac{bk}{\frac{a^2}{v} - \frac{b^2}{c}}.$$

Facciamo ora variare il periodo di vibrazione del risonatore, mutandone per esempio le dimensioni e lasciando fisso tutto il resto, e invece della massa X d'aria uscente dal risonatore consideriamo la corrispondente variazione nella pressione esercitata sul fondo del risonatore; variazione periodica che sarà della forma $P \cos(bt + \alpha)$.

Se ora noi chiamiamo p p_0 le pressioni esercitanti sul fondo rispettivamente quando il risonatore è in quiete e quando il risonatore è in moto avremo:

$$p_0 - p = P \cos(bt + \alpha),$$

donde ricavando P e tenendo presente che:

$$p - p_0 = -\frac{a^2 X}{v},$$

avremo:

$$P = \frac{a^2 F}{\sqrt{\left(a^2 - \frac{b^2 v}{c}\right)^2 + b^2 k^2 v^2}}.$$

Riguardando ora P come funzione della sola v , giacchè le altre quantità sono costanti, avremo come massimo di P :

$$P_M^2 = \frac{F^2 \frac{a^2}{c}}{k^2 v_0},$$

se con v_0 indicheremo il volume del risonatore cui corrisponde P_M . Allora avremo:

$$\frac{P^2}{P_M^2} = \frac{\frac{k^2 c^2}{b^2}}{\left(1 - \frac{v}{v_0}\right)^2 + \frac{k^2 c^2}{b^2}}$$

donde:

$$(2) \quad k^2 = \frac{\frac{b^2}{c^2} \left(1 - \frac{v}{v_0}\right)^2}{\left(\frac{P_M}{P}\right)^2 - 1}.$$

Avuta dalla (2) la K ossia il coefficiente di smorzamento si ottiene da questo il decremento logaritmico delle vibrazioni γ mediante note formole.

Per usare la (2) alla determinazione di K , la questione è ridotta alla determinazione dei rapporti $\frac{P_M}{P}$ e $\frac{v}{v_0}$. Il risonatore da me studiato è un risonatore cilindrico König dell' Ufficio del Corista internazionale, capace di dare a mezzo tiraggio il la_3 . Lungo una generatrice del pezzo mobile venne incisa una graduazione in millimetri, mediante cui si faceva senz'altro la determinazione del rapporto $\frac{v}{v_0}$.

Per la determinazione del rapporto $\frac{P_M}{P}$ si usavano le indicazioni di un manometro a specchio, analogo a quello del Wien, incollato sul fondo del risonatore. Dallo specchietto di questo manometro veniva riflessa su una scala micrometrica nell' oculare di un cannocchiale l'immagine di un punto luminoso. Quando il risonatore era in quiete, sulla scala micrometrica si vedeva un punto luminoso che, quando il risonatore invece agiva, si mutava in una striscia di lunghezza proporzionale alla quantità P .

Il diapason, la cui cassetta di risonanza funzionava da sorgente esterna, era un la_3 elettromagnetico pure appartenente all' Ufficio del Corista internazionale, e veniva eccitato da un accumulatore mediante un circuito munito dell' interruttore acustico di Helmholtz, consistente in un altro diapason elettromagnetico rigorosamente identico al primo inserito nel circuito di questo.

L'uso del diapason interruttore e l' inserimento sulla scintilla d' interruzione di un opportuno condensatore, vennero impiegati affine di ottenere che l' intensità del tono della sorgente esterna fosse sensibilmente costante.

Le osservazioni si conducevano così:

Si dava al risonatore il tiraggio minimo e si osservava corrispondentemente la lunghezza della striscia luminosa prodotta dal vibrare dello specchietto del manometro, quindi si facevano variare le dimensioni del risonatore, finchè passato il massimo di risonanza si ritornava a una lunghezza della striscia luminosa eguale a quella iniziale. Per calcolare poi il coefficiente di smorzamento si portavano sull' asse delle ascisse i volumi del risonatore o meglio le sue successive lunghezze, e sulle ordinate le lunghezze della striscia luminosa di cui parlammo, lunghezze che sono proporzionali alle ampiezze delle vibrazioni corrispondentemente eccitate nel risonatore. Unendo i

punti così ottenuti, si aveva una curva cosiddetta di risonanza sulla quale si calcolava il coefficiente di smorzamento nel seguente modo:

Si notava il volume v_0 del risonatore cui corrispondeva l'ordinata massima P_M , e quindi si calcolavano sulla curva i due volumi v_1 e v_2 del risonatore corrispondentemente ai quali la quantità P assumeva il valore di $\frac{1}{2} P_M$; avevamo così due valori del coefficiente K , la cui media ci dava il valore cercato.

