

ATTI  
DELLA  
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI  
ANNO CCXCVI.

1899

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME VIII.

1° SEMESTRE



ROMA  
TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1899

*Cristallografia. — Sulla determinazione delle costanti ottiche nei cristalli.* Nota di C. VIOLA, presentata dal Socio BLASERNA.

È noto dai bei lavori di Liebisch <sup>(1)</sup> e Soret <sup>(2)</sup>, quale via si può seguire per determinare gli indici principali di rifrazione in un cristallo, sia valendosi del metodo della riflessione totale, sia del metodo della deviazione minima. La determinazione degli assi di simmetria ottica e degli indici principali di rifrazione della luce riesce completa con due sezioni del cristallo perfettamente arbitrarie. E la determinazione ne è così completa, che mercè le dette costanti ottiche, riesce contemporaneamente determinato l'angolo, che fanno fra loro le due sezioni prese in modo arbitrario.

Dopo Soret, Lavenir <sup>(3)</sup> fece vedere in quale maniera sia praticamente determinabile l'orientazione e la grandezza dell'ellissoide di Fresnel con due sezioni del cristallo. In breve, si può dire, che Lavenir si limitò a determinare i massimi e i minimi per mezzo delle prime e seconde differenze nella variazione degli indici di rifrazione per raggi paralleli ad un piano, ciò che la teoria ammise come dato.

Su questa via lavorò Pulfrich <sup>(4)</sup> con ottimo successo. L'opera di Wallerant <sup>(5)</sup> non diversa in sostanza da quella di Pulfrich, ma indipendente, riuscirà forse più proficua, grazie al materiale ricchissimo, che col metodo di lui sarà messo a disposizione delle esperienze. Ultimamente C. Klein <sup>(6)</sup> ha portato un miglioramento notevole al riflettometro totale di Abbe-Pulfrich, mercè il quale l'ideale di ogni petrografo coscienzioso, che voglia dare alle sue determinazioni un grado di fiducia, sarà vicino a realizzarsi, non meno che col riflettometro applicato al microscopio di Wallerant, solo forse raggiungendo una precisione maggiore e in egual tempo.

(1) Th. Liebisch, *Zeitschrift für Krgstall.* 1887, XII, 474. *Ges. d. Wiss. zu Göttingen.* Maggio 1888.

(2) Ch. Soret, *Sur la mesure des indices de réfraction des cristaux à deux axes par l'observation des angles limites de réflexion totale sur deux faces quelconques.* *Compt. rend.* 1888, 107, 176-178 e 479-482.

Idem, *Sur l'application de réflexion totale à la mesure des indices de réfraction des cristaux à deux axes.* *Arch. sc. ph. nat. Genève* 1888. XX, 263-286.

(3) A. Lavenir, *Sur la détermination de l'orientation optique dans un cristal quelconque.* *Bulletin de la société franç. de miner.* Tome XIV, 1891, 100.

(4) C. Pulfrich, *Das Totalreflectometer und das Refractometer für Chemiker etc.* Leipzig 1890.

(5) Fréd. Wallerant, *Détermination des indices de réfraction des minéraux des roches.* *Bull. de la soc. franç. de miner.*, 1897, Tome XX, pag. 234.

(6) C. Klein, *Die Anwendung der Methode der Totalreflexion in der Petrographie.* *Sitzber. der k. preus. Akad. der Wissenschaften.* 1898, XXVI, 317.

Come dissi, è noto che la determinazione completa delle costanti ottiche di un cristallo non è possibile con una sola sezione (ammesso che questa non abbia una orientazione speciale), perchè con una sezione conosciuta della superficie d'onda, due superficie d'onda sono possibili, mentre datene due sezioni la detta superficie è pienamente e univocamente individuata. Ma questo ragionamento regge, e le conclusioni di Soret e di coloro, che lo hanno preceduto e anche di quelli che lo hanno seguito, sono giuste, finchè non si tenga conto dei piani di polarizzazione, che si possono determinare con sufficiente esattezza col prisma di Nicol. In una mia precedente pubblicazione (1), richiamai l'attenzione su questa circostanza, che mi sembra importante, dappoichè gli strumenti di precisione vanno diffondendosi anche fra i petrografi, nonchè fra i mineralogisti.

*Tenendo conto dei piani di polarizzazione, le costanti ottiche di un qualunque cristallo sono determinabili pienamente con una sola sezione arbitraria.*

La presente Nota serve per dimostrare questo principio, e il modo di applicarlo.

Chiameremo da ora in avanti con  $\alpha, \gamma, \beta', \beta''$ , i due massimi e i due minimi, che si ottengono da una sezione di un cristallo in un riflettometro totale come p. e. quello di Liebisch, Abbe, Pulfrich o Abbe-Pulfrich, Wallerant ecc.  $\alpha$  è l'indice minimo,  $\gamma$  è il massimo, e l'indice medio  $\beta$  è uno dei due  $\beta'$  e  $\beta''$ . I piani di polarizzazione dei raggi (in una qualsiasi sezione) corrispondenti ai valori di  $\alpha, \beta, \gamma$  passano rispettivamente per gli assi principali  $a, b, c$  dell'ellissoide di Fresnel, e i piani a loro normali e passanti rispettivamente per i detti raggi, coincidono per conseguenza con i piani principali dell'ellissoide o piani di simmetria ottica. E facile disporre nell'apparecchio di Abbe, servendosi p. e. di qualche sezione di calcite o di quarzo, lo zero del Nicol in guisa che la lettura dia immediatamente l'angolo, che i piani principali dell'ellissoide fanno con la sezione del cristallo. Essendo questi piani fra loro normali,  $\beta$  sarà determinato per quel raggio corrispondente a  $\beta'$  o  $\beta''$ , il quale soddisfa a questa condizione; e poichè i piani di polarizzazione corrispondenti a  $\beta'$  e  $\beta''$  fanno fra loro in generale un angolo grande, che in qualche caso speciale, si avvicina a  $90^\circ$ , ne viene che in tesi generale, e nella maggior parte dei casi,  $\beta$  riescirà determinato indipendentemente dagli errori, che derivano dal Nicol. Solamente se la sezione del cristallo fa un piccolissimo angolo col piano degli assi ottici, il problema diviene indeterminato perchè l'angolo, che fanno fra loro i raggi relativi a  $\beta'$  e  $\beta''$  si avvicina a  $90^\circ$ , e insieme i piani di polarizzazione rispettivi si avvicinano a essere fra loro paralleli. In questo caso speciale, e solo in questo, influiscono gli errori, che si commettono nel cercare l'esatta posizione del

(1) C. Viola, Zeitschrift für Krystallographie 1899, XXXI, fasc. 1°.

Nicol per ottenere la sparizione di una linea limite, e la visione distinta e massima dell'altra (1). Un esempio può essere più utile che ulteriori parole.

Ho un cristallo di *Albite* di Lakous, il quale mi servì già per altre esperienze, il cui risultato sarà pubblicato in un'altra Nota. Di questo cristallo feci fare una sezione bene levigata e piana, parallela prossimamente alla faccia (110). L'apparecchio per la riflessione totale di Abbe-Pulfrich è quello dell'istituto mineralogico di Monaco di Baviera. In seguito ripetei le esperienze con un analogo riflettometro totale nell'Istituto fisico dell'Università di Roma, che mi fu messo a disposizione dal prof. Blaserna.

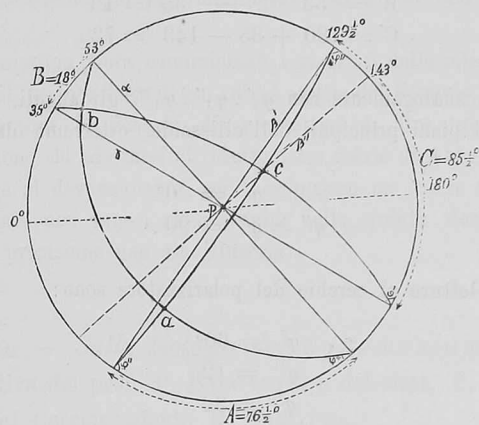
Osservai e puntai le linee limiti di questa sezione per tutte le posizioni di 10° in 10° da 0° a 360°. Con le prime differenze ne sono risultati i luoghi dei massimi e dei minimi e la posizione del Nicol relativa a questi ultimi. La tabella seguente dà le medie di parecchie osservazioni ottenute con la luce di Na.