Riassumo qui nella seguente tabella i risultati ottenuti:

I. Adoperando il risonatore con foro circolare di $r = 23$ mm. successivamente senza orlo, con un orlo del diametro di 20 cm. (N. 1), con un orlo del diametro di 40 cm. (N. 2), e finalmente con un orlo del diametro di 80 cm. (N. 3);

II. Portando il risonatore successivamente alle distanze di 50, 93, 150 mm. dall'eccitatore;

III. Munendo il risonatore di un foro ellittico di assi $66\frac{1}{2} \times 32\frac{1}{2}$ mm.;

IV. Munendo il risonatore di un secondo foro ellittico di assi $50,4 \times 42$ mm. :

Foro circolare $r = 23$ mm.

Distanza fra risonatore ed eccitatore	Senza orlo	Con orlo n. 1	Con orlo n. 2	Con orlo n. 3
50 mm.	$K = 2,72$	2,58	2,29	1,53
93 "	" 1,69	1,55	1,46	1,37
150 "	" 1,61	1,35	1,27	1,20

Foro ellittico $66\frac{1}{2} \times 32\frac{1}{2}$

93 mm.	$K = 1,84$	1,51	1,47	1,25
--------	------------	------	------	------

Foro ellittico $50,4 \times 42$

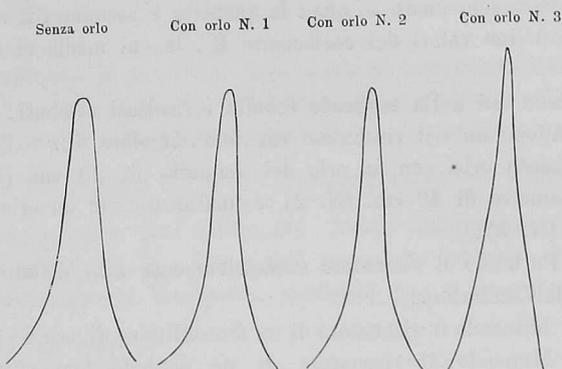
93 mm.	$K = 1,85$	1,51	1,47	1,21
--------	------------	------	------	------

Dunque potremo concludere :

I. Crescendo il diametro dell'orlo, il coefficiente di smorzamento diminuisce, ossia in primo luogo il risonatore è più che mai capace di rinforzare un tono identico al proprio ed è meno sensibile pei toni che, pur essendo prossimi al medesimo, ne differissero un poco; in secondo luogo le vibrazioni nel risonatore (se una volta eccitata la sorgente esterna tacesse) durerebbero più a lungo. Corrispondentemente all'accrescimento del diametro dell'orlo, le curve di risonanza che si possono ottenere nel modo detto più sopra, presentano una singolarità che si può rilevare dal seguente disegno.

Esse si costipano, s'innalzano cioè e si restringono.

II. Anche col crescere la distanza fra eccitatore e risonatore, il coefficiente di smorzamento diminuisce e quindi si hanno le stesse conseguenze come al numero I;



III. I coefficienti di smorzamento sono sensibilmente eguali per i due fori ellittici e in genere poco differenti dai corrispondenti pel foro circolare; anzi cogli orli N_1 e N_2 si può ritenere vi sia l'eguaglianza;

IV. Anche in questo risonatore, come già notò il Leiberg per i suoi, dalla piccolezza del coefficiente di smorzamento delle vibrazioni, si rileva come l'intervallo fra tono proprio e tono del massimo di risonanza sia poco differente da $\frac{885}{886}$ limite, secondo Helmholtz, della percettibilità.

Nota. — Mi sia permesso aggiungere poche parole intorno a un fatto degno di nota. Se si fa una serie di misure prima allungando il risonatore fino a una risonanza eguale all'iniziale e poi accorciandolo successivamente, si osserva che le lunghezze della striscia luminosa corrispondenti a uno stesso volume non sono eguali se ottenute prima allungando e poi accorciando il risonatore di modo che le due curve corrispondenti non si sovrappongono, ma si trovano spostate lateralmente una rispetto all'altra. Il ripetersi di questo fatto in tutte le misure, induce a credere si tratti di un fenomeno di elasticità susseguente della membrana e mi costrinse a prendere sempre la media dei due valori corrispondenti.

Fisica. — *Sull' aumento temporaneo e permanente dell'elasticità del marmo portato ad alte temperature.* Nota del dott. P. GAMBA, presentata dal Socio BLASERNA.

Ho avuta occasione in una mia Nota ⁽¹⁾ di far osservare come il marmo sottoposto a temperature piuttosto elevate acquisti temporaneamente una maggiore flessibilità. Espongo ora qui di seguito i risultati di alcune esperienze fatte sopra lastre che, cimentate da prima alla temperatura dell'ambiente, poi tenute per qualche tempo ad una temperatura elevata e raffreddate len-

(1) V. Nuovo Cimento, febbraio 1899.