Cerchio orizzontale	Curva-limite interna		Curva-limite esterna	
	Cerchio verticale	Polarizzatore	Cerchio verticale	Polarizzatore
0°	54, 04, 05''	14°	54, 23, 44''	76°
10	54 02 30	—	54 26 30	—
20	54 01 30	—	54 28 22	—
$\gamma$ 35	—	—	54 29 25	60
40	54 00 00	—	—	—
$\alpha$ 53	53 59 45	32	54 28 20	58
60	53 59 53	—	54 27 05	—
70	54 00 18	—	54 24 54	—
80	54 01 12	—	54 22 25	—
90	54 02 26	—	54 19 34	65
100	54 03 55	25	54 17 04	—
110	54 05 23	—	54 14 35	—
120	—	—	54 13 20	—
$\beta'$ 129½	—	—	54 12 58	79½
$\beta''$ 143	54 07 42	12	54 14 24	78
150	54 07 22	—	54 15 46	—
160	54 06 37	—	54 17 54	—
170	54 05 23	—	54 20 50	—
180	54 04 06	14	54 23 44	76

Ora portiamo in proiezione stereografica, essendo  $p$  il polo della sezione, i dati di questa tabella (vedi figura annessa), e facciamo il calcolo per le

(1) L'apparizione dei tratti cuspidali nelle curve limiti, alla distanza angolare minore di 180°, ci mette in sull'avviso che il piano di sezione fa un piccolo angolo col piano degli assi ottici. Vedi a questo proposito i lavori di Soret e Pulfrich sopra citati.

due ipotesi, cioè che l'indice medio di rifrazione della luce  $\beta$  sia ora eguale a  $\beta'$  e ora eguale a  $\beta''$ .



1ª Ipotesi:  $\beta = \beta'$ . — Gli angoli, che si ottengono dalla lettura, sono:

$$A = 129\frac{1}{2}^\circ - 53 = 76\frac{1}{2}^\circ$$

$$B = 53 - 35 = 18$$

$$C = 180 + 35 - 129\frac{1}{2} = 85\frac{1}{2}.$$

Chiamiamo con  $\varphi'$ ,  $\varphi''$ ,  $\varphi'''$  gli angoli che il piano di sezione fa con i piani principali dell'ellissoide di Fresnel, e avremo le relazioni seguenti:

$$\text{tag}^2 \varphi' = \frac{\cos A}{\cos B \cdot \cos C}$$

$$\text{tag}^2 \varphi'' = \frac{\cos B}{\cos C \cdot \cos A}$$

$$\text{tag}^2 \varphi''' = \frac{\cos C}{\cos A \cdot \cos B}$$

Ed eseguito il calcolo:

$$\varphi' = 60^\circ, 31', 03''$$

$$\varphi'' = 82^\circ 05' 57''$$

$$\varphi''' = 30^\circ 43' 48''.$$

Le letture al cerchio del polarizzatore invece sono:

$$\varphi' = 60^\circ$$

$$\varphi'' = 79, 30'$$

$$\varphi''' = 32.$$

2<sup>a</sup> Ipotesi:  $\beta = \beta''$ . — Gli angoli che si ottengono dalla lettura, sono in questo caso:

$$\begin{aligned} A' &= 143^\circ & - & 53^\circ = 90^\circ \\ B' &= 53 & - & 35 = 13 \\ C' &= 180 + 35 - 143 = 72. \end{aligned}$$

Chiamando analogamente con  $\varphi_1', \varphi_1'', \varphi_1'''$ , gli angoli, che il piano di sezione fa con i piani principali dell'ellissoide, otterremo da analoghe relazioni:

$$\begin{aligned} \varphi' &= 0^\circ \\ \varphi'' &= \varphi''' = 90^\circ. \end{aligned}$$

Mentre le letture al cerchio del polarizzatore sono:

$$\begin{aligned} \varphi' &= 60^\circ \\ \varphi'' &= 12 \\ \varphi''' &= 32. \end{aligned}$$

Ognun vede che la seconda ipotesi deve essere scartata, e per conseguenza gli angoli limiti, che determinano i tre indici principali dell'*albite* di Lakous, sono:

$$\left. \begin{aligned} 53^\circ.59'.45'' &\text{ per } \alpha (1,52905) \\ 54 \ 29 \ 20 &\text{ " } \gamma (1,53858) \\ 54 \ 12 \ 59 &\text{ " } \beta (1,53330) \end{aligned} \right\} \text{ per luce D.}$$

*Le costanti ottiche, cioè i tre indici  $\alpha, \beta, \gamma$  e i tre angoli A, B, C e di più l'angolo degli assi ottici sono dunque pienamente determinati con una sola sezione del cristallo, qualunque essa sia.* Questo risultato dimostrato ora, e per la prima volta, deve portare necessariamente un notevole contributo alla analisi ottica delle rocce, e alla conoscenza dei minerali, che le rocce contengono; ma porterà principalmente un progresso alla conoscenza dell'isomorfismo dei feldispati, che secondo qualche autore sarebbe scosso nel senso indicato dalla legge di Tschermak<sup>(1)</sup>. Fouqué fu costretto a determinare le costanti ottiche dei feldispati, pubblicate nel suo lavoro fondamentale, facendo eseguire sezioni speciali perpendicolari alle bisettrici (ognun sa con quante difficoltà e con esito non sempre sicuro), e scegliendo i migliori cristalli di cui disponeva. Oggi, a 10 anni di distanza, grazie ai riflettometri totali di precisione, la stessa determinazione di Fouqué è eseguibile sopra un materiale scadente, e facendo uso di una sola sezione levigata e piana, e condotta

(<sup>1</sup>) E. von Fedorow, *Universalmethod und Feldspatstudien*. III Abh. *Die Feldspäthe des Bogoslowk'schen Bergreviers*. Zeitschrift f. Krystall. 1898, XXXIX, 604. Idem *Ueber Isomorphismus*. Ibidem 1898, XXX, 17. Cfr. C. Viola, *Ueber Bestimmung und Isomorphismus der Feldspäthe*. Ibidem, 1898, XXX, 232.

in modo qualunque, e avente una grandezza, che può essere anche al disotto di un mm. quadr. Egli è però che la maggior parte dei piccoli cristalli, che sparsi si trovano a dovizia nelle rocce cristalline, viene ora a essere un materiale preziosissimo per la cristallografia, di cui un bell'esempio ci diede Wallerant.

In una prossima Nota comunicherò i risultati delle mie osservazioni, le quali io feci nell'istituto fisico di qui sull'Anortite del Vesuvio, che mi fu donata dal mio amico prof. E. Scacchi. Mi permetterò di dire due parole sui metodi di correzione da adottarsi al riflettometro totale di Abbe-Pulfrich, e sulle precauzioni che si devono usare, per raggiungere un errore nell'indice di rifrazione, il quale non superi alcune unità nella quinta decimale, e per far sì che questa precisione non sia illusoria.

Botanica. — *Sulla biologia del Cynamonium coccineum.*  
Nota preventiva del prof. P. BACCARINI e del dott. P. CANNAVELLA,  
presentata dal Corrispondente R. PIROTTA.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

#### PERSONALE ACCADEMICO

Il Presidente BELTRAMI dà annuncio della morte del Socio straniero SOPHUS LIE, colle seguenti parole:

« Debbo col più profondo dolore annunziare all'Accademia che il 18 febbraio u. s. moriva in Kristiania, nell'ancor fresca età di 56 anni, l'eminentemente geometra norvegese SOPHUS LIE, nostro Socio straniero dal 4 agosto 1892. L'Accademia nostra, informata della grave perdita da un telegramma del Presidente del Senato accademico norvegese, si faceva da questi rappresentare al servizio funebre.

« In Sophus Lie la scienza matematica contemporanea perde uno dei suoi più eccelsi campioni, anzi quello che, per la singolare genialità ed originalità dell'indirizzo e dei procedimenti, occupava nel mondo scientifico una posizione quasi del tutto eccezionale, così da poter essere, e non a torto, chiamato il Wagner della matematica.

« In Italia le sue belle ricerche, ormai cresciute alle proporzioni di veri e propri nuovi corpi di dottrina, ebbero ed hanno numerosi e valenti e appassionati cultori, ed egli se ne compiaceva assai e ne sentiva sincera gratitudine per il nostro paese, il quale ha così doppio argomento di piangere la perdita immatura dell'illustre connazionale di Abel ».